

DS

TSI2

Physique

4h

29 septembre 2023

Ce sujet est en trois parties indépendantes de poids globalement équivalents dans le barème. La partie IV est un complément qui sera comptabilisé en Bonus pour les plus courageux.

I. Capteur de proximité capacitif (E3A PSI 2013)

II. Formation et stabilité d'un nuage (CCP PSI 2015)

III. Dosage de l'acide sulfurique (CCS TSI 2011)

IV. BONUS : Conditionnement d'un signal (Mines PSI 2022)

Recommandations importantes

La plus grande attention sera apportée au soin, à la présentation et à la qualité de la rédaction.

Les résultats doivent être mis en valeur et exclusivement exprimés avec les notations de l'énoncé.

Si on introduit des notations personnelles, elles doivent toujours être soigneusement définies.

Un résultat non justifié ne sera, au mieux, que partiellement pris en compte.

Même si une valeur numérique est demandée, vous devez avant tout donner l'expression littérale.

Le calcul de la valeur numérique n'est jamais que la toute dernière étape.

Les résultats numériques doivent être accompagnés de leur unité.

Les parties peuvent être traitées dans un ordre quelconque, mais respectez la numérotation des questions.

Lisez l'énoncé en entier avant

(Calculatrice autorisée)

Partie I Capteur de proximité capacitif

Comme le montre la figure 11.7 ci-dessous, la tête de mesure de ce capteur est formée d'un conducteur cylindrique (A) et d'une enveloppe métallique coaxiale (B) réalisant un condensateur de capacité fixe C_e :

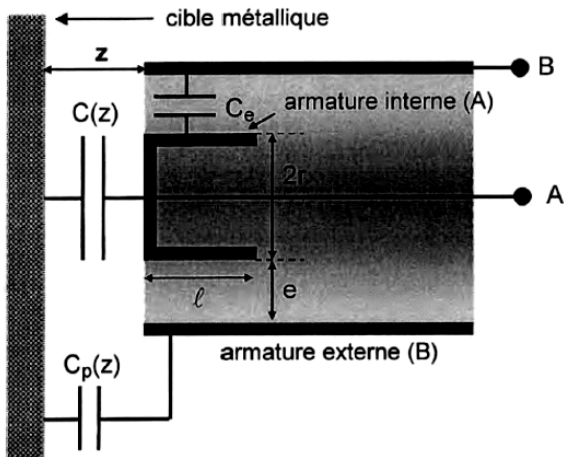


Fig. 11.7

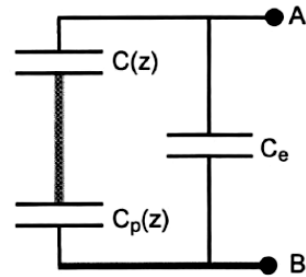


Fig. 11.8

Le but de la mesure est de détecter la distance z entre la tête de mesure et la cible. Lorsque la cible métallique s'approche de l'extrémité des conducteurs (A) et (B), ceux-ci constituent avec elle deux autres condensateurs :

- L'un, de capacité $C(z)$, a pour armatures le disque externe du conducteur central cylindrique (A) de diamètre $2r$ et z est la distance qui le sépare de la cible ;
- L'autre est un condensateur parasite, de capacité $C_p(z)$, formé par l'enveloppe extérieure (B) du capteur et la cible.

Le schéma électrique équivalent du capteur est représenté sur la figure 11.8.

1. Déterminer la capacité C_{AB} de la tête de mesure en fonction de C_e , $C(z)$ et $C_p(z)$.
2. Proposer une opération technique simple permettant de s'affranchir de la capacité parasite $C_p(z)$ (ce qui sera le cas dans la suite du problème : $C_p \rightarrow +\infty$).

Le capteur fonctionne pour une distance cible-tête de mesure z variant d'une faible quantité Δz à partir d'une valeur de référence z_0 : $z = z_0 + \Delta z$ (avec l'approximation $\Delta z/z_0 \ll 1$). On montre alors que

$$C_{AB} = C_0 \left(1 - k \frac{\Delta z}{z_0} \right)$$

Conditionnement du capteur

A la tension électrique $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi)$ peut être associée, en notation complexe, le signal analytique $\underline{v}(t) = \underline{V}_0 \exp(j\omega t)$ où $\underline{V}_0 = V_0 \exp(j\phi)$ désigne l'amplitude complexe du signal et j le complexe tel que $j^2 = -1$.

Les amplificateurs opérationnels sont supposés idéaux et en fonctionnement linéaire.

