Concours blanc, physique TSI2
durée 4h, avec calculatrice

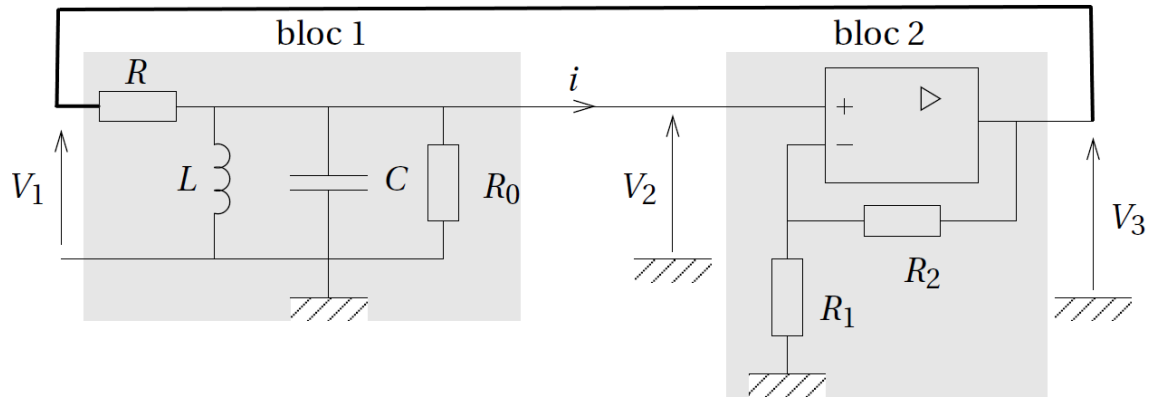
1 Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur fonctionnant avec $n = 10$ mol d'air comme fluide caloporteur effectue le cycle de Joule inversé suivant :
- l'air pris dans l'état A de température T_A et de pression P_A est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'au point B où il atteint la pression P_B.
- le gaz est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale T_C correspondant à l'état C.
- le gaz est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique réversible pour atteindre l'état D de pression $P_D = P_A$.
- le gaz se réchauffe enfin à pression constante et retrouve son état initial.

On considère que l'air est un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1.5$
On pose $b = \frac{\gamma-1}{\gamma}$ et $a = \frac{P_B}{P_A}$.
Valeurs numériques : $T_A = 283$ K ; $T_C = 298$ K ; $a = 5$; $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1}.
Par ailleurs, on rappelle l'expression de la capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait : $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$

1. Tracer l'allure du diagramme de Watt P en fonction de V.
2. Rappeler la loi de Laplace et ses conditions de validité. L'écrire en variables pression-température.
3. Montrer que
$$T_B = T_A \times a^b \quad et \quad T_D = \frac{T_C}{a^b}$$
Calculer numériquement T_B et T_D.
4. Appliquer le premier principe au gaz lors des étapes adiabatiques-réversibles : A→B et C→D. En déduire les travaux de forces de pression W_{AB} et W_{CD} en fonction des températures. Calculer numériquement ces travaux.
5. Rappeler l'expression générale du travail des forces de pression. Considérons une transformation isobare entre un état initial I et un état final F : montrer alors que $W = -nR(T_F - T_I)$. En déduire les expressions des travaux W_{BC} et W_{DA}. Calculer numériquement ces travaux.
6. L'efficacité e de cette pompe à chaleur est définie par $e = -\frac{Q_{BC}}{W}$, où W est le travail total reçu par le gaz au cours du cycle. Justifier cette expression.
7. Calculer Q_{BC}.
8. Déduire des questions précédentes la valeur numérique de e.

2 Oscillateur à RLC



1. Montrer que la fonction de transfert du bloc 1 $\underline{H}_1 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1}$ est donnée par l'expression :

$$\underline{H}_1 = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_0} + j\left(RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)}$$

   De quel type de filtre s'agit-il ?

