

# Extraits des rapports de jury du DS1

## Partie I Etude d'un capteur capacitif : E3A PSI 2013

### PRESENTATION DU SUJET

Le problème était consacré aux capteurs de proximité, il comportait deux volets indépendants : les capteurs capacitifs et les capteurs inductifs.

### COMMENTAIRE GENERAL DE L'EPREUVE

Dans l'élaboration du barème, le jury s'est attaché à valoriser : - les raisonnements effectués avec rigueur et cohérence ; - les réponses claires et concises, soigneusement justifiées et rédigées ; - la compréhension qualitative des phénomènes physiques mis en jeu ; - l'analyse critique des résultats quantitatifs. Il a en revanche sanctionné : - l'utilisation indistincte de formules non justifiées ; - les questions de cours non assimilées ; - les résultats inhomogènes ou faux ; - les réponses données sans justification ni commentaire ; - les applications numériques délivrées sans unité ; - l'écriture illisible et l'absence de rédaction. L'épreuve se déroulant sans calculatrice, le jury a été très indulgent quant à la précision des valeurs numériques obtenues. Le sujet se voulait sélectif et classant. La mise en œuvre de la démarche scientifique débutait par des questions de cours classiques relatives aux lois de l'électromagnétisme, pour ensuite dépasser la simple restitution des connaissances et évaluer le sens pratique ainsi que la créativité des candidats. Le problème, pour chaque partie, était de difficulté graduée. Il évaluait la bonne assimilation du cours et la compréhension physique des phénomènes étudiés puis se prolongeait systématiquement de façon à évaluer l'ingéniosité du candidat, son niveau d'acuité de raisonnement, son sens pratique, voire critique quant à la technique utilisée. La construction des modèles adoptés passaient par une faible technicité calculatoire, l'accent étant mis sur l'interprétation et la discussion des résultats. Les raisonnements pouvaient être fortement simplifiés par des approximations et le savoir-faire du candidat. Le sujet a pris en compte l'importance fondamentale de la composante expérimentale dans la formation des futurs ingénieurs. Il évaluait leur capacité de mobilisation des connaissances et des savoir-faire pour la mise en œuvre des capteurs, leur modélisation, l'estimation de leurs sensibilités et la qualité des mesures obtenues. Une réflexion ouverte sur les avantages et inconvénients inhérents à l'utilisation de ces capteurs était imposée en conclusion de chaque partie.

Le niveau de difficulté très variable des questions et le caractère indépendant de certains paragraphes ont ouvert pour bon nombre de candidats une « chasse aux points » alors qu'ils n'ont ni appréhendé, ni compris la progression du sujet et les corrélations de ses différentes parties. Les candidats ne doivent pas s'arrêter aux calculs mathématiques mais doivent systématiquement les intégrer dans une démarche scientifique, les conclure par une analyse physique, les orienter vers le but pratique recherché dans la construction du dispositif, ici de détection. Tous les correcteurs sont unanimes à dire qu'il serait plus profitable pour les candidats, en termes de points accumulés, de rédiger certaines parties dans leur globalité plutôt que de butiner d'une question à une autre. En ce sens, des points supplémentaires ont été accordés comme autant de bonus pour les candidats qui ont fait l'effort d'accomplir une telle démarche.

### ANALYSE PAR PARTIE

A/ Etude du condensateur de mesure.

Pour s'affranchir de la capacité parasite, les réponses furent bien souvent mathématiques alors que la question suscitait une réponse d'ordre pratique, voire technique. La suite de cette partie dépendait de l'exactitude des premiers résultats. Ceux qui l'ont abordée correctement ont su la conclure et obtenir les points de bonus.

B/ Conditionnement du capteur.

L'expression de la fonction de transfert du filtre de Wien a été aboutie par beaucoup, mais sa mise en forme a été très diverse alors que la nature du filtre aurait pu être immédiatement déterminée en l'écrivant sous sa forme canonique. Le passage de la fonction de transfert à l'équation différentielle a été difficile. Beaucoup méconnaissent le passage du domaine fréquentiel au domaine temporel de même que le critère 10 de stabilité

de l'équation. Que d'erreurs auraient été évitées par conscience des inhomogénéités flagrantes présentes dans les expressions obtenues ! Cette partie, a priori bien connue des candidats, nécessitait une technicité calculatoire simple. Trop nombreux furent ceux qui s'y égarèrent et peu d'applications numériques furent abouties.

C/ Conditionnement du signal.

Le montage déphaseur et le filtre passe bas ont été bien résolus. Par contre le multiplieur correspondant au bloc B a été peu cité même si les calculs furent justes. La partie C4. a eu peu de succès, sans doute à cause du calcul trigonométrique. Pourtant la transformation du cos était suggérée par l'énoncé et orientait de façon remarquable le raisonnement. Beaucoup ont renoncé. Peu de propositions correctes pour la définition de la sensibilité du capteur. C'était une simple question de bon sens sur le thème de la mesure physique. Cette partie se concluait sur une analyse des défauts et inconvénients du capteur. Lorsqu'elle fut abordée cette question ouverte, sans calculs ni équations, fut réussie

## Partie II Formation et stabilité d'un nuage : CCINP PSI 2015

Cette année encore, nous avons réservé 5 % du barème pour des critères de soin, de présentation, d'orthographe, de bon sens et d'honnêteté. En règle générale, la présentation et la lisibilité des copies sont bonnes. Il subsiste toujours environ 2 % des copies à peine lisibles, où aucun résultat n'est mis en relief. Cette impolitesse a été sanctionnée. Malgré nos recommandations des années précédentes, trop de réponses manquent de rigueur et de justifications. Certains élèves se doivent d'être plus réfléchis et ne doivent pas tomber dans l'écueil qui consiste à fournir une liste de résultats dénués de sens, sans aucune justification sous peine de perdre tout ou partie de la gratification de 5 %.

### REMARQUES SPECIFIQUES :

Q1) Beaucoup d'erreurs sur la composition de l'air. C'est une question de culture générale. Le calcul d'une masse molaire est devenu pour certains quelque chose de compliqué !

Q2) Il fallait faire un bilan des forces, éventuellement exprimé sous la forme de densité volumique de force pour aboutir à l'équation de la statique des fluides. Postuler l'équation :  $\overrightarrow{grad} P + \rho \vec{g} = \vec{0}$ , puis projeter cette équation n'est pas suffisant.

Q3 et Q4) Questions bien traitées à condition d'avoir pris en compte la dépendance en pression de la masse volumique de l'air.

Q5) L'intégration est difficile. Il y a souvent un manque de précision pour la partie b. Il fallait calculer numériquement des pressions avec le modèle isotherme, ensuite comparer avec le modèle à gradient de température, enfin conclure par une altitude limite déterminée par un écart relatif. Par exemple : une précision de l'ordre de 4 % jusqu'à 5 km ou une précision de 9 % ou 10 % jusqu'à 8 km.

Q6) Les étudiants pensent, en général, à remplacer l'expression du gradient de température par la loi de Laplace.

Q7) Très peu de bonnes réponses. Les étudiants ne savent que faire du taux d'humidité.

