

DS

TSI2

Physique

4h

19 janvier 2024

I. Des oiseaux haut en couleurs – Les couleurs structurales (CCINP TPC 2023)

II. Isolation thermique (CCINP TPC 2023)

III. MOXIE (CCINP TSI 2023)

IV. Le câble coaxial (D'après CCINP TSI 2011)

Recommandations importantes

La plus grande attention sera apportée au soin, à la présentation et à la qualité de la rédaction.

Les résultats doivent être mis en valeur et exclusivement exprimés avec les notations de l'énoncé.

Si on introduit des notations personnelles, elles doivent toujours être soigneusement définies.

Un résultat non justifié ne sera, au mieux, que partiellement pris en compte.

Même si une valeur numérique est demandée, vous devez avant tout donner l'expression littérale.

Le calcul de la valeur numérique n'est jamais que la toute dernière étape.

Les résultats numériques doivent être accompagnés de leur unité.

Les exercices peuvent être traités dans un ordre quelconque, mais respectez la numérotation des questions.

Lisez l'énoncé en entier avant

(Calculatrice autorisée)

PROBLÈME 1

Des oiseaux haut en couleur

L'extraordinaire diversité des motifs colorés des oiseaux résulte de phénomènes physiques tels que l'absorption de la lumière, la diffusion, les interférences ou encore la diffraction.

Certains motifs peuvent être expliqués soit par une répartition organisée du plumage, on parle alors de couleurs structurales, soit par la présence de pigments dans le plumage, on parle alors de couleurs pigmentaires. Si le jaune du canari est par exemple pigmentaire, le bleu de la perruche est lui structural.

Certains oiseaux bénéficient des deux types de colorations comme le perroquet Ara qui présente ainsi un plumage très coloré (**photo 1**).



Photo 1 - Perroquets Ara (rouge vert bleu à gauche, bleu jaune à droite)

Pour ce **problème 1**, les intervalles de longueurs d'onde de quelques couleurs sont fournis dans le tableau ci-dessous :

Couleurs	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	Violet
λ en nm	620 - 780	590 - 620	580 - 590	500 - 580	450 - 500	380 - 450

On donne, pour une lentille conjuguant un objet A et une image A' , la relation de conjugaison avec origine aux foyers F et F' :

$$\overline{FA.F'A'} = -f'^2.$$

Partie I - Les couleurs structurales

I.1 - Le bleu de la perruche

À l'origine, la couleur des perruches à l'état sauvage est verte, mais la captivité chez cet oiseau, souvent élevé en nombre, a permis l'émergence de nouvelles couleurs, comme le bleu (**photo 2**). C'est notamment l'appauvrissement en pigments jaunes dans son plumage qui est indirectement responsable de cette coloration si particulière et rare dans le domaine animal.

De façon schématique, une plume est constituée essentiellement d'un rachis sur lequel pousse les barbes sur lesquelles naissent des barbules (**figure 1**). Le long des barbules prennent naissance à leur tour des crochets.



Photo 2 - Perruche bleue

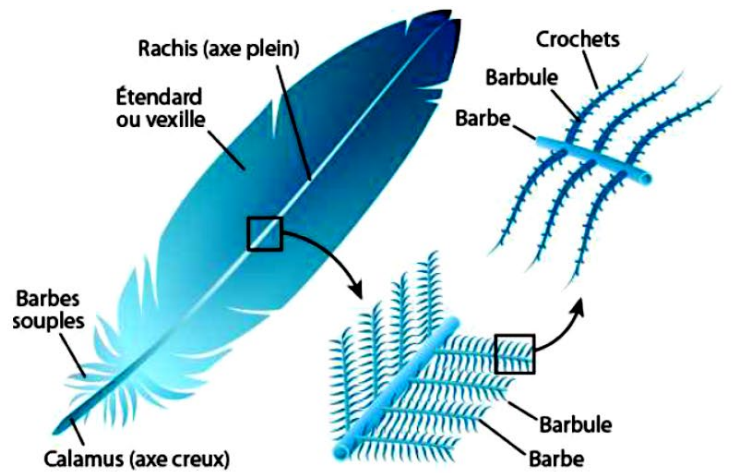


Figure 1 - Constitution d'une plume

Afin de déterminer l'origine physique de cette couleur bleue, on observe une partie AB d'une plume de perruche à l'aide d'un microscope optique.

Pour cela, on dispose :

- d'une première lentille, L_1 (centre O_1 , distance focale $f_1' = 1,2$ cm), qui porte le nom d'objectif ;
- d'une deuxième lentille, L_2 (centre O_2 , distance focale $f_2' = 2,0$ cm), qui porte le nom d'oculaire.

La distance qui sépare le foyer image F_1' de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire est appelée intervalle optique, noté Δ , avec ici $\Delta = 16$ cm (**figure 2**).

L'observation se fait à l'aide d'un œil emmétrope (œil à vision normale) situé derrière l'oculaire.

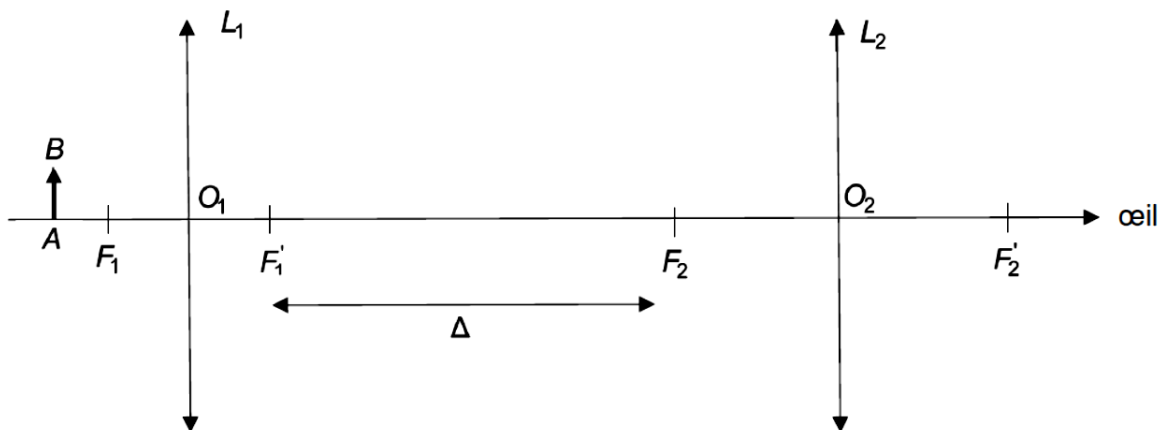


Figure 2 - Schéma du microscope

On se placera pour toute la suite dans les conditions de Gauss et dans l'approximation des petits angles. On note h la taille de l'objet AB observé.

- Q1.** Afin que l'observation puisse s'effectuer sans fatigue visuelle pour l'œil emmétrope, où doit être située l'image finale A_2 en sortie de L_2 ? Dans quel plan se situe donc l'image intermédiaire A_1B_1 ?
- Q2.** Reproduire sur la copie le schéma du microscope et tracer le chemin de deux rayons lumineux passant par l'extrémité B de l'objet, l'un parallèle à l'axe et l'autre passant par O_1 . Faire apparaître sur ce schéma :
- l'image intermédiaire A_1B_1 ;
 - le diamètre angulaire α' de l'image finale vue par l'œil.