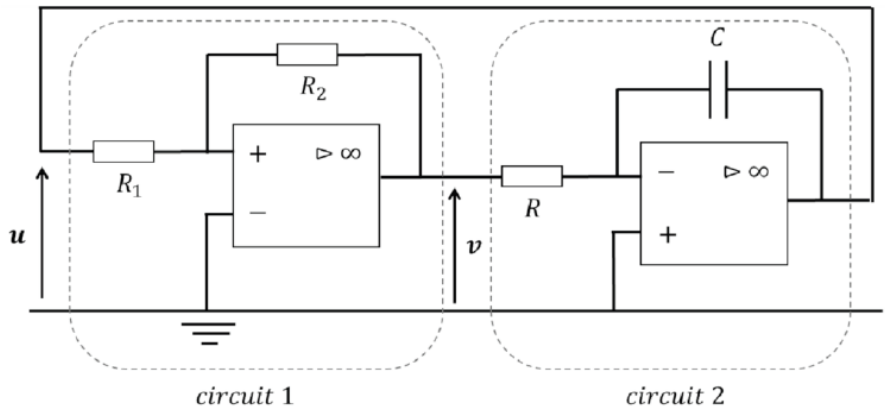
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}_2 = \frac{\underline{V}_3}{\underline{V}_2}$. Quel montage classique reconnaissez-vous ?
3. Quelle est la relation entre $\underline{V}_1$ et $\underline{V}_3$? Lorsque le montage fonctionne en régime sinusoïdal, quelle est la relation entre $\underline{H}_1$ et $\underline{H}_2$?
4. En passant à l'argument sur cette relation, déterminer la pulsation des oscillations ω_{osc}.
5. En déduire l'expression du rapport R_2/R_1 qu'il faut choisir pour que ces oscillations soient possibles.

3 Oscillateur à relaxation

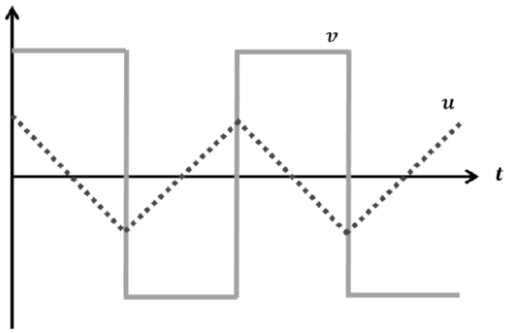
Introduction, d'après Stringfixer.com

"Un oscillateur à relaxation est un circuit oscillateur électronique non linéaire qui produit un signal de sortie répétitif non sinusoïdal, tel qu'une onde triangulaire ou carrée . Le circuit se compose d'une boucle de rétroaction contenant un dispositif de commutation tel qu'un transistor, un comparateur, un relais, un ALI,... qui répétitivement charge un condensateur ou une bobiner à travers une résistance jusqu'à ce qu'il atteigne un niveau seuil, puis le décharge à nouveau. La période de l'oscillateur dépend de la constante de temps du condensateur ou du circuit inducteur. Le dispositif actif bascule brusquement entre les modes de charge et de décharge, et produit ainsi une forme d'onde répétitive changeant de manière discontinue. Cela contraste avec l'autre type d'oscillateur électronique, l'oscillateur quasi-sinusoïdal, qui utilise un amplificateur avec rétroaction pour exciter des oscillations résonantes dans un résonateur, produisant un signal sinusoïdal. Les oscillateurs de relaxation sont utilisés pour produire des signaux basse fréquence pour des applications telles que les feux clignotants, les bips électroniques, dans les oscillateurs commandés en tension (VCO), les onduleurs, les GBF analogiques..."

Un exemple classique d'un tel oscillateur peut se former à l'aide d'un comparateur à hystérésis et d'un intégrateur, en système boucle (la sortie de l'un est liée à l'entrée de l'autre).