Q8) à Q11) Questions bien traitées. Elles ont permis d'engranger des points. Néanmoins, trop de candidats justifient la légitimité de ne pas prendre en compte la poussée d'Archimède par un volume déplacé (i.e par le volume de la gouttelette) extrêmement petit ou pire en arguant qu'elle est négligeable. Une réponse du type « négligeable » sans contrepartie est considérée comme de la malhonnêteté intellectuelle et pénalisée en tant que telle. Il fallait tout simplement comparer  $\rho_{\text{eau}}$  et  $\rho_{\text{air}}$ . Par ailleurs, il y a des erreurs dans les applications numériques et notamment dans les puissances de 10.

### REMERCIEMENTS :

Nous remercions les candidats qui se confrontent à des études difficiles, exigeantes et ambitieuses dans un contexte actuel où la facilité et l'immédiateté l'emportent trop souvent sur la ténacité et la pugnacité. Nous envoyons nos encouragements aux futurs 5/2 dont la réussite n'est certainement que différée.

## Analyse globale des résultats

L'épreuve écrite de chimie de l'option TSI du concours 2011 était d'une longueur et d'une difficulté assez faibles. Les résultats ont été très décevants, même s'il est évident que des efforts ont parfois été faits pour remédier à certaines lacunes flagrantes, mais de manière très partielle.

Le sujet était bien détaillé, ce qui a permis d'éviter pratiquement toute ambiguïté lors de la correction, et son niveau de difficulté était très limité. D'une longueur relativement faible, le sujet couvrait cependant plusieurs parties du programme, ce qui a montré, comme toujours, que certains groupes de candidats ont fait l'impasse sur plusieurs parties du programme. Il comportait enfin quelques questions de base qui auraient dû permettre à tout candidat d'avoir au moins quelques points.

## Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

La question **II.C.1** commençait par demander le calcul de la molarité de l'acide sulfurique commercial à 98% et de densité  $1,84 \text{ g cm}^3$  : peu de réponses correctes, mais beaucoup d'erreurs dans les changements d'unités et la prise en compte de la pureté ! Les candidats ne semblent pas avoir manipulé d'électrode de verre mais ont proposé des électrodes au calomel ou en platine, argent, ... Très peu de candidats ont déterminé la concentration de l'acide titré ; beaucoup d'autres sont tombés dans les « pièges » : diacide alors qu'on ne voit qu'une équivalence, dilution de la prise d'acide initiale par 10ml d'eau avant dosage, ... Dans la question **II.C.2**), au lieu de suivre pas à pas le mode opératoire et de répondre aux questions qui avaient pour but de les aider, beaucoup de candidats ont cherché à replacer les formules qu'ils connaissaient, ou à placer dans leur réponse des choses lues dans l'énoncé, même quand elles n'avaient aucun rapport : par exemple parler de  $\text{H}_2\text{S}$  quand il s'agit d'un mélange de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  et  $\text{H}_2\text{SO}_3$ . Finalement, moins de 1% des candidats ont trouvé la concentration d'un mélange de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  et  $\text{H}_2\text{SO}_3$  effectué en 2 fois à l'aide de deux indicateurs colorés !

Les questions étaient clairement posées et séparées, ce qui fait qu'il n'y avait pas d'ambiguïté pour l'attribution — ou non — des points.

Une première chose à rappeler aux candidats est qu'il s'agit d'une épreuve de chimie, et que les réponses ne sont pas la simple application servile de formules mais qu'il est utile également de réfléchir à ce qui se passe. Dans beaucoup de cas, également, on peut observer un gros manque de rigueur de la réponse. Il faut justifier tous les résultats annoncés, mais sans excès de détails ; il est en effet inutile, et donc nuisible, de trop détailler les réponses, car il en résulte une perte de temps qui empêche ces candidats corrects d'aller aussi loin qu'ils l'auraient pu, et diminue donc leur note par rapport à ce dont ils étaient capables. Le mot d'ordre est : rigueur et concision.

Sinon, les conseils généraux à donner aux candidats restent les mêmes d'une année sur l'autre :

- toujours commencer par lire le texte en entier, et attentivement, afin d'avoir une vue d'ensemble du sujet et de ses diverses parties et de rentabiliser au mieux leur travail pendant le temps limité dont ils disposent ;
- les résultats numériques doivent être donnés en précisant l'unité (un résultat numérique sans unité est nul et non avenu), et en employant un nombre de chiffres significatifs compatibles avec la précision des données ; il est impératif de contrôler que les ordres de grandeur des résultats et les signes obtenus ne sont pas aberrants ;
- les explications et les justifications des résultats doivent être suffisantes mais pas excessives. Ainsi, il est conseillé aux candidats de marquer sur leur copie ce qui est pertinent pour la question posée, mais surtout de ne pas perdre beaucoup de temps à déverser sur leur copie un tas d'informations plus ou moins en rapport avec le sujet, et en laissant à l'examineur le soin de faire lui-même le tri. Si on demande d'expliquer une approximation, ne pas oublier de préciser toutes les hypothèses qui sont faites ;
- tout en reconduisant la recommandation « même en chimie, on a intérêt à réfléchir avant de répondre », on peut ajouter que certaines questions préliminaires sont destinées à aider le candidat. Il est donc judicieux de se servir de ces réponses pour la suite des questions. Enfin, la comparaison entre les parties bien traitées et les parties ratées, ou non abordées, laisse à penser que certains candidats pourraient a priori avoir des notes globales nettement meilleures s'ils faisaient preuve de plus de motivation avec peut-être aussi plus d'entraînement à la résolution des problèmes de chimie-physique.

L'aspect général des copies reste convenable et les questions sont en général présentées dans l'ordre, ce qui facilite la tâche des correcteurs ; par contre, on peut regretter que les feuilles (ou les pages) ne soient pas toujours systématiquement numérotées, avec indication du nombre total de feuilles (ou de pages) dans la copie. On constate toujours la présence de trop de fautes d'orthographe et de style, de copies mal présentées et mal écrites (mais heureusement pas de copie illisible!).

## **Conclusions**

Ce sujet, formait un tout cohérent couvrant une partie du programme. Il était de longueur très raisonnable, et ne comportait pas de difficulté pour un candidat TSI suffisamment entraîné en chimie. Les résultats sont très décevants et ce sujet n'a même permis de mettre en valeur quelques bons candidats ayant fait l'effort d'acquiescer un niveau minimal en chimie. La plupart des candidats ne semblent même pas capables de suivre les consignes d'un texte simple en chimie. En fait, un certain nombre de candidats semblent avoir délibérément décidé de négliger, parfois complètement, cette matière en ne lui consacrant pas le temps d'entraînement nécessaire.

## **Partie IV Conditionnement d'un signal : Mines PSI 2022**

### **Commentaires généraux et suggestions aux candidats**

Le jury note que les raisonnements des candidats sont dans l'ensemble corrects, mais qu'ils sont trop souvent mal rédigés. S'ajoute à cela des conclusions souvent manquantes, laissant ainsi au correcteur la charge d'interpréter ce qui est écrit et de compléter les éléments manquants. On rappelle que des résultats bruts sans justification, des résultats numériques sans unité ou accompagnés d'une unité erronée ne peuvent pas se voir accorder de point. Le jury rappelle l'importance de la vérification de l'homogénéité des résultats, qui permet de corriger efficacement bon nombre d'erreurs. Les explications sont parfois trop longues ou absentes, souvent confuses et contradictoires. Il est regrettable de constater une dégradation de l'écriture et, plus important, la difficulté pour beaucoup de faire une phrase simple, expliquant succinctement le raisonnement en utilisant le vocabulaire adapté.

