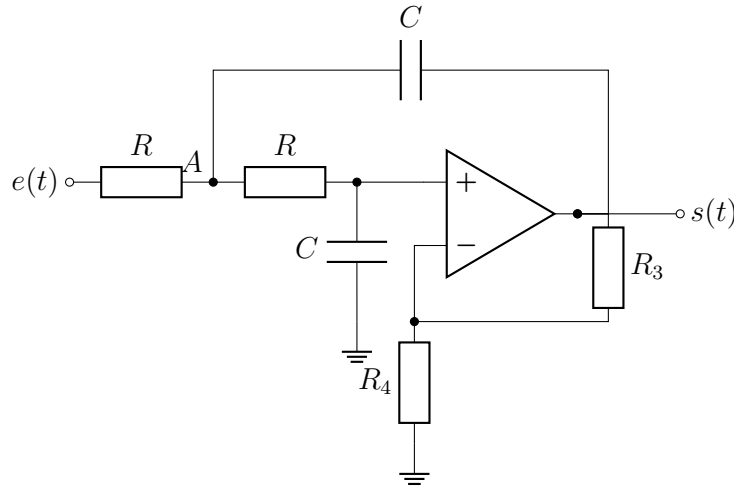


Exercice 1 : Filtre actif d'ordre 2

Pour éliminer les parasites haute fréquence sans altérer un signal utile, le filtre de **Butterworth** d'ordre 2 constitue le compromis idéal : il offre une réponse dite « *maximalement plate* » dans la bande passante (absence totale de résonance avec $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$), tout en assurant une réjection efficace des hautes fréquences avec une pente de -40 dB/décade.

La structure active de **Sallen-Key** permet de réaliser ce filtre à l'aide de simples dipôles R et C et d'un ALI, sans utiliser d'inductances. L'ALI est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.



1. Exprimer le potentiel V^- en fonction de s et des résistances R_3 et R_4 .
2. En appliquant une loi des noeuds en termes de potentiels au point A, exprimer V_A en fonction de e , s , R , C , ω .
3. A l'aide d'un diviseur de tension, relier V_A et V^+ .

En rassemblant les résultats précédents, on peut montrer que la fonction de transfert du montage est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{K}{1 - (RC\omega)^2 + j(3 - K)RC\omega}$$

avec $K = 1 + R_3/R_4$. On ne demande pas d'effectuer ce calcul.

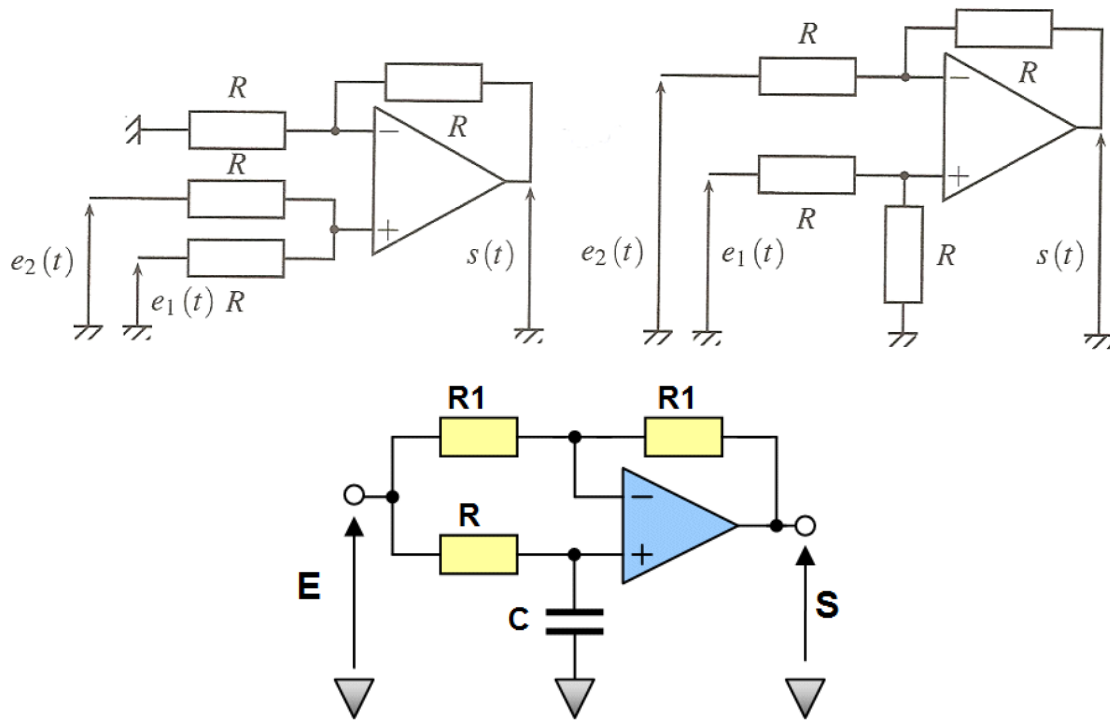
On donne la forme canonique d'un passe-bas d'ordre 2 :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j}{Q} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