Q3. Montrer que la grandeur $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{AB}$, appelée grandissement transversal de l'objectif, s'écrit :

$$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f_1'}$$

Q4. En déduire l'expression du diamètre angulaire α' de l'image vue par l'observateur au travers du microscope en fonction de f_1' , f_2' , h et de Δ .

En l'absence de dispositif, l'œil voit net un objet situé à une distance comprise entre d_m et d_M , avec $d_m < d_M$.

Q5. Quels noms donne-t-on aux points objets correspondant à ces distances ? Donner une valeur à d_m et d_M pour un œil emmétrope.

Q6. Déterminer le diamètre angulaire α de l'objet AB vu sans instrument et situé à une distance d_m de l'œil (**figure 3**).

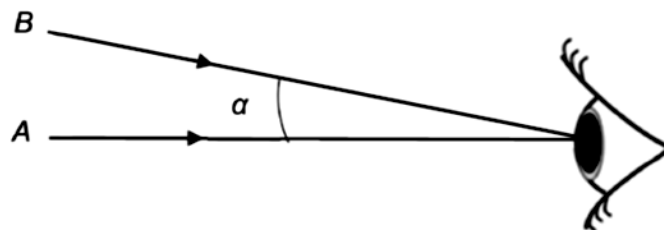


Figure 3 - Diamètre ou distance angulaire

Q7. En déduire que la grandeur $G_C = \frac{\alpha'}{\alpha}$, appelée grossissement commercial du microscope, s'écrit :

$$G_C = \frac{d_m \Delta}{f_1' f_2'}$$

Faire l'application numérique avec $d_m = 25$ cm.

Q8. Un œil peut distinguer deux images ou deux objets si la distance angulaire les séparant est supérieure à la limite de résolution angulaire de l'œil $\varepsilon = 1'$ (une minute d'arc). Déterminer quelle sera la distance angulaire minimale α_m entre deux objets vus au travers de ce microscope.

L'image d'une partie d'une plume est donnée ci-après (**photo 3**) :

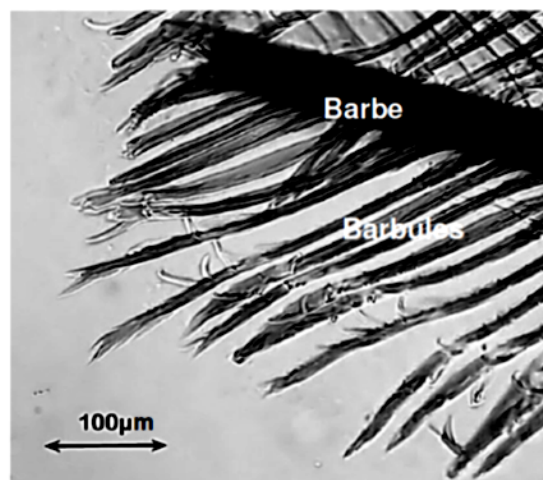


Photo 3 - Image d'une plume de perruche à l'aide d'un dispositif non précisé

- Q9.** Par mesure sur la **photo 3**, donner une estimation de la distance entre deux crochets situés au bout des barbules.
- Q10.** On rappelle que la résolution angulaire de l'œil nu est $\varepsilon = 1'$. Ces crochets peuvent-ils être distingués directement sans instruments ? Pourront-ils être distingués avec le microscope utilisé précédemment ?

En explorant davantage la plume, on découvre qu'à l'intérieur des barbes apparaissent des couches fines parallèles et empilées de petits grains appelés microgranules (**figure 4**).

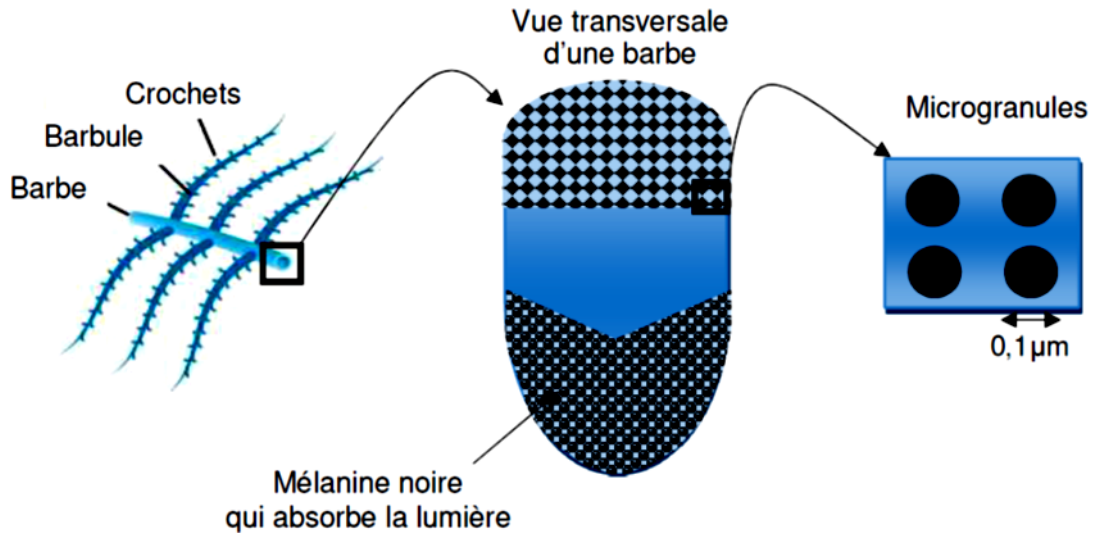


Figure 4 - Coupe transversale d'une barbe

Ces microgranules de petite taille sont responsables d'une diffusion de la lumière incidente (**figure 5**) :

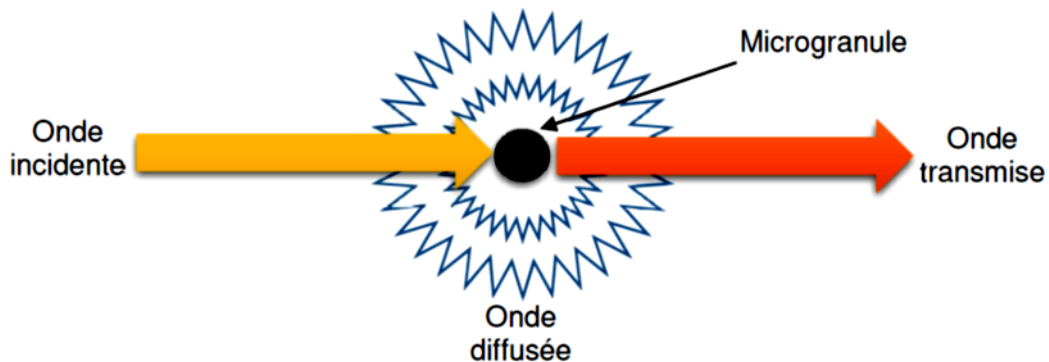


Figure 5 - Diffusion de la lumière par une microgranule

La puissance moyenne diffusée à travers une sphère, de centre une microgranule, est donnée par la formule :

$$\langle P \rangle = \alpha \omega^4$$

avec α une constante de proportionnalité et ω la pulsation du rayonnement incident.

- Q11.** Expliquer alors la couleur bleue prise par le plumage de la perruche lorsqu'elle est éclairée en lumière blanche. Que deviennent les radiations non diffusées ?
- Q12.** Par analogie avec un autre domaine de la physique, justifier que le premier étage de la barbe se comporte comme un filtre passe-bas en transmission.