### **Analyse détaillée des questions**

Il est à noter que dans une part non négligeable des copies, cette partie a été traitée de manière tout à fait satisfaisante. Les montages à ALI, en fonctionnement linéaire et saturé, ont souvent été bien traités. Q18 - Une définition raisonnable d'un ALI idéal est rarement donnée, on remarque également que les candidats ont très souvent confondu ALI idéal et ALI en régime linéaire.

Q19 - Les relations entre les tensions d'entrée et de sortie ont presque toujours été obtenues.

Q20 - Cette question a souvent donné lieu à de bonnes réponses.

Q21 - La plupart des candidats connaissaient le résultat et ont su l'exposer de façon satisfaisante.

Q22 - Les applications numériques ont été très correctes et les interprétations justes.

Q23 - La question a été très bien traitée par de nombreux candidats.

Q24 - Les réponses sont justes, mais le traitement d'une question où interviennent des diodes donne des réponses souvent trop longues et confuses. À nouveau, plus que le résultat, c'est la clarté du raisonnement qui y conduit qui pose problème.

Q25 - Q26 - Q27 - Q28 - Cette série de questions a été bien traitée dans l'ensemble.

Q29 - Q30 - Q31 - Ces questions plus calculatoires ont posé des problèmes à de nombreux candidats, mais ont également été très bien abordées par d'autres. Un nombre non négligeable de candidats a su garder la concentration nécessaire pour fournir des réponses satisfaisantes.

Q32 - De bonnes propositions d'améliorations ont été rencontrées.

# Correction DS 1

## I. Capteur de proximité capacitif

1. Selon le schéma donné, les capacités  $C$  et  $C_p$  sont en série et  $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_p}$  d'où  $C_{eq} = \frac{CC_p}{C+C_p}$ . Par ailleurs, les capacités  $C_{eq}$  et  $C_e$  sont en parallèle et

$$C_{AB} = C_{eq} + C_e = \frac{CC_p}{C+C_p} + C_e$$

2. On peut relier par un fil l'armature ( $B$ ) à la surface de mesure et court-circuiter ainsi la capacité  $C_p$ . On ne court-circuite pas  $C$  car l'armature ( $A$ ) n'est pas au même potentiel...  
 3. La loi des nœuds en terme de potentiels appliquée à cette borne donne  $\frac{0-V^-}{R_1} = \frac{V^- - v_2}{R_2}$ . Or l'ALI idéal en fonctionnement linéaire vérifie  $\varepsilon = 0 = V^+ - V^- = v_1 - V^-$  d'où  $v_1 \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) = \frac{v_2}{R_2}$ , dont on déduit :

$$\underline{H}_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Dans le bloc filtrage, le condensateur et la résistance en parallèle ont une impédance équivalente  $Z_p = \frac{R}{1+jRC\omega}$  et l'association série donne  $Z_s = \frac{1+jRC_{AB}\omega}{jRC_{AB}\omega}$ . Un pont diviseur de tension permet alors d'écrire :

$$\underline{H}_2 = \frac{Z_p}{Z_s + Z_p} = \frac{jRC_{AB}\omega}{1 - R^2CC_{AB}\omega^2 + jR(C + 2C_{AB})\omega}$$

On voit alors que  $\underline{H}_2 \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} 0$  et que  $\underline{H}_2 \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0$  et le filtre est un passe-bande.

4. L'expression demandée est :

$$\underline{H} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{jRC_{AB}\omega}{1 - R^2CC_{AB}\omega^2 + jR(C + 2C_{AB})\omega}$$

avec  $\underline{H} = \frac{v_2}{v_3}$ . On en déduit l'équation différentielle suivante :  $v_2 + R(C + 2C_{AB})\frac{dv_2}{dt} + R^2CC_{AB}\frac{d^2v_2}{dt^2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}RC_{AB}\frac{dv_3}{dt}$ , soit encore avec  $v_2 = v_3 = v_s$  :

$$R^2CC_{AB}\frac{d^2v_2}{dt^2} + \frac{dv_2}{dt} \left( R(C + 2C_{AB}) - \frac{R_1 + R_2}{R_1}RC_{AB} \right) + v_2 = 0$$

Cette équation devient celle d'un oscillateur harmonique si  $R(C + 2C_{AB}) - \frac{R_1 + R_2}{R_1}RC_{AB} = 0$  soit

$$R_2 = R_1 \frac{C + C_{AB}}{C_{AB}}$$

La pulsation propre du système est alors

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{R^2CC_{AB}}}$$

5. Si on prend  $\Delta z = 0$  et  $C = C_0$ , la condition établie précédemment permet d'écrire que  $R_2 = 2R_1$ . L'équation différentielle devient :

$$R^2C_0^2 \left( 1 - k \frac{\Delta z}{z_0} \right) \frac{d^2v_2}{dt^2} + RC_0 \frac{\Delta z}{z_0} \frac{dv_2}{dt} + v_2 = 0$$

Comme  $1 \gg \frac{\Delta z}{z_0}$ , la stabilité de cette équation différentielle dépend du signe de  $\Delta z$ . Si  $\Delta z > 0$  alors on a affaire à un système pseudo-périodique amorti, sinon on a affaire à un système pseudo-périodique amplifié (instable).

6. La loi des nœuds en terme de potentiels écrites à l'entrée inverseuse donne  $\frac{v_2 - e^-}{R_3} = \frac{e^- - v_5}{R_3}$  d'où  $e^- = \frac{v_2 + v_5}{2}$ .  
 De même à la borne non-inverseuse, il vient  $\frac{v_2 - e^+}{R_3} = jC_3\omega(e^+ - 0)$  d'où  $e^+ = \frac{v_2}{1 + jRC_3\omega}$ .  
 En fonctionnement linéaire  $e^+ = e^-$  et il vient  $\frac{v_2 + v_5}{2} = \frac{v_2}{1 + jRC_3\omega}$  soit

$$\underline{T}_A = \frac{1 - jR_3C_3\omega}{1 + jR_3C_3\omega}$$

On en déduit  $T_A = \|\underline{T}_A\| = 1$  et  $\phi = \arg(\underline{T}_A) = -2 \arctan(R_3C_3\omega)$ .

Il s'agit d'un montage déphaseur.

7. Le bloc B est un montage multiplieur. La tension  $v_6 = v_2 \times \frac{v_5}{E} = \frac{V_0 \sin(\omega t) \times V_0 \sin(\omega t + \phi)}{E}$ . Avec l'aide donnée, il vient :

$$v_6(t) = \frac{V_0^2}{2E} (\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi))$$

8. Un pont diviseur de tension donne

$$\underline{T}_C = \frac{1}{1 + jR_4C_4\omega}$$

De  $\underline{T}_C \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} 0$  et  $\underline{T}_C \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 1$ , on déduit qu'il s'agit d'un filtre passe-bas de pulsation caractéristique

$$\omega_c = \frac{1}{R_4C_4}$$

En prenant une pulsation  $\omega_c \ll 2\omega$ , on peut filtrer le signal réel  $v_6(t)$  et le débarrasser de sa composante sinusoïdale pour ne conserver que la composante continue qui est proportionnelle à  $\cos \phi$ .