Le capteur de capacité C_{AB} est inséré dans un circuit de mesure comportant deux blocs : un bloc amplificateur (figure 11.9) et un bloc de filtrage (figure 11.10).

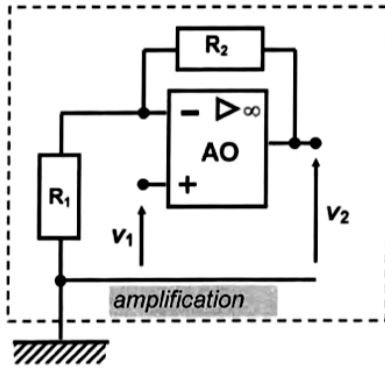


Fig. 11.9

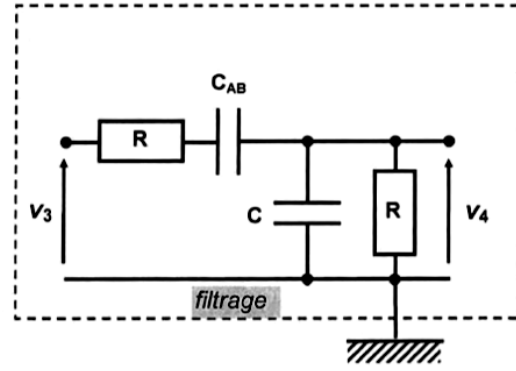


Fig. 11.10

3. Exprimer les fonctions de transfert (ou transmittances) en boucle ouverte $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{V_2}{V_1}$ et $\underline{H}_2(j\omega) = \frac{V_4}{V_3}$ en supposant chacun des blocs alimenté par une tension sinusoïdale. Préciser la nature du filtre de fonction de transfert $\underline{H}_2(j\omega)$.

La borne de sortie de l'ALI est reliée à l'entrée du filtre et la borne de sortie du filtre est reliée à la borne non inverseuse de l'ALI, de sorte que : $v_1 = v_4$ et $v_2 = v_3 = v_s$.

4. Quelle est l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \times \underline{H}_2(j\omega)$ en régime sinusoïdal ? En déduire l'équation différentielle à laquelle obéit la tension $v_s(t)$ pour un régime quelconque. Pour quelle valeur de R_2 , en fonction de R_1 , C et C_{AB} , des oscillations sinusoïdales stables peuvent-elles s'établir ? Quelle est alors la pulsation ω_0 de ces oscillations ?

Fixons $C = C_0$ et $R = R_1$ et supposons de $\Delta z = 0$. Dès que la tête du capteur se déplace par rapport à la cible, la capacité C_{AB} varie. On suppose par la suite que la résistance R_2 garde la valeur obtenue pour $\Delta z = 0$ et C est fixée à C_0 .

5. Réécrire, pour un faible déplacement de la cible ($\Delta z/z_0 \ll 1$), l'équation différentielle vérifiée par $v_s(t)$ en faisant apparaître les paramètres k , C_0 , R et $\Delta z/z_0$. Comment évolue alors $v_s(t)$ pour un faible déplacement Δz positif ou négatif de la cible ?

La condition d'oscillation n'est plus vérifiée à chaque instant par une résistance R_2 fixe car cette condition s'écrit en fonction de la capacité C_{AB} variable ; la résistance R_2 est remplacée par un montage approprié assurant les oscillations. Ce montage ne sera pas étudié ici. [...] On montre alors que, pour une valeur adaptée de R_2 , les oscillations obtenues vérifient :

$$\omega_{\text{OSC}} \simeq \omega_0 \left(1 + \frac{k \Delta z}{2 z_0} \right)$$

Conditionnement du signal

La tension $v_2(t) = V_0 \sin(\omega t)$ est injectée dans une série de trois montages élémentaires A, B et C ne comportant que des composants idéaux (figure 11.11).