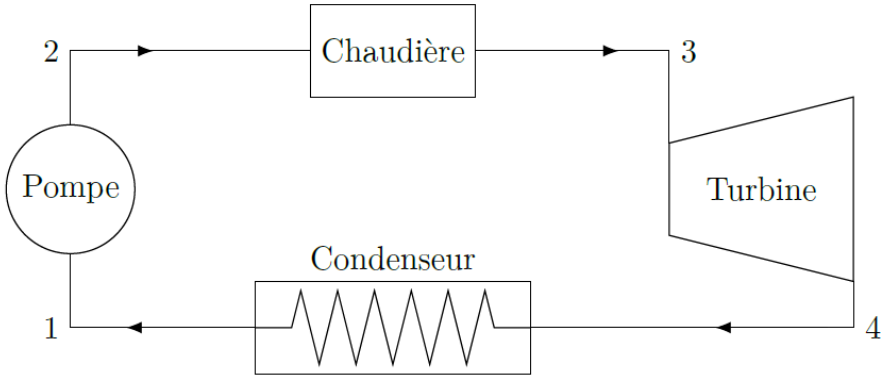
1. Le circuit 1 est un montage comparateur à hystérésis d'entrée u et de sortie v.
   a. Qu'est ce qui permet d'affirmer que ce montage fonctionne en régime saturé ?
   b. Exprimer V^+ en fonction de R_1, R_2, u et v. Que vaut V^- ?
   c. Supposons que $v = V_{sat}$. Quel est alors le signe de la tension d'entrée différentielle $\epsilon = V^+ - V^-$? En déduire l'inégalité $u > -V_{seuil}$ et exprimer la tension de seuil V_{seuil} en fonction de V_{sat}, R_1 et R_2.
   d. Supposons que $v = -V_{sat}$. Quel est le signe de ϵ ? En déduire que $u < V_{seuil}$.
   e. Tracer le cycle d'hystérésis v en fonction de u, en indiquant soigneusement les tensions $-V_{sat}$ et V_{sat} sur l'axe vertical, et $-V_{seuil}$ et V_{seuil} sur l'axe horizontal.
2. Le circuit 2 est un montage intégrateur, de tension d'entrée v et de tension de sortie u. Montrer que
$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{RC}v(t)$$
3. A l'instant ininital $u(0) = V_{seuil}$, et $v(0) = +V_{sat}$. A l'aide de la relation du circuit intégrateur, montrer que $u(t)$ est donné par l'expression
$$u(t) = -\frac{V_{sat}}{RC}t + V_{seuil}$$
4. En utilisant le cycle d'hystérésis, montrer que v bascule à $-V_{sat}$ à l'instant $t_1 = 2\frac{R_1}{R_2}RC$.
5. On définit l'instant t_1^- juste avant t_1, et l'instant t_1^+ juste après t_1. Que valent $u(t_1^-)$, $v(t_1^-)$, $u(t_1^+)$ et $v(t_1^+)$?
6. Montrer que pour $t > t_1$,
$$u(t) = \frac{V_{sat}}{RC}(t - t_1) - V_{seuil}$$
Déterminer l'instant t_2 pour lequel v bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$, en fonction de R_1, R_2, R et C.
7. Ci-dessous les représentations graphiques de $u(t)$ et $v(t)$. Reproduire leur allure sur votre copie et placer les instants t_1 et t_2. Indiquer l'amplitude et la période de chaque signal.



4 Cogénération par centrale à vapeur

Le principe de la cogénération au gaz naturel est de produire à la fois de l'électricité et de l'eau chaude. On utilise pour cela une centrale à vapeur et on récupère de l'énergie mécanique dans sa turbine et de l'énergie thermique au niveau du condenseur. On s'intéresse dans un premier temps au fonctionnement général d'une telle centrale sans prendre en compte la valorisation de l'énergie dissipée dans le condenseur. Puis la partie 3 étudie la récupération d'énergie thermique.

Le cycle de base d'une centrale à vapeur parcouru par de l'eau est schématisé ci-dessous. Il consiste essentiellement en une chaudière où le combustible est brûlé générant ainsi de la vapeur d'eau surchauffée $(2 \rightarrow 3)$ qui est ensuite détendue dans une turbine à vapeur dont l'arbre fournit le travail moteur $(3 \rightarrow 4)$. La vapeur d'eau sortant de la turbine est totalement liquéfiée dans un condenseur $(4 \rightarrow 1)$ avant qu'une pompe ne lui redonne la pression de chaudière $(1 \rightarrow 2)$. Le refroidissement du condenseur est assuré par une source froide externe.



On supposera les transformations subies par le système dans la turbine et dans la pompe comme étant adiabatiques et réversibles. On négligera le travail de la pompe devant le travail de la turbine : $|W_p| << |W_t|$. Le fluide est en écoulement stationnaire avec un débit massique $D_{m1} = 1,0$ kg.s^{-1}. On négligera les variations de vitesse et d'altitude du fluide.

4.1 Description du cycle thermodynamique

On considère que le fluide circulant au cours d'un cycle reçoit les transferts thermiques Q_c et Q_f respectivement des sources chaude de température T_c et froide de température T_f ainsi que le travail mécanique de la turbine W_t. Il s'agit d'un fonctionnement de type moteur.