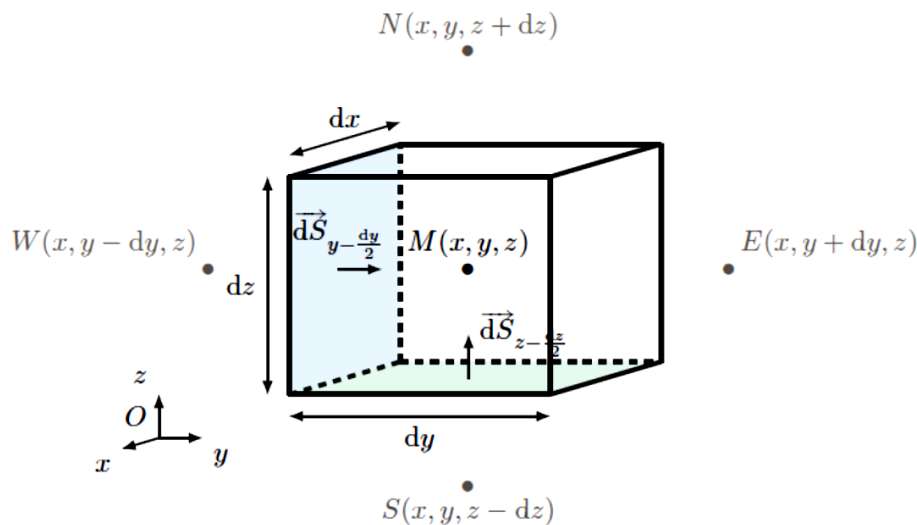
## II. Formation et stabilité d'un nuage

1. Les deux principaux constituants physico-chimiques de l'air sont le diazote  $N_2$  présent à environ 80 % et le dioxygène  $O_2$  présent à environ 20 %.

On en déduit

$$M_{\text{air}} = 0,8M_{N_2} + 0,2M_{O_2} \simeq 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

2. On s'intéresse à une particule fluide, centrée en  $M(x, y, z)$ , parallélépipédique de volume  $\delta V = dx dy dz$  décrite dans la figure ci-dessous :



Dans un référentiel galiléen, l'équilibre d'une particule fluide s'écrit :  $\sum \vec{dF} = \vec{0}$ . En prenant en compte l'ensemble des forces de pression appliquées à chacune des faces du volume mésoscopique  $\delta V$ , on a, avec un développement de Taylor<sup>2</sup> à l'ordre 1 :

$$\vec{dF}_{\text{surf}} = \begin{pmatrix} -P \left( x + \frac{dx}{2} \right) dydz + P \left( x - \frac{dx}{2} \right) dydz \\ -P \left( y + \frac{dy}{2} \right) dx dz + P \left( y - \frac{dy}{2} \right) dx dz \\ -P \left( z + \frac{dz}{2} \right) dx dy + P \left( z - \frac{dz}{2} \right) dx dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{y,z} \\ -\frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{x,z} \\ -\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{x,y} \end{pmatrix} dx dy dz = -\vec{\text{grad}} P dx dy dz$$

L'équilibre statique de la particule fluide s'écrit donc :  $\vec{dF}_{\text{vol}} + \vec{dF}_{\text{surf}} = \vec{0}$ , soit après simplification par  $\delta V$  :  $\vec{\text{grad}} P = \vec{f}_{\text{vol}}$ . Dans le cas qui nous concerne, la seule force de volume est le poids et il reste :

$$\boxed{\frac{dP}{dz} = -\rho_{\text{air}} g}$$

3. La loi des gaz parfaits s'écrit  $PV = nRT_0 = \frac{m}{M_{\text{air}}} RT_0$  d'où  $PM_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} RT_0$ . Si on l'incorpore dans la relation de l'hydrostatique, il vient :  $\frac{dP}{dz} = -P \frac{M_{\text{air}} g}{RT_0}$ , équation différentielle d'ordre 1 de solution :  $P(z) = Ae^{-\frac{M_{\text{air}} g}{RT_0} z}$  et avec  $P(z=0) = P_0$ , il vient :

$$\boxed{P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{M_{\text{air}} g}{RT_0} z\right)}$$

4. La hauteur

$$\boxed{H = \frac{RT_0}{M_{\text{air}}} \simeq 8,3 \text{ km}}$$

est la hauteur caractéristique demandée.

5. (a) La relation 2, et  $\rho_{\text{air}} = \frac{PM}{R(T_0 - \lambda z)}$  permettent d'écrire :  $\frac{dP}{dz} = -P \frac{M_{\text{air}} g}{RT_0(1 - \frac{\lambda}{T_0} z)}$ . Par séparation des variables :  $\frac{dP}{P} = -\frac{M_{\text{air}} g}{RT_0} \frac{dz}{1 - \frac{\lambda}{T_0} z}$  soit après intégration :  $\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{T_0}{\lambda} \frac{M_{\text{air}} g}{RT_0} \ln\left(1 - \frac{\lambda}{T_0} z\right)$  soit :

$$\boxed{P(z) = P_0 \left(1 - \frac{\lambda}{T_0} z\right)^{\frac{M_{\text{air}} g}{R\lambda}}$$

- (b) Les applications numériques donnent :

| Altitude (km)               | 0,5   | 2     | 5     | 8     | 11    | 14    |
|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pression expérimentale (Pa) | 94500 | 79300 | 54800 | 36700 | 23700 | 14600 |
| Pression théorique (Pa)     | 94457 | 79603 | 56535 | 40153 | 28517 | 20252 |
| Écart relatif (%)           | 0     | 0     | 3     | 9     | 20    | 39    |

Compte-tenu des approximations faites, on peut considérer que ce modèle reste pertinent jusqu'à l'altitude de

$$\boxed{H_{\text{max}} = 8 \text{ km}}$$

6. Les équations établies préalablement font intervenir 3 inconnues  $P$ ,  $T$ ,  $\rho_{\text{air}}$ . Il faut donc établir un système de 3 équations :

- relation de la statique des fluides :  $\frac{dP}{dz} = -\rho_{\text{air}} g$ ,
- équation des gaz parfaits :  $P = \rho_{\text{air}} \frac{RT}{M_{\text{air}}}$ ,
- Loi de LAPLACE :  $\frac{P}{\rho_{\text{air}}^\gamma} = \text{cste}$  soit encore :  $\frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\rho_{\text{air}}}{\rho_{\text{air}}} = 0$ .

7. (a) On commence par établir la température à  $z = 500 \text{ m}$  avec la loi donnée par l'énoncé :  $T(z = 500 \text{ m}) \simeq 295 \text{ K}$ .

Avec les données du tableau, il vient :

$$\boxed{P_{\text{sat}}(z = 500 \text{ m}) \simeq 2755 \text{ Pa}}$$

(b) En appliquant la loi de DALTON, on a

$$P_{\text{eau}} = x_{\text{eau}}P = 0,04.P(z = 500 \text{ m}) \simeq 3780 \text{ Pa}$$

La pression partielle de la vapeur d'eau est inférieure à la pression de vapeur saturante à cette altitude et l'eau doit donc se liquéfier.