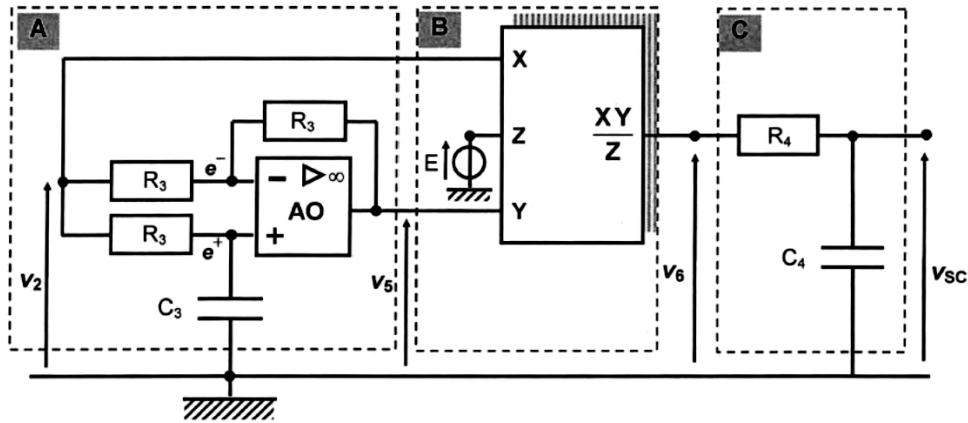


Fig. 11.11

6. Écrire les tensions e^+ et e^- mesurées par rapport à la masse de potentiel nul, respectivement aux entrées non inverseuse et inverseuse de l'ALI en fonction des composants de l'étage A et des tensions v_2 et v_5 ; en déduire la transmittance $T_A(j\omega) = \frac{V_5}{V_2}$. Comparer les amplitudes V_5 et V_2 puis exprimer le déphasage ϕ de v_5 par rapport à v_2 . Préciser la fonction de cet étage.

E représente une tension continue délivrée par un générateur.

7. Préciser le rôle joué par le bloc B. Exprimer la tension instantanée $v_6(t)$ en sortie de ce bloc, en fonction de l'amplitude V_0 , du déphasage ϕ , de la tension E , de la pulsation ω et de t .

Relation utilisable : $2 \sin(a) \sin(b) = \cos(a - b) - \cos(a + b)$.

8. Déterminer la fonction de transfert $T_C(j\omega) = \frac{V_{sc}}{V_6}$. En déduire le rôle de l'étage C ainsi que sa pulsation caractéristique ω_C . Montrer que, par un choix judicieux de ω_C , la tension de sortie V_{sc} est continue et « image » de $\cos(\phi)$.

Partie II

Formation et stabilité d'un nuage

Données :

- Accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- Constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- Masse molaire de l'oxygène : $M_O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- Masse molaire de l'azote : $M_N = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- Viscosité de l'air $\eta_{\text{air}} = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$;
- Pour les gaz diatomiques, on donne $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$.

Température (°C)	Pression de vapeur saturante (Pa)
-10	260
0	610
5	872
10	1230
15	1700
20	2340
25	3170
30	4240

On s'intéresse à l'équilibre de l'air dans l'atmosphère terrestre. Les valeurs de référence pour la température et la pression seront celles relevées à la surface de la Terre, à savoir $P_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ et $T_0 = 300 \text{ K}$. L'air sera assimilé à un gaz parfait. On repère ici l'espace par le trièdre (O, x, y, z) . L'axe des z vertical est dirigé vers le haut et son origine O coïncide avec la surface de la Terre.

On suppose ici que la température de l'atmosphère est uniforme et vaut T_0 pour tout z . On note $\rho_{\text{air}}(z)$ la masse volumique de l'air à l'altitude z .

1. On note M_{air} la masse molaire de l'air. Quels sont les deux principaux constituants physico-chimiques de l'air? En quelles proportions molaires y sont-ils présents? En ne considérant que ces deux principaux constituants de l'air, déterminer la valeur numérique de M_{air} .
2. En décrivant une condition d'équilibre mécanique sur un élément infinitésimal situé entre les altitudes z et $z + dz$, montrer que : $\frac{dP}{dz} = -\rho_{\text{air}}g$.
3. Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ de l'air en fonction de l'altitude z .
4. En déduire un ordre de grandeur de l'épaisseur caractéristique de l'atmosphère.

Équilibre de l'atmosphère caractérisé par un gradient de température

La température dans les basses couches de l'atmosphère n'est pas uniforme mais décroît avec l'altitude. Dans cette partie, on admettra que cette température suit une décroissance affine de la forme : $T(z) = T_0 - \lambda z$ avec $\lambda = 0,007 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$.

5. (a) À partir de la condition d'équilibre mécanique d'un élément infinitésimal d'atmosphère, déterminer l'expression littérale de $P(z)$.

(b) Les applications numériques donnent :

Altitude (km)	0,5	2	5	8	11	14
Pression (Pa)	94500	79300	54800	36700	23700	14600

Jusqu'à quelle altitude et avec quelle précision, le modèle de l'atmosphère isotherme est-il pertinent ?