1. Préciser, en justifiant, les signes de Q_c, Q_f et W_t.
2. Pourquoi ce cycle est-il qualifié de cycle à combustion externe ? Quel avantage présente-t-il ? Donner un exemple de cycle à combustion interne.
3. Exprimer le rendement r de la machine en fonction de Q_c et W_t.
4. Déterminer l'expression du rendement r en fonction de T_f, T_c, Q_c et S_c l'entropie créée au cours d'un cycle.
5. En déduire l'expression du rendement de Carnot r_c. Effectuer l'application numérique avec T_f = 300 K et T_c = 603 K.

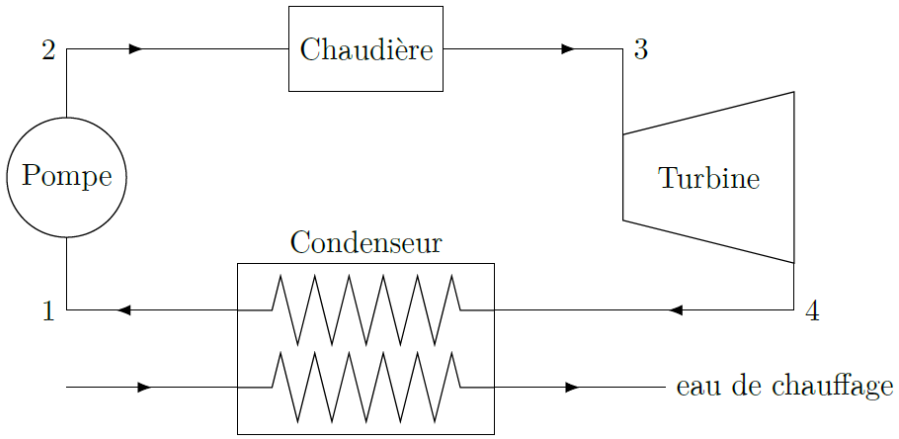
4.2 Diagramme des frigoristes

— Au point 1 en sortie de condenseur, l'eau est à l'état liquide saturant, sur la courbe d'ébullition, à la température T_f.
— La pompe $(1 \rightarrow 2)$ comprime l'eau à environ 128 bar. La température T reste sensiblement constante pendant cette compression. Le point 2 se situe à l'intersection de l'isotherme T = 300 K (environ 30 °C) et de l'isobare P = 128 bar.
— Dans la chaudière $(2 \rightarrow 3)$, l'eau sous pression est portée à haute température, l'échauffement comportant les deux étapes :
  • chauffage du liquide à pression constante ;
  • évaporation de l'eau jusqu'à la dernière goutte de liquide.
— L'évolution dans la turbine $(3 \rightarrow 4)$ est modélisée par une détente adiabatique réversible.

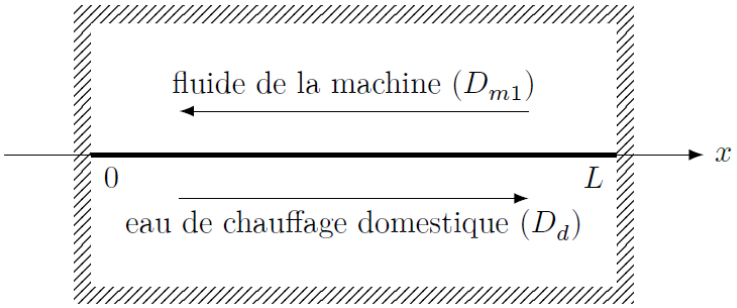
1. Justifier que l'évolution dans la turbine est isentropique.
2. Compléter le diagramme $\log(P) = f(h)$ sur le document, en indiquant dans les cases prévues à cet effet les numéros 1 à 4 représentant l'état du fluide. Relier ces points en tenant compte de la grandeur physique qui est constante au cours des transformations.
3. Par application du premier principe industriel, calculer le transfert thermique massique q_c reçu par le fluide dans la chaudière. En déduire la puissance thermique associée $P_c = q_c D_{m1}$.
4. De même, calculer le travail massique w_t reçu par le fluide de la part de la turbine. En déduire la puissance mécanique associée $|P_t|$.
5. Calculer le transfert thermique q_f reçu par le fluide lors de sa traversée du condenseur. En déduire la puissance thermique associée P_f. Vérifier que $|P_f|$ = 1481 kW. Commenter cet ordre de grandeur de puissance.
6. Définir et calculer le rendement de cette installation, sans cogénération. Comparer au rendement de Carnot.
7. Lire directement sur le diagramme la valeur du titre en vapeur x_{v4} au point 4. Retrouver cette valeur en utilisant le théorème des moments.