- (c) Le phénomène est l'équivalent de la surfusion. La vapeur d'eau est dans un état métastable (un puits de stabilité locale) et ne changera d'état que lorsqu'elle recevra une perturbation.
8. (a) Le bilan des forces exercées sur la gouttelette d'eau se résume à : poids  $\vec{p} = mg\vec{u}_z$  et force de frottement  $\vec{f} = -6\pi\eta_{\text{air}}r\vec{v}$ .
- (b) La poussée d'ARCHIMÈDE sur un corps totalement immergé ne peut prendre de valeur non nulle que si la pression qui l'entoure dépend de l'espace. A l'échelle de la gouttelette, la pression est uniforme et la poussée d'ARCHIMÈDE nulle.
- (c) Le principe fondamental de la dynamique pour le système {gouttelette} s'écrit :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - 6\pi\eta_{\text{air}}r\vec{v}$$

avec  $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{eau}}$ .

9. Lorsque la vitesse limite est atteinte, on a  $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$  d'où

$$\vec{v}_{\text{lim}} = \frac{2r^2\rho_{\text{eau}}\vec{g}}{9\eta_{\text{air}}}$$

L'application numérique donne

$$v_{\text{lim}} \simeq 12 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

10. L'équation différentielle de la question 8c est du premier ordre et admet un temps caractéristique

$$\tau = \frac{2r^2\rho_{\text{eau}}}{9\eta_{\text{air}}} \simeq 1,2 \text{ ms}$$

11. Compte-tenu du temps caractéristique d'accélération  $\tau$ , calculé précédemment, on peut donc considérer que la vitesse est constante sur toute la hauteur de chute et la durée est donc :

$$T = \frac{H}{v} \simeq 167000 \text{ s}$$

soit environ 2 jours.

### III. Dosage de l'acide sulfurique

1.

$$\frac{98}{100} = 0,98 = \frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{H}_2\text{SO}_4}} \Rightarrow m_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 49 m_{\text{H}_2\text{O}} \quad (\text{rapport des masses}).$$

$$\text{masse volumique, } \mu = \frac{m_{\text{solution}}}{V_{\text{solution}}} = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{V_{\text{solution}}} = \frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{V_{\text{sol}}} \left(1 + \frac{1}{49}\right)$$

$$\mu = \frac{\eta_{\text{H}_2\text{SO}_4} \rho_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{V_{\text{sol}}} \left(1 + \frac{1}{49}\right) = [\text{H}_2\text{SO}_4] \times 1,02 \rho_{\text{H}_2\text{SO}_4}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_2\text{SO}_4] = \frac{\mu}{1,02 \rho_{\text{H}_2\text{SO}_4}}$$

$$\rightarrow [\text{H}_2\text{SO}_4] = \frac{1,84 \cdot 10^3}{1,02 \times (2 + 32,1 + 4 \times 16)} \quad \begin{matrix} \text{conversion} \\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3} \rightarrow \text{g} \cdot \text{L}^{-1} \end{matrix}$$

$$[\text{H}_2\text{SO}_4] = 18,4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



2. On mesure la différence de potentiel entre une électrode de verre indicatrice et une électrode de référence (calomel par exemple).

3.

La première acidité est forte : dans l'eau, on observe la transformation totale :  $H_2SO_4(aq) + H_2O(l) = HSO_4^-(aq) + H_3O^+(aq)$ .

Initialement, la solution contient 2 acides :  $H_3O^+(aq)$  et  $HSO_4^-(aq)$ .

Avant tout ajout de la solution titrante, on a une solution qui contient des ions  $H_3O^+$  et des ions  $HSO_4^-$ .

4.

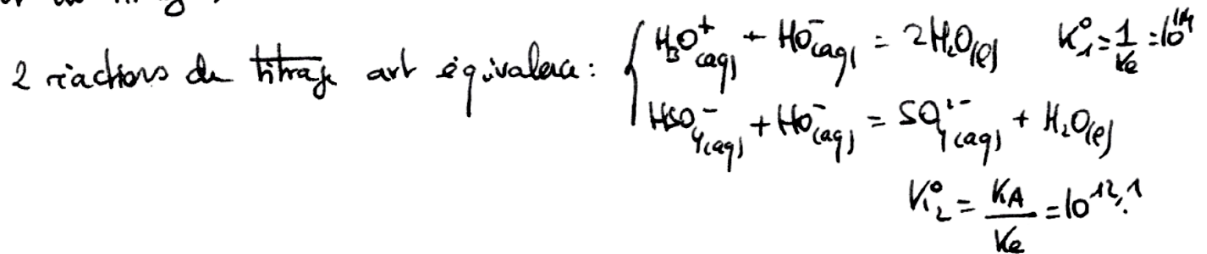
| Courbe | Attribution.                                        |
|--------|-----------------------------------------------------|
| 1      | $pH = f(V) \rightarrow$ observation d'un saut de pH |
| 2      | $\% (SO_4^{2-})$                                    |
| 3      | $\% (HSO_4^-)$                                      |

$SO_4^{2-}$  est formé par consommation des ions  $HSO_4^-$  par  $HO^-$  : quantité de  $HSO_4^-$  diminue, quantité de  $SO_4^{2-}$  augmente.

La courbe 3 est donc  $\%HSO_4^-$  et la courbe 2  $\%SO_4^{2-}$ .

5.

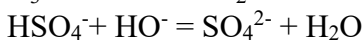
Avant l'équivalence, les 2 réactions de titrage ont lieu simultanément (2 preuves : 1 seul saut de pH et surtout,  $HSO_4^-$  est consommé dès le début du titrage).



Les réactions de dosage s'écrivent :



$$K^o = 10^{14}$$



$$K^o = 10^{12,1}$$

6. A l'équivalence, on dose simultanément  $H_3O^+$  et  $HSO_4^-$  car le rapport des deux constantes précédentes  $< 10^4$

$$\begin{aligned} n_{HO^- \text{ vers } a} &= n_{HO^- \text{ par litre } H_3O^+} + n_{HO^- \text{ par litre } HSO_4^-} && \text{(relat ex quantités de matière)} \\ &= n_{H_3O^+} + n_{HSO_4^-} && \text{(à l'équivalence, réactifs introduit dans les proportions stoechiométriques)} \end{aligned}$$

$$n_{HO^-, \text{ equiv.}} = 2 n_{H_2SO_4 \text{ initiale}}$$

$$C_B V_{eq} = 2 C_A V_0 \Rightarrow \left[ C_A = \frac{C_B V_{eq}}{2 V_0} = 0,5 \text{ mol.l}^{-1} \right]$$

(6)

7.

Le titrage pH-métrique ne permet pas de mettre en évidence les 2 acidités (1 seul saut de pH observé).

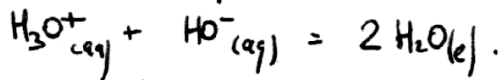
8. On mesure avec la cellule conductimétrique qui fonctionne en courant alternatif à forte fréquence, la résistance de la solution comprise entre deux plaques de platine platiné. La conductance est alors proportionnelle à la conductivité à une constante près caractéristique de la cellule.

9. Il est inutile ici d'étalonner le conductimètre qui doit donner l'évolution de la conductivité en fonction du volume de soude rajouté. On ne cherche pas à avoir une valeur exacte de la conductivité pour remonter aux concentrations des ions en solution, mais seulement ses variations

10.

Le sujet semble inviter le candidat à faire l'hypothèse que les 2 réactions de titrage sont successives ... (?)

Avant la première équivalence, on titre les ions  $H_3O^+$  (acide le + fort).