I.2 - Du vert clair au violet pour le canard colvert

Dans certains cas, la couleur d'un plumage varie selon l'angle d'observation. C'est le cas du canard colvert mâle qui possède autour de son cou et de sa tête un plumage dont la teinte varie selon la direction (**photo 4**).



Photo 4 - Teinte variable sur les cous des canards colvert

Pour expliquer ce phénomène, il faut étudier l'intérieur des barbules, constituées notamment de petites cavités dans lesquelles on trouve de minces lamelles parallèles appelées microlamelles (**photo 5**).

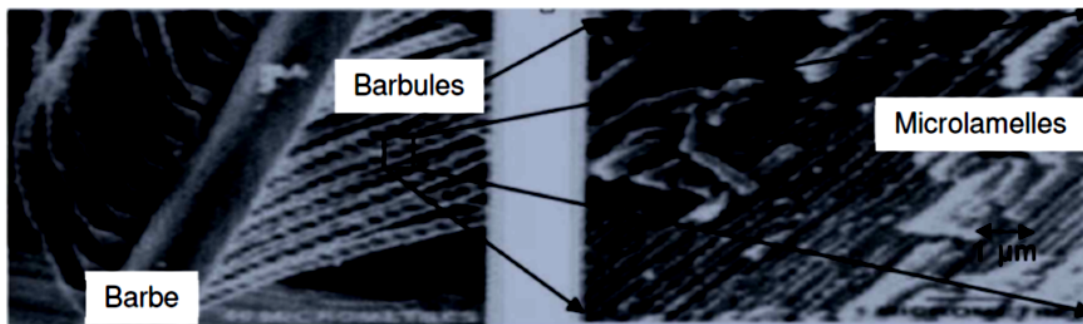


Photo 5 - Observation des microlamelles au microscope électronique

Chaque microlamelle se comporte comme un petit miroir réfléchissant la lumière. Entre deux lamelles se situe de la mélanine absorbant la lumière. Ainsi ces microlamelles s'apparentent aux traits d'un réseau plan qui peut être modélisé soit par la **figure 6a**, soit par la **figure 6b** :

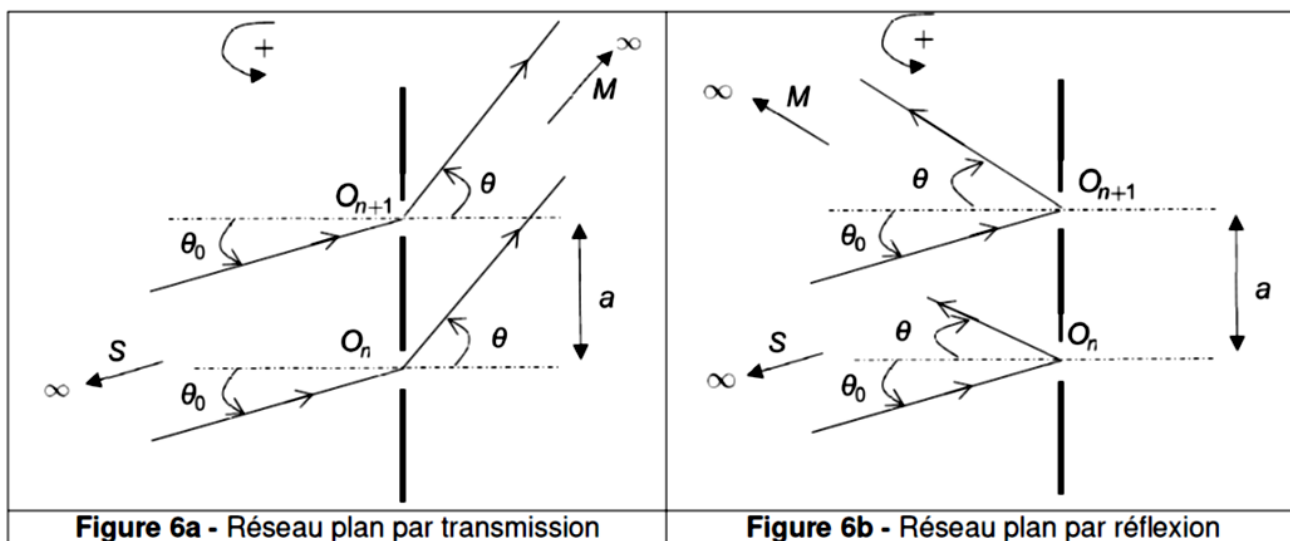


Figure 6a - Réseau plan par transmission

Figure 6b - Réseau plan par réflexion

La distance entre deux lamelles est notée a . On donne $a = 0,56 \mu\text{m}$.

S représente une source de lumière monochromatique, de longueur d'onde λ_0 , située à l'infini, envoyant un faisceau de rayons cohérents entre eux. L'observation se fait en un point M situé à l'infini.

Q13. La structure en microlamelles constitue-t-elle un réseau par réflexion ou par transmission ?

Q14. Déterminer, dans le cas du réseau plan par transmission, la différence de marche $\delta(M) = (SO_{n+1}M) - (SO_nM)$ entre deux rayons, l'un passant par O_n , l'autre par O_{n+1} .

Q15. Pour quelles valeurs de $\delta(M)$ les ondes interfèrent entre-elles de façon totalement constructive ?

Q16. Dans le cas des réseaux par réflexion, montrer par analogie que les maximums d'intensité lumineuse sont donnés pour des angles θ_k tels que :

$$\sin\theta_k + \sin\theta_0 = k \frac{\lambda_0}{a}$$

avec k un entier relatif.

Q17. Application : de quelle couleur apparaît la tête d'un canard colvert, dont les microlamelles sont éclairées en incidence normale par des rayons provenant du Soleil, d'une part pour l'observateur A et d'autre part pour l'observateur B supposés suffisamment éloignés (**figure 7**) ? On justifiera que l'on ne tient compte que des ordres $k = \pm 1$. Commenter en lien avec la **photo 4**.

