

TD 5 Thermodynamique des gaz parfaits, transformations infinitésimales

1 Transformations d'un gaz parfait

1. Un système de 2 mol d'air de coefficient $\gamma = 1.4$ subit une compression adiabatique et réversible entre l'état initial $P_I = 1$ bar, $T_I = 293$ K et l'état final $P_F = 10$ bar. Déterminer la température finale T_F , ainsi que le travail des forces de pression reçu par ce gaz.
2. Un système de 2 mol d'air de coefficient $\gamma = 1.4$ subit une détente isotherme et réversible, au contact d'un thermostat à la température $T_e = 293$ K, entre l'état initial $V_I = 1$ L et l'état final $V_F = 2$ L. Calculer le travail des forces de pression reçu par ce gaz au cours de la transformation, ainsi que le transfert thermique reçu.

2 Étude thermodynamique d'un moteur de Stirling

Le moteur de Stirling est un moteur thermique à combustion externe fonctionnant selon un cycle fermé. Il utilise un fluide de travail qui subit alternativement des compressions et des détentes à deux niveaux de température différents.

Une composante essentielle de ce moteur est le **régénérateur** : il s'agit d'un échangeur de chaleur interne (généralement constitué d'une matrice poreuse ou d'un treillis métallique) situé entre la zone chaude et la zone froide. Son rôle est de stocker temporairement une partie de l'énergie thermique cédée par le fluide lors de son refroidissement (isochore $2 \rightarrow 3$), afin d'en restituer une partie à ce même fluide lors de son réchauffement (isochore $4 \rightarrow 1$), évitant ainsi un gaspillage d'énergie vers l'extérieur.

Données et modélisation du cycle

On modélise le fluide de travail par une quantité de matière $n = 1$ mol d'un gaz parfait diatomique, de capacité thermique molaire à volume constant $C_{v,m} = \frac{5}{2}R$, avec la constante des gaz parfaits $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Le cycle thermodynamique réversible décrit par le gaz est constitué des quatre transformations successives suivantes :

- **Transformation $1 \rightarrow 2$:** Détente isotherme à la température de la source chaude $T_C = 600$ K, passant d'un volume minimal $V_1 = 1$ L à un volume maximal $V_2 = 3$ L.
- **Transformation $2 \rightarrow 3$:** Refroidissement isochore au volume V_2 à travers le régénérateur, jusqu'à la température de la source froide $T_F = 300$ K.
- **Transformation $3 \rightarrow 4$:** Compression isotherme à la température $T_F = 300$ K, ramenant le volume de V_2 à V_1 .
- **Transformation $4 \rightarrow 1$:** Échauffement isochore au volume V_1 à travers le régénérateur, ramenant la température de T_F à T_C .

On note $r = \frac{V_2}{V_1} = 3$ le taux de compression volumique.

Questions

1. Représenter l'allure du cycle thermodynamique dans un diagramme de Clapeyron (P, V) en précisant le sens de parcours.

2. Exprimer littéralement, pour chacune des quatre transformations, le travail $W_{i \rightarrow j}$ et le transfert thermique $Q_{i \rightarrow j}$ échangés par le gaz.
3. En déduire l'expression littérale puis la valeur numérique du travail net W_{net} échangé par le fluide au cours d'un cycle. Le système est-il bien moteur ?

4. Étude du rendement :

- (a) On suppose d'abord le **régénérateur idéal** (le transfert thermique cédé lors de l'étape $2 \rightarrow 3$ est intégralement stocké puis restitué au gaz lors de l'étape $4 \rightarrow 1$, sans apport de la source chaude).
Exprimer et calculer le rendement thermique η_1 du cycle. Comparer ce résultat au rendement de Carnot η_{Carnot} .
- (b) On suppose désormais le moteur **sans régénérateur** (l'échauffement $4 \rightarrow 1$ doit être entièrement assuré par la source chaude).
Exprimer et calculer le rendement thermique η_2 du cycle. Conclure sur l'intérêt du régénérateur.

3 Chauffage d'une pièce

On étudie une pièce d'habitation parallélépipédique de longueur $a = 8$ m, de largeur $b = 5$ m, de hauteur $h = 2.5$ m. L'air à l'intérieur est à la pression atmosphérique P_0 , et modélisé par un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1.4$. Les murs sont en béton d'épaisseur $L = 15$ cm et de masse volumique $\rho = 2.2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. De plus, la pièce comporte une fenêtre de surface 1 m^2 , en double vitrage. Les pertes thermiques à travers les murs et la fenêtre sont supposées négligeables lorsque la fenêtre est fermée. Un radiateur électrique de puissance électrique $\mathcal{P} = 2 \text{ kW}$ permet de chauffer la température de la pièce. Initialement, l'air de la pièce et les murs sont à la température de 10°C , qui est aussi celle de l'air extérieur notée T_{ext} .

1. Combien de temps faut-il pour que la pièce atteigne la température de confort de 20°C ?

Par mégarde, le chauffage est laissé allumé, et la température monte à 30°C . Le chauffage est alors coupé, et la fenêtre est ouverte. Le transfert thermique reçu par la pièce entre t et $t + dt$ est modélisé par une loi de type conductance thermique :

$$\delta Q = -G(T(t) - T_{\text{ext}})dt$$

Au bout d'une heure, la température de confort de 20°C est atteinte, et on referme la fenêtre.

2. Calculer G .