4. Identifier H_0 , ω_0 et Q en fonction de R , C et K .
5. Obtenir l'équation différentielle qui relie $e(t)$ et $s(t)$.
6. Quelle condition doit vérifier K pour garantir la stabilité du filtre ?
7. **Filtrage de Butterworth** : On désire obtenir une réponse maximale plate (filtre de Butterworth d'ordre 2, pour lequel $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$). Calculer le rapport nécessaire $\frac{R_3}{R_4}$ et tracer l'allure du diagramme de Bode en gain (G_{dB}).

Exercice 2 : Montages à ALI

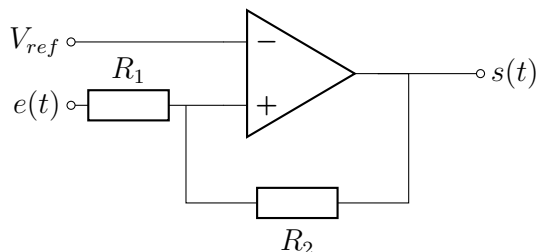
Pour les trois montages à ALI ci-dessous déterminer la relation entre la sortie et la ou les entrées. Identifier lequel est un sommateur, lequel est un soustrateur et lequel est un déphaseur.



Exercice 3 : Régime non linéaire (Trigger de Schmitt & Réjection de bruit)

Pour numériser sans repliement un signal analogique bruité $e(t)$, on utilise un comparateur à hystérésis (trigger de Schmitt non-inverseur).

L'ALI est considéré comme idéal avec des courants d'entrée nuls ($i_+ = i_- = 0$). Il est alimenté entre $+V_{CC}$ et $-V_{CC}$, ses tensions de saturation valant respectivement $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$ (avec $V_{sat} > 0$). Une tension continue constante V_{ref} est appliquée sur son entrée inverseuse.



1. Pourquoi ce montage fonctionne-t-il en régime saturé ?
2. Rappeler la règle de fonctionnement de l'ALI en régime saturé.
3. Exprimer le potentiel V^+ de la borne non-inverseuse en fonction de $e(t)$, $s(t)$, R_1 et R_2 .
4. On suppose que $s = -V_{sat}$, déterminer l'inégalité vérifiée par e . Montrer que s bascule à $+V_{sat}$ lorsque e franchit le seuil haut de basculement V_h dont on donnera l'expression en fonction de V_{ref} , V_{sat} , R_1 et R_2 .
5. On suppose que $s = V_{sat}$, déterminer l'inégalité vérifiée par e . Montrer que s bascule à $-V_{sat}$ lorsque e franchit le seuil bas de basculement V_b dont on donnera l'expression en fonction de V_{ref} , V_{sat} , R_1 et R_2 .
6. Exprimer la largeur du cycle d'hystérésis $\Delta V = V_h - V_b$ en fonction de R_1 , R_2 et V_{sat} .
7. Tracer soigneusement la caractéristique $s = f(e)$ en précisant les seuils, les niveaux de saturation et le sens des basculements par des flèches.
8. **Application au débruitage :** Le signal d'entrée est composé d'un signal utile $e_0(t)$ variant lentement et d'un bruit haute fréquence $b(t)$ tel que :

$$e(t) = e_0(t) + b(t) \quad \text{avec} \quad |b(t)| \leq B_0 = 300 \text{ mV}$$

- (a) Quel problème apparaîtrait si l'on utilisait un comparateur simple sans hystérésis ($R_2 \rightarrow \infty$) lorsque $e_0(t)$ franchit lentement la valeur V_{ref} ?
- (b) Quelle condition doit vérifier la largeur du cycle ΔV pour garantir l'absence totale de fausse commutation due au bruit ?
- (c) Quelles valeurs de R_1 et R_2 proposez-vous pour un bon fonctionnement ? On prendra $V_{sat} = 10 \text{ V}$.

Exercice 4 : Equations différentielles

Déterminer la solution générale et étudier la stabilité des équations différentielles suivantes :

Équations du premier ordre

1. $y'(t) + 3y(t) = 6$

2. $y'(t) - 2y(t) = 4$

Équations du second ordre

3. $y''(t) + 4y'(t) + 13y(t) = 26$

4. $y''(t) - y'(t) - 6y(t) = 12$