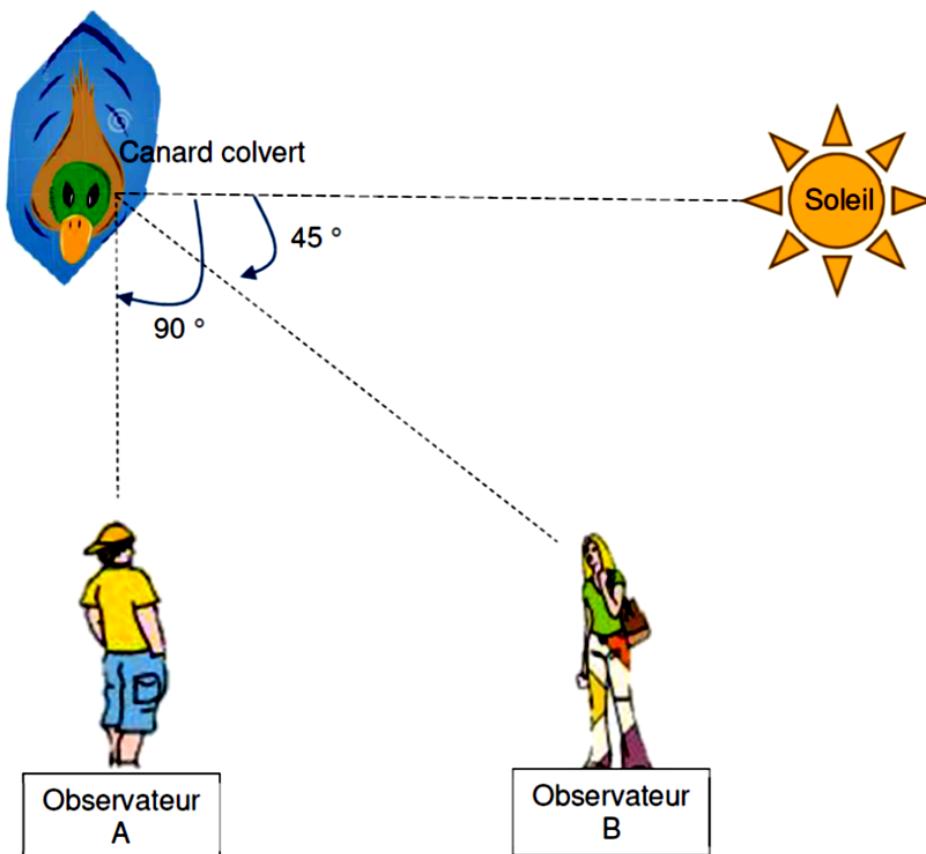


Figure 7 - Canard colvert éclairé par le soleil

I.3 - Le colibri aux mille couleurs

Le colibri est un oiseau-mouche possédant la faculté de faire jaillir des couleurs très vives qu'il ne possède pas à l'origine.

En effet, comme on le voit sur la **photo 6**, le plumage de cet oiseau peut passer du rouge rubis au bleu cuivré en une fraction de seconde.



Photo 6 - Photos de deux colibris aux couleurs changeantes
(rouge rubis à gauche, bleu cuivré à droite)

(Pour le lecteur, de nombreuses vidéos capturent un tel effet, par exemple ici <https://youtu.be/Tmok46hXzgU>).

Afin d'interpréter ces couleurs vives, il est nécessaire de s'intéresser davantage aux microlamelles des plumes de cet oiseau.

Une photographie obtenue au microscope électronique à balayage est fournie **photo 7**.

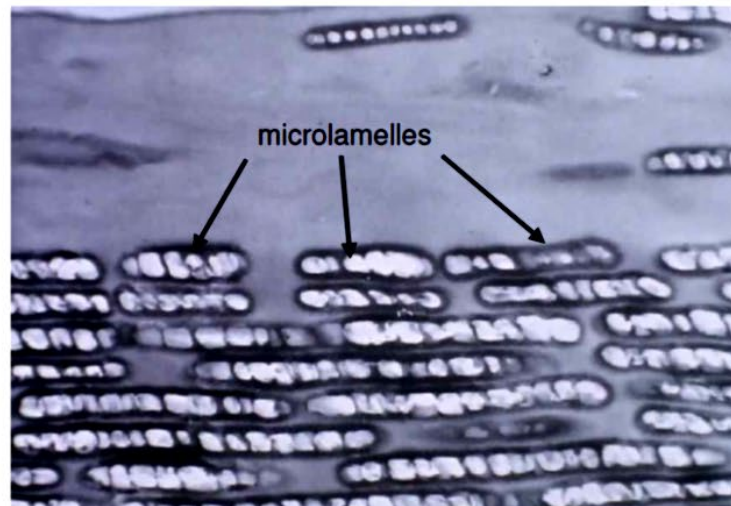


Photo 7 - Image obtenue au microscope électronique de quelques microlamelles
(grandissement x6000)

On peut y voir le réseau de microlamelles décrit dans la partie précédente mais aussi l'intérieur de chaque lamelle qui n'est pas totalement opaque et laisse passer la lumière par réfraction.

Ainsi, chaque microlamelle peut se comporter comme une lame à faces parallèles d'épaisseur e (**figure 8**) :

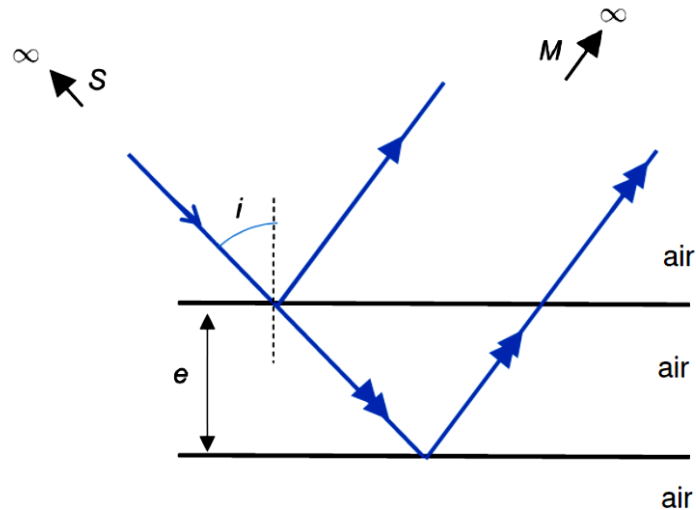


Figure 8 - Modélisation d'une microlamelle par une lame d'air à face parallèle

Q18. Montrer que la différence de marche entre les deux rayons de la **figure 8** partant d'une source S et atteignant un point M , tous deux à l'infini, s'écrit :

$$\delta(M) = 2e \cos i .$$

Q19. Par mesure sur la **photo 7**, déterminer la valeur de l'épaisseur e d'une microlamelle.

Q20. Pour un observateur éloigné, estimer le temps nécessaire au colibri pour que le plumage de sa tête passe du rouge au bleu lors de la rotation de celle-ci.

Pour cette question, à traiter dans le cadre d'une résolution de problème, on pourra supposer que :

- seul l'ordre $p = 1$ est à considérer ;
- l'alimentation du colibri en petits insectes et en nectar de fleurs lui procure en moyenne une dizaine de kilocalories par jour ;
- la rotation de sa tête nécessite un cent millième de son énergie journalière ;
- le couple résultant exercé sur le cou du colibri est de l'ordre de $0,01 \cdot 10^{-3}$ Nm lors d'une rotation.

On rappelle que :

- $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$;
- la puissance reçue par un solide en rotation à la vitesse $\vec{\Omega}$ de la part d'un couple $\vec{\Gamma}$ s'écrit $P = \vec{\Gamma} \cdot \vec{\Omega}$.

II. Isolation thermique

La performance thermique est un critère essentiel dans le choix d'un isolant, la dépense énergétique étant d'autant plus faible que l'isolant est efficace.

On s'intéresse aux transferts thermiques dans l'isolant supposé homogène, d'épaisseur L et de section S (**figure 2**).

On note $T(x, t)$ la température dans le matériau en fonction du temps. On suppose tout d'abord que l'isolant est à la température extérieure : $T(x, t < 0) = T_{\text{ext}} = 5,0^\circ\text{C}$.

À la date $t = 0$, on impose les conditions aux limites :
$$\begin{cases} T(0, t \geq 0) = T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C} \\ T(L, t \geq 0) = T_{\text{ext}} = 5,0^\circ\text{C} \end{cases}$$

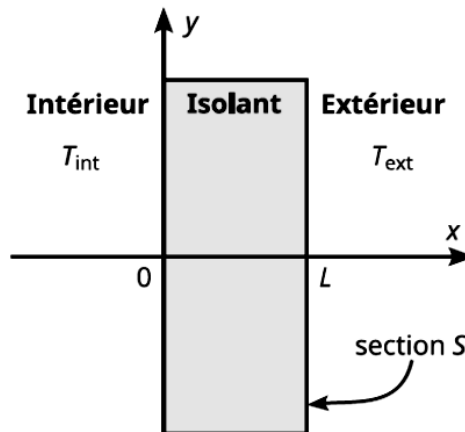


Figure 2 - Schématisation du problème

Caractéristiques du Kairlin® :

- masse volumique : $\rho = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- conductivité thermique : $\lambda = 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- capacité thermique massique à pression constante : $c_p = 1,5 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Dans l'isolant, la température suit la loi de diffusion thermique :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

I.1 - Étude analytique du régime stationnaire

On se place en régime stationnaire.