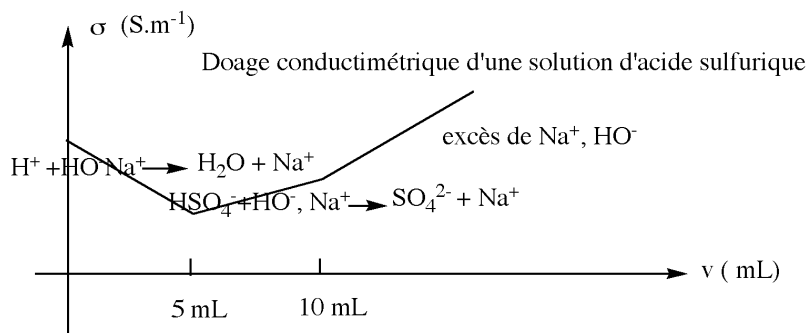
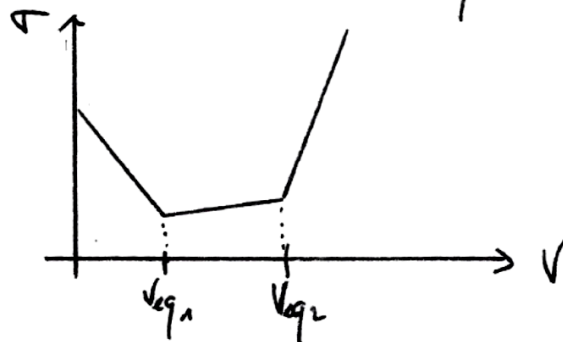


D'un point de vue ionique, les ions  $H_3O^+$  sont remplacés par des ions  $Na^+$  de conductivité molaire bien moindre: la conductivité diminue.

Ensuite, on titre les ions  $HSO_4^-$  selon  $HSO_4^-_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = SO_4^{2-}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$ .

Ici, un ion  $HSO_4^-$  est remplacé par un ion  $SO_4^{2-}$  et un ion  $Na^+$ . La conductivité augmente. ( $\lambda^{\circ}_{HSO_4^-} < 2\lambda^{\circ}_{SO_4^{2-}} + \lambda^{\circ}_{Na^+}$ )

Après la seconde équivalence, tous les acides ont été détruits. Les ions  $HO^-$  et  $Na^+$  s'accumulent. La conductivité augmente fortement par les ions  $HO^-$  ont une conductivité ionique molaire élevée.



11.

J'aurais répété un seul vu que les réactions de titrage ont des constants proches.

Si l'on ne attend le calcul de 2 volumes équivalents :

$$\otimes 1^{\text{er}} \text{ équivalence : } n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HO}^-} \Rightarrow C_B V_{\text{eq}_1} = C_A V_0 \Rightarrow \underline{V_{\text{eq}_1} = 5 \text{ mL}}$$

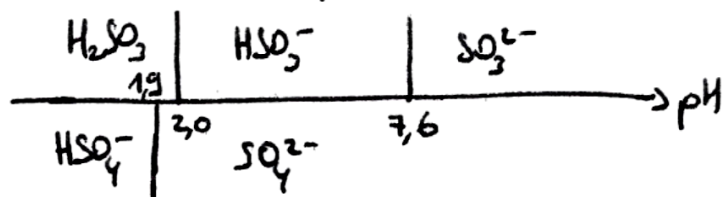
$$\otimes 2^{\text{de}} \text{ équivalence : } \underset{V_{\text{eq}_1} \text{ et } V_{\text{eq}_2}}{n_{\text{HO}^- \text{ restant}}} = n_{\text{HSO}_3^-} \Rightarrow C_B (V_{\text{eq}_2} - V_{\text{eq}_1}) = C_A V_0 \Rightarrow \underline{V_{\text{eq}_2} = 10 \text{ mL}} \quad (7)$$

12.

Intérêt de la conductimétrie  $\Rightarrow$  détecter des volumes équivalents invisibles en pH-métrie.

13.

Diagramme de prédominance

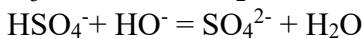


14.

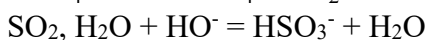
On dose les trois premières acidités lors du dosage en présence de rouge de métacrésol.



$$K^\circ = 10^{14}$$



$$K^\circ = 10^{12,1}$$



$$K^\circ = 10^{12}$$

15.

En présence de rouge de crésol, on dose toutes les acidités : les trois précédentes et on dose également l'hydrogénosulfite selon l'équation suivante :



$$K^\circ = 10^{6,4}$$

16.

A la première équivalence,

$$n_{\text{HO}^-} = n_{\text{H}_3\text{O}^+} + n_{\text{HSO}_3^-} + n_{\text{H}_2\text{SO}_3}$$

$$C_B V_{\text{eq}_1} = 2C_1 V_0 + C_2 V_0 \Rightarrow 2C_1 + C_2 = \frac{C_B V_{\text{eq}_1}}{V_0}$$

A la seconde équivalence,

$$\underset{\text{equiv 1 et equiv 2}}{n_{\text{HO}^- \text{ restant}}} = n_{\text{HSO}_3^-} \Rightarrow C_B (V_{\text{eq}_2} - V_{\text{eq}_1}) = C_2 V_0$$

on en déduit :

$$\boxed{\begin{aligned} C_2 &= \frac{C_B (V_{\text{eq}_2} - V_{\text{eq}_1})}{V_0} = 0,15 \text{ mol.L}^{-1} \\ C_1 &= 0,05 \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}}$$

On traduit les deux équivalences :

$$C_2 V_0 = C_B (V_{\text{eq}_2} - V_{\text{eq}_1})$$

$$(2C_1 + C_2) V_0 = C_B V_{\text{eq}_1}$$

Numériquement  $C_2 = 0,15 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $C_1 = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$

# Correction du supplément

## III Conditionnement du signal

□ - 18. Un ALI idéal possède deux caractéristiques principales :

- Son impédance d'entrée est infinie : les courants de polarisation sont nuls  $i_+ = i_- = 0$
- Son impédance de sortie est nulle
- Son gain différentiel est infini :  $\varepsilon = 0$  en régime linéaire.

On étend souvent ce modèle au gain infini bien que parfois, on puisse étudier un ALI idéal de gain fini. On

A priori, on peut dire que :

- Les ALI (A1) et (A2) fonctionnent en régime linéaire car leur rétroaction est effectuée sur la borne inverseuse
- L'ALI (A3) fonctionne en régime saturé car sa rétroaction a lieu sur la borne non-inverseuse

□ - 19. On considère l'ALI (A1). Le régime est *a priori* linéaire donc  $\varepsilon = 0$ .

La borne non-inverseuse est reliée à la masse donc :  $v_{+1} = 0$  (potentiel de la borne non-inverseuse). On en déduit donc que  $v_{-1} = 0$ , donc d'après la loi des nœuds en termes de potentiels appliquée à la borne  $\ominus$  :

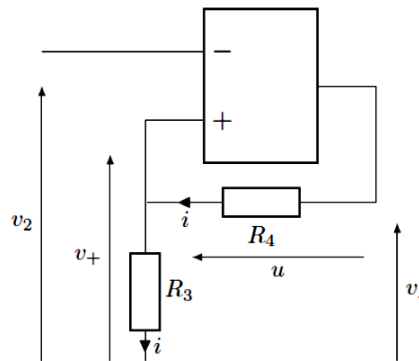
$$0 = v_{-1} = \frac{v_e}{R_1} + \frac{v_1}{R_2} \Leftrightarrow \frac{v_e}{R_1} = -\frac{v_1}{R_2} \Leftrightarrow \boxed{v_e = -\frac{R_1}{R_2}v_1}$$

On considère l'ALI (A2). Le régime est *a priori* linéaire donc  $\varepsilon = 0$ .