Profil de température au sein d'une colonne d'air humide à toutes les altitudes, formation du nuage

D'un point de vue thermodynamique, l'ascension verticale d'une colonne d'air humide, depuis la surface de la Terre à la pression P_0 , jusqu'à l'altitude z à la pression $P(z)$, sera assimilée à une détente adiabatique et mécaniquement réversible. Par ailleurs, l'air humide contenant une faible quantité de vapeur d'eau sera encore assimilable à un gaz parfait de masse molaire M_{air} .

6. Écrire le système d'équations permettant de déterminer le profil de température $T(z)$ au sein d'une colonne d'air humide, en équilibre mécanique, pour toutes les altitudes.

La résolution des équations précédentes aboutit à l'expression :

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{z_2} \right) \text{ avec } z_2 = \frac{\gamma R T_0}{(\gamma - 1) M_{\text{air}} g}$$

7. (a) Par extrapolation, évaluer la pression de vapeur saturante de l'eau à l'altitude $z = 500$ m.
 (b) En supposant que la fraction molaire de l'eau dans la colonne humide est de 4%, montrer que l'eau devrait se liquéfier en dessous de 500 m.
 (c) En général, les observations rendent compte d'une liquéfaction survenant à des altitudes légèrement supérieures. Expliquer. Ce phénomène de métastabilité existe aussi pour des corps purs lors du changement d'état liquide – solide. Dans ce dernier cas, quel nom lui est associé ?

Stabilité du nuage : pourquoi les gouttelettes d'eau de la partie inférieur du nuage ne tombent-elles pas ?

On supposera dans cette étude sur la stabilité du nuage que l'air est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen et a une masse volumique constante $\rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On repère ici l'espace par le trièdre (O', x, y, z') . L'axe des z' vertical est dirigé vers le bas et son origine O' coïncide avec la base d'un cumulo-nimbus. On considère la chute d'une fine gouttelette d'eau liquide de rayon $r = 0,01$ mm, située initialement à 2000 m au-dessus de la surface de la Terre et dépourvue de vitesse initiale. On suppose que les frottements exercés par l'air sur la gouttelette sont modélisables par la force $\vec{f} = 6\pi\eta_{\text{air}}r\vec{v}$, où η_{air} correspond à la viscosité de l'air et \vec{v} à la vitesse de la gouttelette.

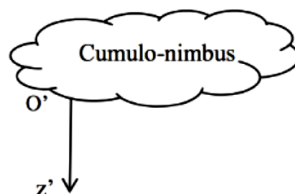


Fig. 4.5 – Orientation de l'espace

8. (a) Faire un bilan des forces exercées sur la gouttelette d'eau.
 (b) Pourquoi est-il légitime de ne pas prendre en compte la poussée d'ARCHIMÈDE ?
 (c) En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse \vec{v} de la gouttelette d'eau.
9. Montrer que la gouttelette d'eau tend à atteindre une vitesse limite, notée \vec{v}_{lim} , dont on précisera l'expression ainsi que sa valeur numérique.
10. Évaluer un ordre de grandeur de la durée nécessaire pour que la gouttelette d'eau atteigne sa vitesse limite.
11. A l'aide d'une approximation que l'on justifiera, déterminer la durée de chute d'une gouttelette d'eau depuis la base d'un cumulo-nimbus, initialement située à 2000 m au-dessus de la surface de la Terre, jusqu'au sol.

Partie III Titrage d'une solution d'acide sulfurique

Titration pH-métrique et conductimétrique

L'acide sulfurique H_2SO_4 est un diacide dont la première acidité est forte.

1) L'acide commercial utilisé est une « solution aqueuse » à 98% en masse de H_2SO_4 , de masse volumique $1,84 \text{ g.cm}^{-3}$. Déterminer la valeur de la concentration molaire de l'acide sulfurique commercial.

2) Un volume $V_0 = 5,0 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse d'acide sulfurique est introduit avec 10 mL d'eau dans un bécher. Cette solution est titrée par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_B = 0,5 \text{ mol.L}^{-1}$. Le titrage est suivi par pH-métrie.

Quelle(s) électrode(s) est (sont) utilisée(s) avec le pH-mètre ?

3) Quels sont les acides présents, en quantités non négligeables, avant tout ajout de la solution titrante ? Justifier avec soin votre réponse.

4) Une simulation de ce titrage est donnée **figure 1**.

Attribuer à chacune des courbes les représentations suivantes : $\text{pH} = f(V)$, $\%[\text{HSO}_4^-] = g(V)$ et $\%[\text{SO}_4^{2-}] = h(V)$.