- Q1.** Quelles hypothèses faut-il faire sur les dimensions de l'isolant pour pouvoir mener l'étude de façon unidimensionnelle selon l'axe des x ?
- Q2.** Réécrire l'équation (1) en régime stationnaire. Justifier que la température dans l'isolant est de la forme $T(x) = Ax + B$.
- Q3.** En déduire l'expression de la température $T(x)$ en fonction de T_{ext} , T_{int} , L et de x .

- On rappelle :
- la loi de Fourier : $\vec{j}_{th}(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{e}_x$;
 - le flux thermique : $\Phi = \iint \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S}$;
 - la résistance thermique : $R_{th} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\Phi}$.

Q4. Proposer une interprétation physique de la résistance thermique.

Montrer que $R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$.

Q5. Déterminer l'épaisseur L de l'isolant permettant d'obtenir, pour un panneau de surface $S = 1,0 \text{ m}^2$, une résistance thermique $R_{th} = 3,2 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

1.2 - Étude numérique du régime transitoire

On cherche à résoudre numériquement l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k_{th} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2)$$

avec $k_{th} = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ la constante de diffusivité thermique.

Pour ce faire, on discrétise le temps (**figure 3**) et l'espace (**figure 4**) de la façon suivante :

- le temps est discrétisé en N_t dates comprises entre 0 et t_{max} , la durée de la simulation. Ces dates sont séparées du pas temporel $dt = t_{max}/(N_t - 1)$ et chacune d'entre elle s'écrit $t_n = n dt$ avec $n \in \llbracket 0, N_t - 1 \rrbracket$. Ainsi, $t_0 = 0$ et $t_{N_t-1} = t_{max}$.

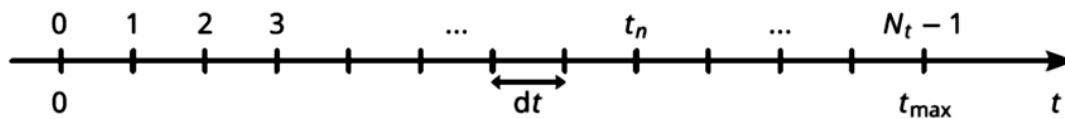


Figure 3 - Discrétisation temporelle

- l'espace est discrétisé en N_x valeurs comprises entre 0 et L , séparées du pas spatial dx . On note $i \in \llbracket 0, N_x - 1 \rrbracket$ l'indice repérant le numéro de l'un des N_x points et $x_i \in [0, L]$ la position du point correspondant. Ainsi, $x_0 = 0$ et $x_{N_x-1} = L$.



Figure 4 - Discrétisation spatiale

Q6. Donner l'expression de dx en fonction de L et de N_x .
En déduire l'expression de l'abscisse x_i du point d'indice i en fonction de i et de dx .

La paramétrisation précédente permet de noter $T_i^n = T(x_i, t_n)$ la température échantillonnée. Avec cette notation, les dérivations spatiale et temporelle au premier ordre en x et t s'écrivent :

- dérivation spatiale : $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{dx}$;
- dérivation temporelle : $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{dt}$.

Q7. En utilisant le fait que $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)$, montrer que :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+2}^n - 2T_{i+1}^n + T_i^n}{dx^2}.$$

Q8. En déduire que l'équation (2) se met sous la forme :

$$T_i^{n+1} = T_i^n + K (T_{i+2}^n - 2T_{i+1}^n + T_i^n).$$

Donner l'expression de la constante sans dimension K en fonction de k_{th} , dt et de dx (l'expression de K peut s'obtenir par une analyse dimensionnelle).

Dans la suite, on utilise un schéma numérique qui conduit à la relation admise :

$$T_i^{n+1} = (1 - 2K) T_i^n + K (T_{i+1}^n + T_{i-1}^n). \quad (3)$$

Le **code Python 1** implémente ce schéma numérique pour calculer les échantillons de température. Dans les questions qui suivent, on cherche à compléter les passages manquants du code, repérés par « `_____` ».

```

1  import numpy as np
2
3  # caractéristiques du Kairlin®
4  rho = 1.3e3          # masse volumique [kg/m³]
5  Lambda = 3.7e-2     # conductivité thermique [W/m/K]
6  cp = 1.5e3          # capacité thermique massique [J/K/kg]
7  kth = Lambda / (rho * cp) # diffusivité thermique [m²/s]
8  L = 1.0e-1         # épaisseur de l'isolant [m]
9
10 # conditions aux limites
11 Tint = 20           # température intérieure [°C]
12 Text = 5.0         # température extérieure [°C]
13
14 # paramètres de la simulation
15 tmax = 86400        # durée de la simulation [s]
16 Nt = 10             # discrétisation temporelle (Nt dates)
17 Nx = 5              # discrétisation spatiale (Nx points)
18
19 # discrétisation spatio-temporelle
20 dt = tmax / (Nt - 1) # pas temporel [s]
21 dx = _____    # pas spatial [m] # Voir Q9
22
23 # constante du schéma numérique
24 K = _____     # Voir Q10
25
26 # initialisation de la température
27 T = Text * np.ones((Nx, Nt)) # tableau des températures T(x,t) [°C]
28 _____         # Voir Q11
29
30 # calcul de la température
31 for n in range(0, Nt - 1): # boucle temporelle
32     for i in range(1, _____): # boucle spatiale # Voir Q12
33         T[i, n + 1] = _____ # Voir Q13

```

Code Python 1 - Calcul du profil de température à différentes dates

Q9. À l'aide de la question **Q6**, donner l'instruction permettant de définir le pas spatial dx en fonction des variables L et Nx (**ligne 21**).

- Q10.** À l'aide de la question **Q8**, donner l'instruction permettant de définir la constante K du schéma numérique **(3)** en fonction des variables kth , dx et dt (**ligne 24**).
- Q11.** La **ligne 27** du **code Python 1** permet d'initialiser une matrice des températures de N_x lignes et N_t colonnes, toutes les températures étant identiques égales à T_{ext} .
Proposer le code à placer à la **ligne 28** pour assurer la condition aux limites $T(x = 0, t) = T_{int}$ (on peut utiliser une boucle ou les propriétés du module **numpy** décrites en annexe).
- Q12.** On rappelle que la dernière valeur fournie par l'instruction **range**(1, N_x) est $N_x - 1$, l'intervalle de la fonction **range** étant semi-ouvert.
En examinant le schéma numérique **(3)**, compléter la **ligne 32** du code en utilisant la variable N_x .
- Q13.** Implémenter le schéma numérique **(3)** à la **ligne 33** du **code Python 1**.

Une partie non mentionnée du **code Python 1** a permis de tracer la température dans le matériau aux dates t_1 , t_2 et t_3 (**figure 5**).