4.3 Récupération de l'énergie thermique

On s'intéresse ici à l'énergie thermique que l'on peut récupérer au niveau du condenseur afin de produire de l'eau chaude pour alimenter une installation de chauffage domestique



Le condenseur est un échangeur thermique que l'on suppose parfaitement calorifugé, schématisé ci-dessous. Toute la puissance thermique $|P_f|$ récupérée lors de l'étape $4 \rightarrow 1$ est transmise à l'eau de chauffage circulant avec le débit D_d.



On suppose les fluides en écoulement stationnaire. On puise l'eau de chauffage domestique à la température $T_d(x = 0) = 5.0^\circ$C, avec un débit D_d. Elle ressort de l'échangeur à la température $T_d(x = L) = 60^\circ$C. On note $c_p = 4.18$ kJ.K^{-1}.kg^{-1} la capacité thermique de l'eau.

1. Donner l'expression de la variation d'enthalpie massique de l'eau de chauffage en fonction des notations introduites ci-dessus.
2. Par application du 1er principe industriel sous forme puissance à l'eau de chauffage domestique, déterminer la valeur du débit massique D_d.
3. On définit l'efficacité globale du système, avec cogénération, $e_g = \frac{|P_t|+|P_f|}{|P_c|}$. Justifier cette définition. Calculer numériquement cette efficacité, et commenter le résultat.

5 Fabrication de neige artificielle

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant, à l'aide de canons à neige, de fines gouttes d'eau liquide à $T_i = 10°C$ dans l'air ambiant à la température $T_e = -15°C$. On propose de calculer le temps mis par une goutte d'eau pour passer de l'état liquide à l'état solide. On suppose que la goutte d'eau est sphérique de rayon $R = 0,2$ mm. A l'interface eau-air, la puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$ reçue par la goutte est modélisée par la loi :

$$\mathcal{P}_{th} = -hS[T(t) - T_e]$$

où $T(t)$ est la température de la goutte, supposée uniforme, à l'instant t. h est une constante que l'on prendra égale à 65 $W.m^{-2}.K^{-1}$ et S est la surface de contact entre l'eau et l'air.
$c_l = 4,18$ $kJ\cdot kg^{-1}$ est la capacité thermique massique de l'eau liquide et $\rho = 1,0 \times 10^3$ $kg\cdot m^{-3}$ sa masse volumique supposée constante. $\Delta h_{fus} = 333$ $kJ\cdot K^{-1}$ est l'enthalpie de fusion de la glace.
Pour une boule de rayon R, le volume a pour expression $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ et la surface qui délimite la boule a pour expression $S = 4\pi R^2$.

1. Rappeler l'allure du diagramme Pression-Température de l'eau. Placer dessus le point d'équilibre solide-liquide de notre quotidien à la pression atmosphérique.
2. Rappeler l'écriture du premier principe infinitésimal.
3. Calculer la masse m de la goutte d'eau.
4. En l'appliquant à la goutte supposée sphérique et indéformable, montrer que l'équation qui régit la variation temporelle de la température $T(t)$ de la goutte d'eau liquide est

$$\rho c_l R \frac{dT}{dt} = -3h(T(t) - T_e)$$

5. Résoudre cette équation différentielle. Introduire un temps caractéristique τ, à exprimer en fonction de h, ρ, c_l et R.
6. Calculer le temps t_0 mis par la goutte d'eau liquide pour atteindre la température de rupture de la surfusion $T_s = -5°C$.
7. Lorsque la température de la goutte d'eau atteint T_s, il y a rupture de la surfusion : la température rejoint alors très vite la température d'équilibre $T_{eq} = 0^\circ C$ et la goutte est partiellement solidifiée. On note x la fraction de glace à la fin de cette étape. Comme la transformation est très rapide, on la supposera adiabatique. Le premier principe appliqué dans ce contexte s'écrit $\Delta H = 0$.
   - Exprimer la variation d'enthalpie ΔH_1 de la goutte d'eau liquide qui passe de la température T_s à la température d'équilibre T_{eq}.
   - Exprimer la variation d'enthalpie ΔH_2 de la goutte lorsqu'elle se solidifie partiellement.
   - A l'aide du premier principe, relier ces quantités et en déduire l'expression de x en fonction de c_l, T_{eq}, T_s et Δh_{fus}.
   - Faire l'application numérique.
8. En expliquant votre raisonnement, calculer le temps nécessaire à la solidification du reste de l'eau liquide.