Figure 1 Titration de l'acide sulfurique

5) En déduire la ou les réactions prépondérantes qui ont lieu avant l'équivalence. Déterminer la valeur de leur constante d'équilibre à 25°C .

- 6) Quelle la concentration molaire C_A de l'acide sulfurique titré ?
- 7) Le titrage pH-métrique met-il en évidence les deux acidités ? Justifier.
- 8) Ce titrage est également réalisé par conductimétrie. Les conditions expérimentales sont identiques.

Décrire le fonctionnement d'une cellule conductimétrique.

- 9) Le conductimètre doit-il être étalonné ? Justifier.
- 10) En supposant que l'effet de la dilution peut être négligé, représenter l'allure du graphique $\sigma = f(V)$ (V désignant le volume de soude versé). Indiquer, pour chaque partie du graphique, la réaction prépondérante associée et justifier les changements de pente en utilisant les valeurs des conductivités ioniques molaires fournies dans les données.
- 11) Combien de volumes équivalents détecte-t-on ? Déterminer ces volumes équivalents.
- 12) Comparer les deux méthodes : titrage pH-métrique et titrage conductimétrique.

Titration d'un mélange d'acides : acide sulfurique et dioxyde de soufre dissout dans l'eau

On réalise maintenant le titrage de $V_0 = 40$ mL d'une solution aqueuse contenant de l'acide sulfurique à la concentration molaire C_1 et du dioxyde de soufre dissout (SO_2 , H_2O encore noté H_2SO_3) à la concentration molaire C_2 par la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium à $C_B = 0,5 \text{ mol.L}^{-1}$.

On réalise deux titrages.

- Le premier titrage est réalisé en présence de quelques gouttes de rouge de métacrésol. Le changement de couleur a alors lieu pour $V_{E1} = 20$ mL.
- Lors d'un deuxième titrage en présence de rouge de crésol, le virage de l'indicateur coloré est observé pour $V_{E2} = 32$ mL.

- 13) Sur un axe de pH , faire apparaître tous les couples acido-basiques mis en jeu dans ce titrage, ainsi que leur pK_A .
- 14) Quelles espèces ont été titrées lors de l'équivalence observée en présence de rouge de métacrésol ? En déduire les réactions prépondérantes qui ont eu lieu et déterminer la valeur de leur constante d'équilibre.
- 15) Répondre à la même question lors de l'équivalence observée en présence de rouge de crésol.
- 16) En déduire les valeurs des concentrations C_1 et C_2 des deux acides titrés.

Données

	H	Fe	Mn	N	O	P	S
Numéro atomique	1	26	25	7	8	15	16
Masse molaire (g.mol⁻¹)	1,0	55,8	54,9	14,0	16,0	31,0	32,1

Données thermodynamiques à 298K

Couple	pK_A		
H ₂ S/HS ⁻	7,0		
HS ⁻ /S ²⁻	13,0		
HSO ₄ ⁻ /SO ₄ ²⁻	1,9		
H ₂ SO ₃ /HSO ₃ ⁻	2,0		
HSO ₃ ⁻ /SO ₃ ²⁻	7,6		
Ion	λ^0 (mS·m ² ·mol ⁻¹)		
Na ⁺	5,01		
H ₃ O ⁺	34,99		
HSO ₄ ⁻	5,20		
SO ₄ ²⁻	8,00		
HO ⁻	19,92		
Indicateur	Couleur forme acide	Couleur forme basique	pK_A
Rouge de métacrésol	Rouge	Jaune	1,7
Rouge de crésol	Jaune	Rouge	8,2

Produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$

Supplément pour les 5/2 et 3/2 courageux

D'après Mines-Ponts (PSI 2022)

III Conditionnement du signal

Un capteur LVDT est associé à un conditionneur de signal qui délivre une tension continue proportionnelle à la position du noyau. Cette partie étudie le fonctionnement du conditionneur AD598 dont le schéma fonctionnel fourni par la notice est représenté en figure 7.