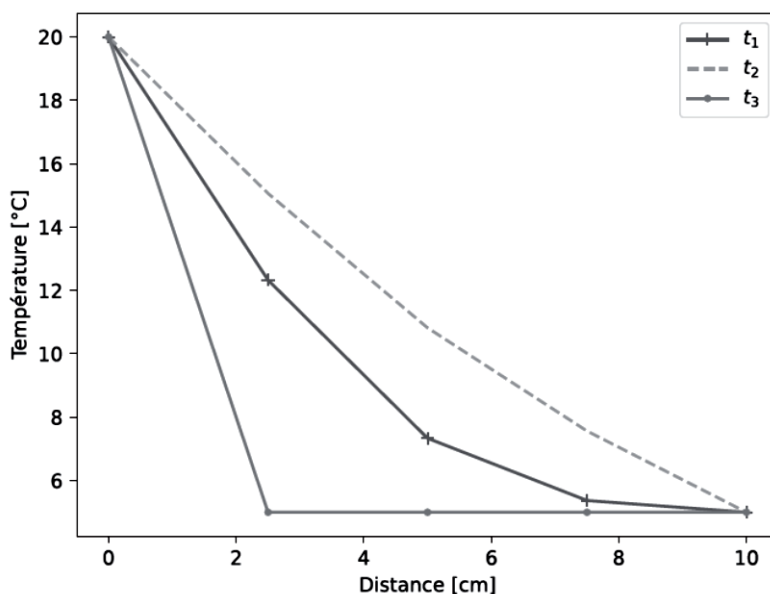


Figure 5 - Profil de température à différentes dates

- Q14.** À l'aide de la **figure 5**, classer les dates t_1 , t_2 et t_3 de façon croissante.
- Q15.** Compte tenu de la question **Q2**, justifier que le régime permanent est pratiquement atteint.

III. MOXIE

Mars Oxygen ISRU Experiment, littéralement " expérience d'utilisation *in situ* des ressources en oxygène de Mars ", ou MOXIE, est un instrument du rover Perseverance. Il est destiné à démontrer la faisabilité de la production de dioxygène sur Mars par électrolyse à oxyde solide, appelée SOEC en anglais, du dioxyde de carbone qui constitue 95 % de l'atmosphère martienne. Le 20 avril 2021, MOXIE a produit un total de 5,4 g de dioxygène en une heure, ce qui peut permettre à un astronaute de respirer normalement pendant une dizaine de minutes. MOXIE aspire, compresse et chauffe les gaz atmosphériques martiens au travers d'un filtre, d'un compresseur à spirale et d'éléments chauffants isolés thermiquement, puis scinde le dioxyde de carbone CO_2 en dioxygène O_2 et monoxyde de carbone CO par électrolyse à oxyde solide.

Une SOEC présente le fonctionnement inverse d'une pile à combustible à oxyde solide, appelée SOFC. Nous commencerons par l'étude d'une pile électrochimique classique pour comprendre le principe de fonctionnement de la pile à combustible, puis du module d'électrolyse MOXIE.

La pile classique considérée est constituée de demi-piles séparées par un pont salin : une électrode de zinc solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions $\text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})}$ et une électrode de cuivre solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$.

Q52. Réaliser un schéma de la pile électrochimique classique précédente.

Q53. Écrire les demi-équations se produisant à l'anode et à la cathode en précisant à chaque fois s'il s'agit d'une oxydation ou d'une réduction.

Q54. Indiquer le sens de circulation et la nature des porteurs de charge dans les fils électriques.

Q55. Quelle est la nature des porteurs de charge dans le pont salin ? Préciser le rôle de ce pont.

La pile à combustible considérée est alimentée en dihydrogène gazeux $\text{H}_{2(\text{g})}$ et dioxygène gazeux $\text{O}_{2(\text{g})}$. Les couples oxydo-réducteurs sont : $\text{H}^{+}_{(\text{aq})}/\text{H}_{2(\text{g})}$ et $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$. Le cœur de la pile est composé de deux électrodes, l'anode et la cathode, séparées par un électrolyte.

Q56. Le réactif oxydé est appelé le combustible de la pile. Parmi les espèces chimiques présentes dans les couples, laquelle constitue le combustible ?

Q57. Écrire les deux demi-équations d'oxydoréduction.

Q58. Écrire les formules de Nernst associées à ces deux couples (on considérera un fonctionnement à la température ambiante de 298 K).

Q59. Déterminer l'expression de la force électromotrice de cette pile.

Une variante de la pile à combustible étudiée ci-dessus est une pile à oxydes solides (SOFC en anglais), dans laquelle les ions oxyde O^{2-} migrent de la cathode alimentée en air vers l'anode alimentée en dihydrogène et où l'eau est produite. Une telle pile à combustible de type SOFC utilise comme oxyde solide la zircone stabilisée à l'yttrium (YSZ en anglais) correspondant à une substitution partielle d'ion zirconium par des ions yttrium dans l'oxyde ZrO_2 .

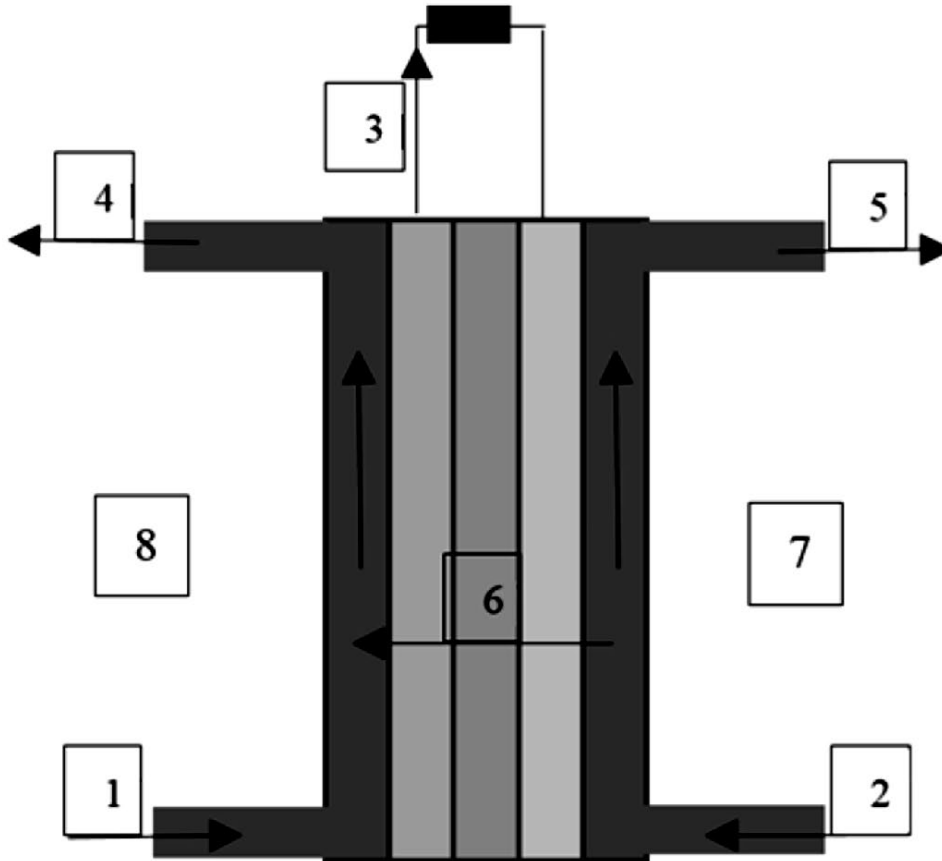


Figure 3 - Schéma de la pile à combustible SOFC

Q60. Établir la correspondance entre les huit numéros du schéma de la **figure 3** et la liste suivante : $H_{2(g)}$, air (dont $O_{2(g)}$), O^{2-} , électrons, anode, cathode, $H_2O_{(l)}+H_{2(g)}$, air appauvri.