La borne non-inverseuse est reliée à la masse donc :  $v_{+2} = 0$  (potentiel de la borne non-inverseuse). On en déduit donc que  $v_{-2} = 0$ , donc d'après la loi des nœuds en termes de potentiels appliquée à la borne  $\ominus$  utilisée en régime sinusoïdal forcé :

$$0 = v_{-2} = \frac{v_1}{R} + \frac{v_2}{1/j\omega C} \Leftrightarrow \frac{v_1}{R} = -v_2 j\omega C \Leftrightarrow \boxed{v_1 = -RC \frac{dv_2}{dt}}$$

□ - 20. Introduisons quelques notations :



La loi d'Ohm donne :

$$R_3 i = v_+ \quad \text{et} \quad R_4 i = -u \quad \text{soit} \quad u = -v \frac{R_4}{R_3}$$

D'après la loi des mailles, on obtient :

$$v_+ = u + v_s \quad \text{soit} \quad v_+ \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = v_s$$

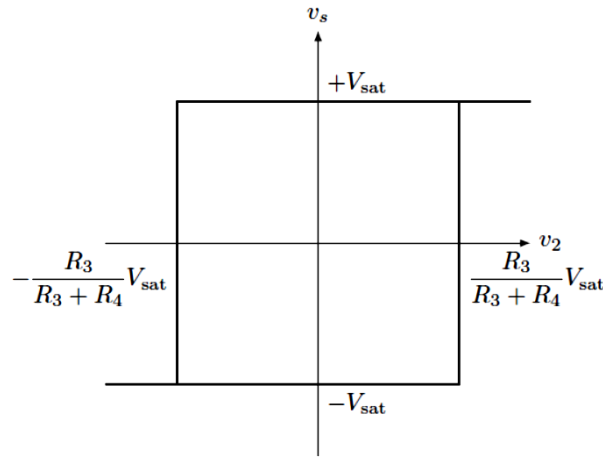
On en déduit donc :

$$\varepsilon = v_+ - v_- = v_s \frac{R_3}{R_3 + R_4} - v_2$$

Ainsi, procédons en suivant un chemin :

- Si  $v_2 < 0$  et  $v_s = +V_{\text{sat}}$  ensuite,  $v_2$  augmente jusqu'à  $V_{\text{lim}} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{\text{sat}}$ . À partir de cette valeur,  $v_2$  continue d'augmenter mais  $v_s = -V_{\text{sat}}$  car  $\varepsilon$  devient négatif.
- Ensuite,  $v_2$  diminue jusqu'à  $-V_{\text{lim}}$  à partir d'où  $v_s = +V_{\text{sat}}$  et  $v_2$  continue de diminuer dans les valeurs négatives.

On peut ainsi tracer le cycle suivant :



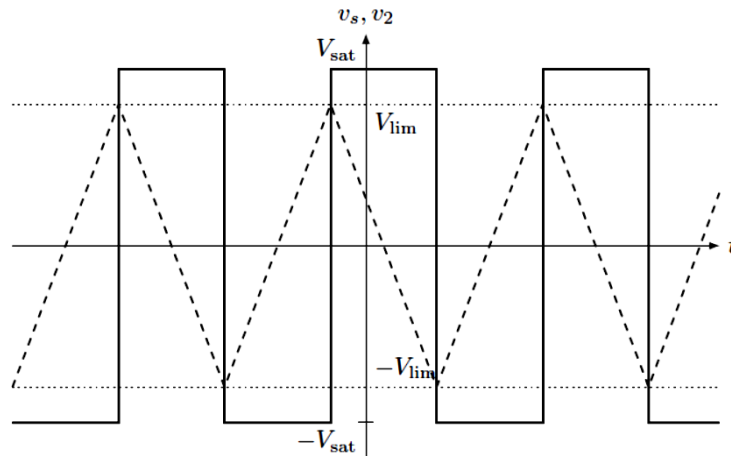
□ - 21. D'après la figure 8, on observe que  $v_s = v_e$ , on en déduit, d'après les questions précédentes :

$$v_1 = -\frac{R_2}{R_1}v_s \quad \text{soit} \quad \frac{dv_2}{dt} = \frac{R_2}{R_1 R_2 RC}v_s$$

Lorsque  $v_s = +V_{\text{sat}}$ , alors  $v_2(t) = -\frac{R_2}{R_1 RC}V_{\text{sat}}t + V_{\text{lim}}$ .

Lorsque  $v_s = -V_{\text{sat}}$ , alors  $v_2(t) = \frac{R_2}{R_1 RC}V_{\text{sat}}t - V_{\text{lim}}$ .

On en déduit le tracé suivant :



$v_2$  est visiblement une fonction triangulaire périodique du temps de même période que  $v_s$ . On en déduit donc que  $\frac{T}{2}$  est la durée pour passer de  $+V_{\text{lim}}$  à  $-V_{\text{lim}}$ .

On pose  $t = 0$  tel que :

$$\begin{cases} v_2(0) = V_{\text{lim}} \\ v_2(\frac{T}{2}) = -V_{\text{lim}} \end{cases} \Rightarrow 2V_{\text{lim}} = v_2(0) - v_2\left(\frac{T}{2}\right) = V_{\text{lim}} + \frac{R_2}{R_1 RC}V_{\text{sat}}\frac{T}{2} - V_{\text{lim}} \quad \text{d'après l'expression établie plus haut}$$

On en déduit donc :

$$2V_{\text{lim}} = \frac{R_2}{R_1 RC}V_{\text{sat}}\frac{T}{2} \quad \text{soit} \quad \boxed{T = 4 \frac{R_3 R_1 RC}{R_2 (R_3 + R_4)}}$$

□ - 22.  $T = \frac{1}{f}$  ( $f$  la fréquence du signal) donc :

$$C = \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{4 R R_3 R_1 f} = \frac{R_3 + R_4}{4 R R_3 f}$$

L'application numérique donne :  $\boxed{C = 0,25 \mu\text{F}}$ .

La modification de la fréquence est possible en plaçant une résistance variable sur  $R$ . Ainsi, n'apparaissant que dans ce paramètre, il n'y a pas de compromis à trouver avec d'autres réglages apparemment.

D'après nos raisonnements précédents,  $E = V_{\text{lim}}$  :

$$E = \boxed{\frac{R_3}{R_3 + R_4}V_{\text{sat}}}$$

Cette amplitude est modifiée à l'aide des résistances  $R_3$  et  $R_4$ .