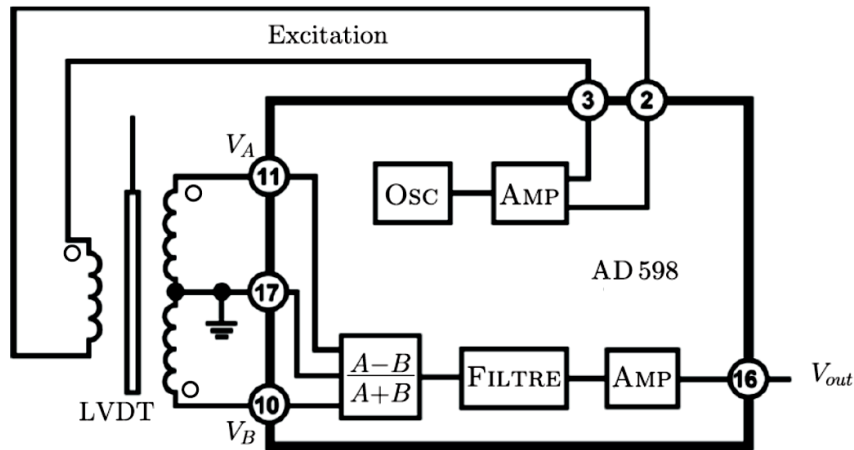


FIGURE 7 – Diagramme bloc fonctionnel du conditionneur AD598

L'AD598 comporte un oscillateur local, noté OSC en figure 7, générant une tension sinusoïdale dont la fréquence peut varier de 20 Hz à 20 kHz, suivi d'un amplificateur de tension qui délivre la tension u_p appliquée aux bornes du circuit primaire du LVDT.

L'oscillateur local produit dans un premier temps une tension périodique fonction triangulaire du temps qui est ensuite transformée en une tension sinusoïdale du temps grâce à un montage convertisseur à diodes.

À partir des deux tensions référencées par rapport au point de masse prises aux bornes des deux circuits secondaires du LVDT, $V_A = u_2$ et $V_B = u_1$, le circuit intégré AD598 construit une tension périodique en créneaux symétriques, de rapport cyclique α égal au rapport $\frac{A-B}{A+B}$, où A et B sont respectivement les tensions proportionnelles aux amplitudes des tensions V_A et V_B . L'intérêt du conditionnement proposé par le composant AD598, par rapport aux procédés de détection envisageables, est de produire une tension de sortie proportionnelle au déplacement du noyau. La constante de cette proportionnalité est indépendante de la tension d'alimentation du circuit primaire de LVDT.

L'étude se focalise sur l'alimentation du circuit primaire.

Le bloc OSC de la figure 7 est constitué d'un générateur de tension en triangle suivi d'un convertisseur triangle-sinus à diodes. Le circuit générateur de tension en triangle est représenté en figure 8.

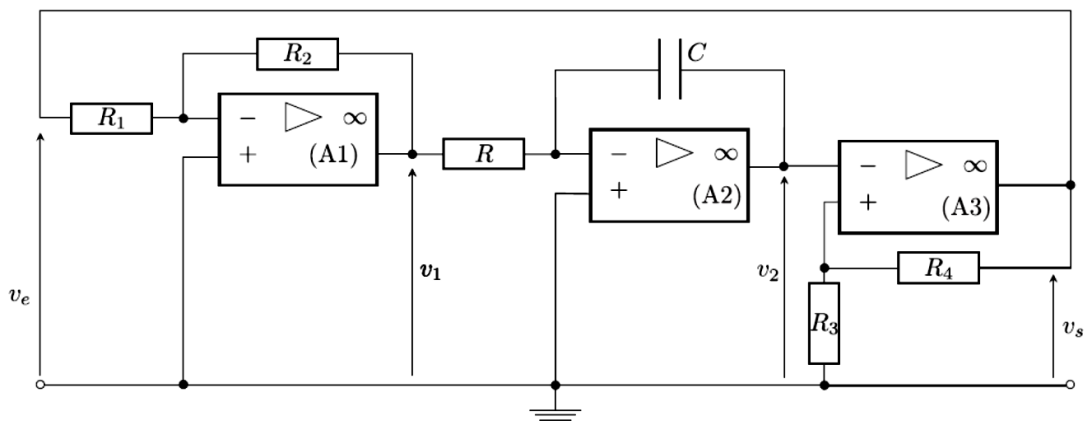


FIGURE 8 – Générateur de triangle.

Les trois Amplificateurs Linéaires Intégrés (ALI) sont idéaux et nommés (A1), (A2) et (A3) (voir figure 8). On notera $+V_{\text{sat}}$ et $-V_{\text{sat}}$ les tensions de saturation haute et basse des ALI.

- – 18. Après avoir rappelé la définition d'un ALI idéal, indiquer quels sont ceux qui fonctionnent en régime linéaire. On justifiera simplement la réponse.

Les tensions $v_e(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_s(t)$ sont des fonctions non sinusoïdales du temps.