Q61. La cathode constitue-t-elle le pôle positif ou négatif ? Justifier.

Dans un véhicule motorisé fonctionnant grâce à une pile à combustible, on estime à 1,5 kg la masse de dihydrogène nécessaire pour parcourir 250 km.

Q62. En considérant le dihydrogène comme un gaz parfait, calculer la quantité de matière de dihydrogène correspondant à cette masse, puis le volume occupé par cette quantité de gaz à 20 °C sous pression atmosphérique ($p_{atm} = 1,0 \cdot 10^5$ Pa). Commenter la valeur obtenue.

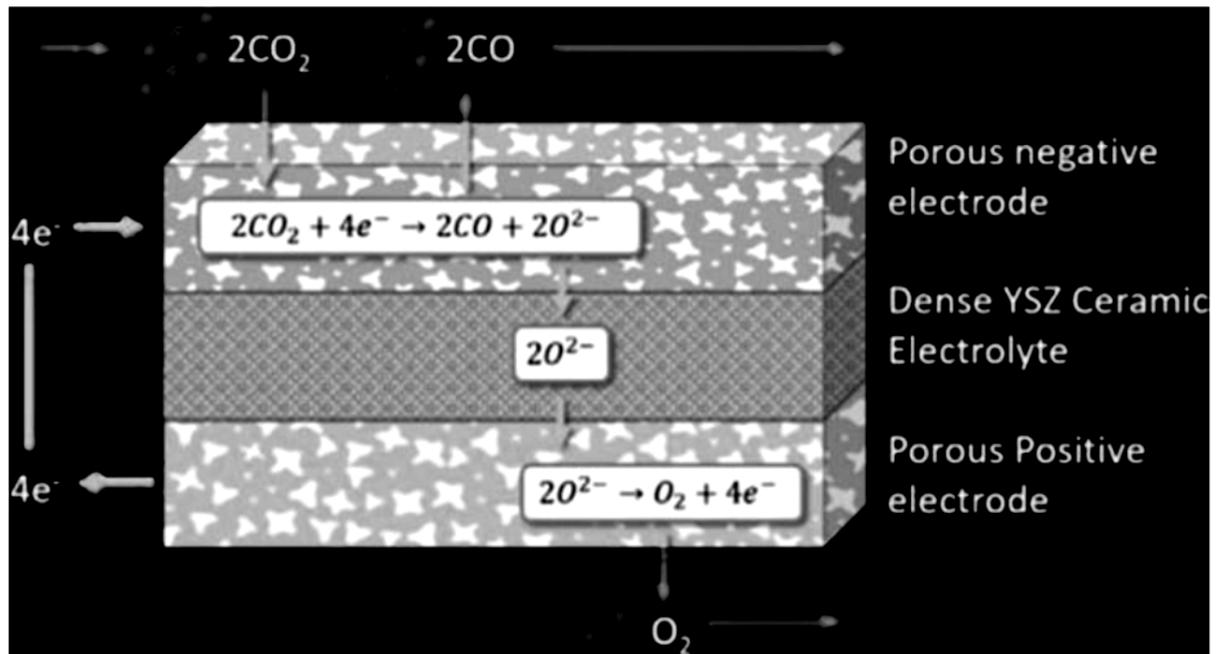
Il est à noter qu'aucune connaissance sur l'électrolyse n'est nécessaire pour répondre aux questions suivantes.

On considère maintenant l'électrolyse de l'eau $H_2O_{(l)}$ qui correspond à la réaction inverse, c'est-à-dire à la formation par voie électrochimique d' $H_{2(g)}$, ainsi que d' $O_{2(g)}$, par l'application d'un courant électrique au travers de deux électrodes séparées par un électrolyte.

Q63. Donner l'équation de la réaction d'électrolyse de l'eau.

Q64. À partir du **document 6**, écrire l'équation de la réaction bilan de l'électrolyseur utilisant le CO_2 de l'atmosphère martienne.

Document 6 - Moxie



Où YSZ désigne l'oxyde de zircone stabilisé à l'yttrium (substitution partielle d'ions zirconium par des ions yttrium dans l'oxyde ZrO_2)

Source : Meyen, FE, Hecht, MH et Hoffman, JA (2016).
Modèle thermodynamique de l'expérience ISRU sur l'oxygène de Mars (MOXIE).
Acta Astronautica

Q65. Dans quel but l'électrolyse du dioxyde de carbone peut-elle être mise en œuvre sur Mars ou dans la station spatiale internationale ?

IV. Le câble coaxial

Le câble coaxial est utilisé pour transmettre de l'information, par exemple entre une antenne et une télévision, ou encore vers certains modems internet. C'est également ce type de câble qui permet de réaliser des mesures à l'oscilloscope.

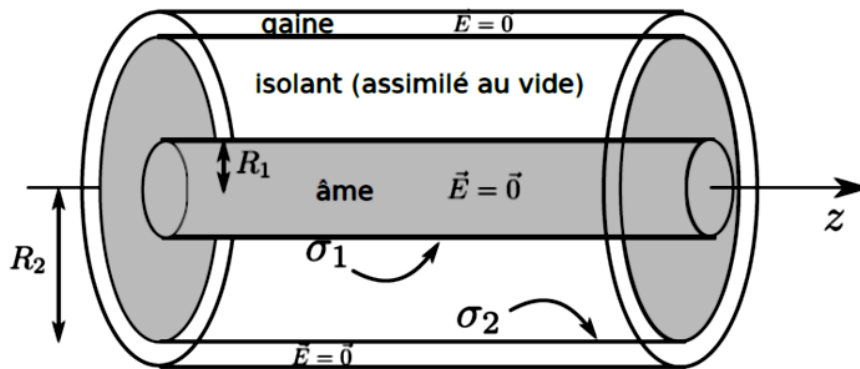
Un câble coaxial est constitué de deux cylindres conducteurs concentriques. Le cylindre intérieur est appelé l'âme (rayon R_1), et le cylindre extérieur la gaine (rayon R_2). Entre les deux se trouve un matériau isolant, de permittivité diélectrique que l'on prendra égale à celle du vide : $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

Il s'agit donc de deux conducteurs en regard l'un de l'autre, tout comme dans le modèle du condensateur vu en cours. Le câble se comporte donc (en partie) comme un condensateur.

On se place en régime stationnaire. On admet que la densité de charge à l'intérieur de l'âme est nulle, sauf à sa surface, où il y a présence d'une densité surfacique de charges σ_1 . De même, à l'intérieur de la gaine la densité de charge est nulle, sauf à sa surface où il y a présence d'une densité surfacique de charges σ_2 .

On considère une longueur L de câble, avec $L \gg R_1, R_2$ ce qui revient à considérer le câble de longueur infinie (à négliger les effets de bords). On note z la direction le long du câble.

L'objectif est d'aboutir à une expression du champ électrique dans l'espace entre la gaine et l'âme ($R_1 < r < R_2$).