Pour obtenir le rapport désiré, il faut :

$$0,22 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{R_3}{R_4} = 0,28}$$

On obtient alors  $\boxed{E = 4,23 \text{ V}}$

□ - 23. D'après le schéma :

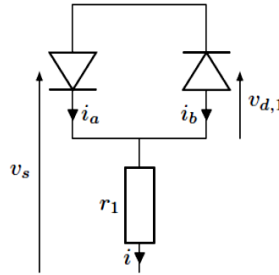
$$\left. \begin{array}{l} \frac{v_t(1/4)}{E} = 1 \\ \frac{v_t(0)}{E} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v_t(\theta)}{E} = 4\theta$$

Ainsi :

$$\text{Pour } 0 \leq \frac{t}{T} \leq \frac{1}{4}, \quad \boxed{v_t(\theta) = 4\theta E}$$

□ - 24. Supposons que les deux diodes conduisent le courant simultanément. On en déduit donc que la tension à leurs bornes est à la fois **strictement** inférieure et égale à  $U_s > 0$ . Cette incohérence nous conduit donc à affirmer que l'une des deux seulement peut être passante.

Introduisons quelques notations :



Si l'une des deux diodes passe, alors  $u_{d,1} = U_s$  d'après l'énoncé et  $i_a = i > 0$  ou bien  $i_b = i > 0$ . Ainsi :

$$v_s = U_s + r_1 i \geq U_s \quad \text{avec } i > 0$$

Ce qui implique donc que si  $v_s \leq U_s$ , alors  $i = 0$ , le courant circulant dans  $r_1$  est donc bien nul.

Si  $v_s > U_s$ , alors le courant est non nul. On a donc :  $\boxed{U_s = U_1}$ .

□ - 25. Par un raisonnement similaire :  $v_s = 2U_s + r_2 i$  avec  $i > 0$ .

La valeur de  $U_2$  est donc :  $\boxed{U_2 = 2U_s}$ .

□ - 26. La tension maximale atteinte par la tension aux bornes d'une diode est  $U_s$  d'après l'énoncé. On en déduit donc, par additivité des tensions, que la tension maximale de la cellule (3) est de  $\boxed{V_{\max} = 3U_s}$ .

□ - 27. En  $\theta = 0$ ,  $s(\theta) \sim V_{\max} 2\pi\theta$ , or,  $v_t(\theta) = 4\theta E$ , on veut donc :

$$3U_s \times 2\pi = 4E \quad \text{soit} \quad \boxed{U_s = \frac{2E}{3\pi}}$$

On peut reformuler cela avec le rapport :

$$\boxed{\frac{E}{U_s} = \frac{3\pi}{2}}$$

On obtient bien une fraction de  $\pi$ .

□ - 28. Si  $v_s < U_1$ , alors  $i = 0$  et  $i_s = 0$  d'après l'énoncé. On en déduit donc que :

$$v_s = v_t = 4\theta E \quad (\text{aucun courant ne traverse } r_0)$$

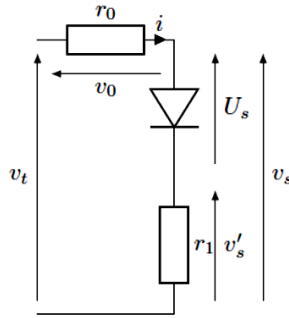
On cherche alors  $\theta_1$  tel que :

$$v_s(\theta_1) = U_1 \quad \text{soit} \quad 4\theta_1 E = U_1 = U_s$$

Ainsi :

$$\boxed{\theta_1 = \frac{U_s}{4E} = \frac{1}{6\pi}} \quad \text{d'après la condition précédemment établie}$$

□ - 29. Ici,  $U_1 < v_s < U_2$ , donc  $r_1$  est alimentée mais pas  $r_2$ . On a le montage suivant :



$$\left. \begin{array}{l} r_0 i = v_0 \\ r_1 i = v'_s = v_s - U_s \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v_0}{r_0} = \frac{v_s - U_s}{r_1}$$

Ainsi :

$$v_0 = \frac{r_0}{r_1} (v_s - U_s)$$

D'après la loi des mailles :

$$v_t = v_0 + v_s = \left( \frac{r_0}{r_1} + 1 \right) v_s - U_s \frac{r_0}{r_1}$$

On en déduit donc :

$$v_s = \frac{v_t + U_s \frac{r_0}{r_1}}{1 + \frac{r_0}{r_1}} = \frac{v_t + U_s \rho_1}{1 + \rho_1} \quad \text{soit} \quad \boxed{v_s = \frac{4\theta E + U_s \rho_1}{1 + \rho_1}}$$

Dérivons les expressions :

$$\frac{ds}{d\theta} = 3U_s \times 2\pi \cos(2\pi\theta) \quad \text{d'où} \quad \lim_{\theta \rightarrow \theta_1^+} \frac{ds}{d\theta} = 6U_s \pi \cos\left(\frac{1}{3}\right)$$

Et :

$$\frac{dv_s}{d\theta} = \frac{4E}{1 + \rho_1}$$

On en déduit, pour vérifier la relation indiquée dans l'énoncé :

$$\frac{4E}{1 + \rho_1} = 6U_s \pi \cos\left(\frac{1}{3}\right)$$

Ainsi, on obtient :

$$\boxed{\rho_1 = \frac{1}{\cos(\frac{1}{3})} - 1}$$

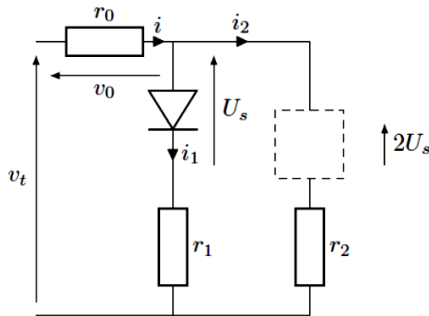
Compte-tenu de la définition de  $\theta_2$ , on peut écrire :

$$v_s(\theta_2) = U_2 = \frac{4\theta_2 E + \rho_1 U_s}{1 + \rho_1} \Rightarrow \theta_2 = \frac{U_s(2 + 2\rho_1 - \rho_1)}{4E} = (2 + \rho_1)\theta_1$$

On pose alors :  $\alpha = 2 + \rho_1$  soit  $\boxed{\alpha = \frac{1}{\cos(\frac{1}{3})} + 1}$

□ - 30. Désormais, on a :  $U_s < v_s < 3U_s$ . Le circuit devient alors :

D'après la loi des nœuds,  $i = i_1 + i_2$ , ainsi, en utilisant la loi d'Ohm :



$$\frac{v_0}{r_0} = \frac{v_s - U_s}{r_1} + \frac{v_s - 2U_s}{r_2}$$

La loi des mailles donne :

$$v_t = v_0 + v_s = \frac{r_0}{r_1} (v_s - U_s) + \frac{r_0}{r_2} (v_s - 2U_s) + v_s$$

Ainsi, on obtient :

$$\boxed{v_s = \frac{v_t + U_s \frac{r_0}{r_1} + 2 \frac{r_0}{r_2} U_s}{1 + \frac{r_0}{r_1} + \frac{r_0}{r_2}} = \frac{4E\theta + U_s \frac{r_0}{r_1} + 2 \frac{r_0}{r_2} U_s}{1 + \frac{r_0}{r_1} + \frac{r_0}{r_2}}}$$

□ - 31. Si  $\theta > \theta_3$ , comme  $v_s$  augmente et a atteint la valeur  $V_{\max}$ , sa valeur est bloquée à  $3U_1$ .

□ - 32. Les écarts peuvent être réduits en rajoutant des étapes. Ici, le système est constitué de 3 étapes mais en rajoutant plusieurs (à 4 diodes, à 5 etc...), on peut affiner l'approximation du signal désiré.