- – 19. Établir la relation entre $v_e(t)$ et $v_1(t)$ puis celle entre $v_1(t)$ et $v_2(t)$.
- – 20. Déterminer la valeur de v_s selon les valeurs et le sens de variation de v_2 , puis représenter graphiquement ces variations en reportant v_s en ordonnée et v_2 en abscisse. On fera apparaître les valeurs remarquables sur chaque axe du graphique.
- – 21. En tenant compte des trois résultats précédents, déterminer les variations de v_2 et v_s en fonction du temps. Représenter ces variations sur un même graphe.
Laquelle des tensions $v_e(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_s(t)$ est une fonction triangulaire périodique du temps? On nomme $v_t(t)$ cette tension. Calculer sa période T en fonction de R , C , R_1 , R_2 , R_3 et R_4 .
- – 22. En fixant $R = 1 \text{ k}\Omega$ et en prenant $R_1 = R_2$ puis, uniquement pour cette application numérique $R_3 = R_4$, déterminer la valeur de C permettant d'obtenir une tension $v_t(t)$ de fréquence 2 kHz.

Comment faire pour permettre à un utilisateur de l'AD598 de modifier à volonté cette fréquence?

Exprimer l'amplitude E de la tension $v_t(t)$ en fonction des données du circuit de la figure 8. Sur quels paramètres de ce circuit faut-il agir afin de modifier cette amplitude?

Déterminer la condition sur ces paramètres pour que $E/V_{\text{sat}} = 0,22$. Calculer dans ce cas la valeur de E en prenant $V_{\text{sat}} = 15 \text{ V}$.

L'origine des temps étant arbitrairement fixée, la figure 9 contient, d'une part, les variations de la tension triangulaire réduite v_t/E en fonction du temps réduit $\theta = t/T$ et, d'autre part, celles de la tension sinusoïdale réduite v_0/E en fonction de θ que l'on souhaite obtenir après la conversion triangle-sinus.

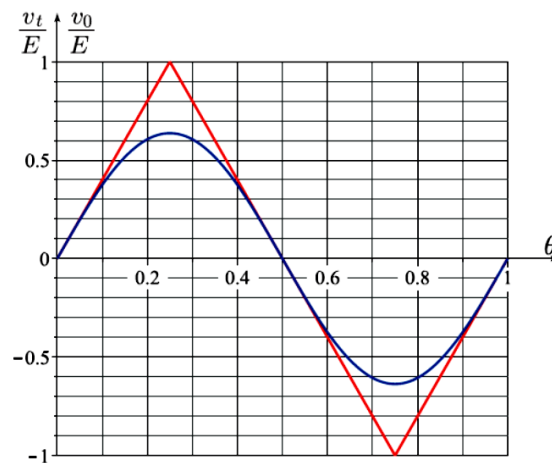


FIGURE 9 – Conversion triangle - sinus.

Afin de réaliser cette conversion, on utilise un montage conformateur à diodes représenté en figure 10. Les diodes sont toutes identiques. En notant i_d leur courant direct et u_d la tension en convention récepteur (figure 10), le fonctionnement de chaque diode est tel que si $i_d > 0$ alors $u_d = U_s > 0$ et si $i_d = 0$ alors $u_d \leq U_s$.

Pour toute la suite, on prendra une tension de seuil égale à $U_s = 0,7 \text{ V}$.

Le montage conformateur, alimenté par la tension v_t , est dimensionné pour délivrer une tension v_s se rapprochant au mieux de la tension v_0 représentée en figure 9. Le dimensionnement consiste, entre autres, à choisir correctement les résistances r_1 et r_2 , lorsque $r_0 = 1,0 \text{ k}\Omega$. Ce choix sera effectué pour une valeur du courant de sortie $i_s = 0$.

- – 23. Pour $0 \leq \theta = \frac{t}{T} \leq \frac{1}{4}$, donner l'expression de v_t en fonction de θ et de E .

On considère l'association des deux diodes dans la cellule en traits pointillés (1).

- – 24. Montrer que les deux diodes ne peuvent conduire le courant simultanément.
 Montrer qu'il existe une valeur $U_1 > 0$ telle que si $0 \leq v_s \leq U_1$ alors le courant dans la résistance r_1 est nul et, si $v_s > U_1$, ce courant n'est pas nul. Exprimer U_1 en fonction de U_s .

On considère l'association des quatre diodes dans la cellule en traits pointillés (2).

- – 25. Montrer qu'il existe une valeur $U_2 > 0$ telle que si $0 \leq v_s \leq U_2$ alors le courant dans la résistance r_2 est nul et si $v_s > U_2$ ce courant n'est pas nul. Exprimer U_2 en fonction de U_s .

On considère finalement le bloc de la cellule en traits pointillés (3).

- – 26. Montrer que la valeur positive maximale de v_s , notée V_{\max} , vaut $3U_s$.

On note désormais $s(\theta) = V_{\max} \sin(2\pi\theta)$ la tension sinusoïdale idéale que l'on souhaite obtenir en sortie du montage de la figure 10, de même période que v_t .

- – 27. Déterminer la relation à imposer entre U_s et E afin que les deux pentes en $\theta = 0$ des courbes $v_t(\theta)$ et $s(\theta)$ en fonction de θ soient identiques. On vérifiera que cette condition revient à identifier le rapport E/U_s à une fraction de π et on supposera cette relation vérifiée par la suite.

- – 28. Pour $v_s < U_1$, quelle est l'expression de v_s en fonction de v_t puis celle en fonction de θ ? En déduire la valeur θ_1 de θ telle que $v_s(\theta_1) = U_1$. On simplifiera cette valeur en utilisant la condition déduite à la question précédente.

- – 29. On suppose pour cette question $U_1 < v_s < U_2$.

Exprimer v_s en fonction de v_t , U_s , r_1 et r_0 puis en fonction de U_s , r_1 , r_0 , E et θ .

Quelle doit être la valeur du rapport $\rho_1 = r_0/r_1$ afin que les pentes des courbes $v_s(\theta)$ et $s(\theta)$ soient identiques lorsque $\theta \rightarrow \theta_1$ par valeurs supérieures? On exprimera ρ_1 uniquement en fonction du cosinus de $1/3$.

Cette condition étant vérifiée, exprimer v_s en fonction de U_s , ρ_1 , E et θ puis déduire l'expression de θ_2 défini par $v_s(\theta_2) = U_2$ que l'on mettra sous la forme $\theta_2 = \alpha\theta_1$ et dans laquelle on exprimera la constante α uniquement en fonction du cosinus de $1/3$.

- – 30. On suppose pour cette question $U_2 < v_s < 3U_1$. Déterminer l'expression de v_s en fonction de U_s , r_0 , r_1 , r_2 , E et θ .

La valeur du rapport $\rho_2 = \frac{r_0}{r_2}$ est fixée afin que les pentes des courbes $v_s(\theta)$ et $s(\theta)$ soient identiques lorsque $\theta \rightarrow \theta_2$ par valeurs supérieures. On peut alors déterminer la valeur θ_3 telle que $v_s(\theta_3) = 3U_1$.

- – 31. Montrer que $v_s(\theta) = 3U_1$ si $\theta_3 < \theta < \frac{1}{4}$.

En réalisant le dimensionnement précédent, on obtient la tension $v_s(\theta)$ représentée en figure 11 sur laquelle figurent également les tensions $v_t(\theta)$ et $s(\theta)$.

- – 32. Proposer un aménagement du montage de la figure 10 permettant de réduire les écarts entre $v_s(\theta)$ et $s(\theta)$.

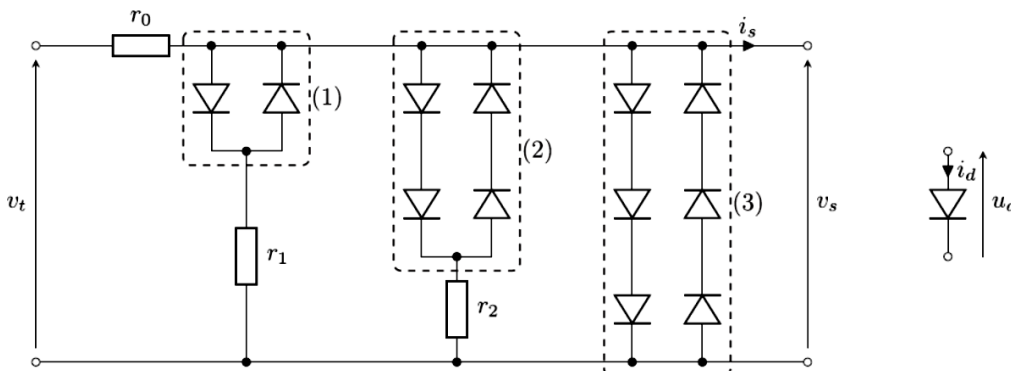


FIGURE 10 – Montage conformateur.