- 1 - En régime stationnaire, la charge totale présente sur l'âme est l'opposée de la charge totale présente sur la gaine. En déduire la relation $R_1\sigma_1 = -R_2\sigma_2$.
- 2 - En étudiant les symétries et les invariances de la distribution de charges, montrer que l'on peut écrire $\vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r$, avec \vec{e}_r le vecteur radial des coordonnées cylindriques d'axe z .
On justifiera soigneusement. On distinguera bien les deux étapes (symétries, et invariances).
- 3 - Sur une vue en coupe dans un plan orthogonal à l'axe z , schématiser quelques lignes de champ et quelques équipotentielles. On supposera que l'armature interne porte une charge positive.
- 4 - En appliquant le théorème de Gauss à une surface bien choisie, déterminer l'expression du champ \vec{E} pour r compris entre R_1 et R_2 .
- 5 - En déduire l'expression de la différence de potentiel U entre l'âme et la gaine : $U = V(R_1) - V(R_2)$, en fonction des deux rayons, de σ_1 et de ϵ_0 .
- 6 - La capacité d'un condensateur est définie par la relation $C = \frac{Q}{U}$ (qui est celle utilisée en électronique), avec Q la charge portée par l'armature positive.
Donner l'expression de C en fonction de ϵ_0, L, R_1 et R_2 .
- 7 - Définir la capacité linéique (par unité de longueur) du câble. Donner sa valeur pour $R_1 = 1.0 \text{ mm}$ et $R_2 = 2.5 \text{ mm}$.

ANNEXE

Bibliothèque numpy de Python

Import de la bibliothèque `numpy` :

```
>>> import numpy as np
```

Création d'une matrice M de 2 lignes et 3 colonnes remplie de valeurs identiques :

```
>>> M = np.ones((2, 3)) # matrice de 1
>>> print(M)
[[1. 1. 1.]
 [1. 1. 1.]]
>>> M = 5 * np.ones((2, 3)) # matrice de 5
>>> print(M)
[[5. 5. 5.]
 [5. 5. 5.]
```

Modification d'une ligne ou d'une colonne de la matrice M (les indices démarrent à 0) :

```
>>> M = np.ones((2, 3))
>>> print(M)
[[1. 1. 1.]
 [1. 1. 1.]]
>>> print(M[0, :]) # afficher la ligne 0
[1. 1. 1.]
>>> M[1, :] = 3 # modification de toutes les colonnes de la ligne 1
>>> print(M)
[[1. 1. 1.]
 [3. 3. 3.]]
>>> print(M[:, 1]) # afficher la colonne 1
[1. 1.]
>>> M[:, 2] = 5 # modification de toutes les lignes de la colonne 2
>>> print(M)
[[1. 1. 5.]
 [3. 3. 5.]
```

Fonctions mathématiques : logarithme népérien, logarithme décimal

```
>>> np.log(10) # logarithme népérien
2.302585092994046
>>> np.log10(10) # logarithme décimal
1.0
```

FIN

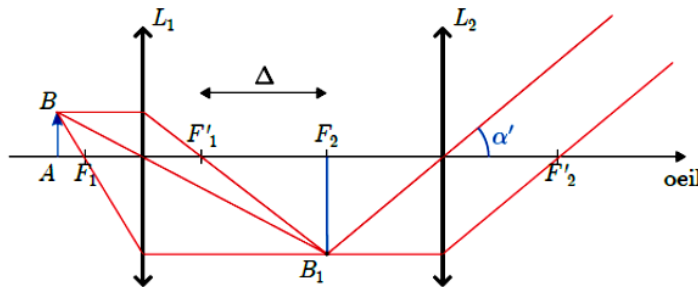
Problème 1 : Des oiseaux haut en couleur

1 Les couleurs structurales

1.1 Le bleu de la perruche

Q1. Un œil observe sans fatigue un objet situé à l'infini. On souhaite donc ici l'image finale A_2 en sortie de L_2 doit se situer à l'infini. Alors l'image intermédiaire A_1B_1 doit se situer dans le plan focal objet de la seconde lentille. Il faut notamment que $A_1 = F_2$.

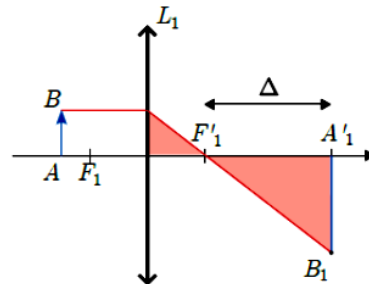
Q2. Schéma optique des rayons lumineux :



Q3. Grandissement transversal de l'objectif :

$$\gamma_1 = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{F'_1A_1}{F'_1O} = \frac{F'_1F'_2}{-OF'_1}$$

$$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1}$$

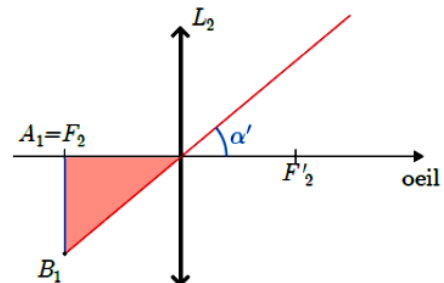


Q4. Diamètre angulaire d'observation

$\tan(\alpha') \simeq \alpha'$ dans les conditions de Gauss

$$\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{\gamma_1 \times AB}{O_2F_2} = \frac{-\Delta \times h}{f'_1 \times (-f'_2)}$$

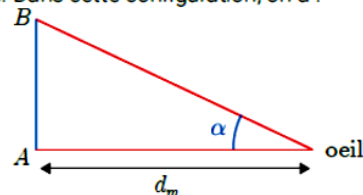
$$\alpha' = \frac{h\Delta}{f'_1f'_2}$$



Q5. $d_m \simeq 25$ cm correspond au *punctum proximum*, point le plus proche auquel l'œil peut voir net. d_M correspond au *punctum remotum*, point le plus éloigné auquel l'œil peut voir net, qui se situe à l'infini pour un œil sans défaut.

Q6. Au *punctum proximum*, l'objet est vu sous le plus grand diamètre angulaire. Dans cette configuration, on a :

$$\tan(\alpha) \simeq \alpha = \frac{h}{d_m}$$



Q7. Grossissement commercial du microscope :

$$G_c \triangleq \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{h\Delta}{f'_1f'_2} \times \frac{d_m}{h} = \frac{d_m\Delta}{f'_1f'_2} \tag{1}$$

Application numérique : $G_c \simeq 167$

Q8. La résolution angulaire de l'œil est $\varepsilon = 1'$. La distance angulaire minimale vue à travers le microscope est donc : $\alpha_m = G_c \times \varepsilon = 167' = 2,8^\circ$.

Q9. En mesurant sur la photo 3 du sujet, on peut estimer la distance entre deux barbules à environ $30 \mu\text{m}$.

Q10. Pour $d_m = 25 \text{ cm}$, cela correspond à un diamètre angulaire à l'œil nu de : $\alpha \simeq \frac{30 \mu\text{m}}{25 \text{ cm}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,4'$. Ceci est en dessous de la limite de résolution angulaire $\varepsilon = 1'$.

En revanche, avec un grossissement $G_c = 167$, le diamètre angulaire sera $\alpha' \simeq 20 \text{ mrad} \simeq 69'$: on peut distinguer les barbules au microscope.

Q11. Lors du passage de l'onde lumineuse pour les microgranules, il y a diffusion Rayleigh de la lumière avec une puissance moyenne diffusée à travers une sphère :

$$\langle P \rangle = \alpha \omega^4$$

Lorsqu'on éclaire avec de la lumière blanche, le bleu (avec $\omega_{\text{bleu}} \sim 2 \times \omega_{\text{rouge}}$) est alors environ $2^4 = 16$ fois plus diffusé que le rouge ! Ce sera donc le bleu et le violet qui seront les couleurs dominantes observées en diffusion.

Les autres radiations de plus faible pulsation / fréquence qui sont moins diffusées, sont principalement transmises comme indiqué sur la figure 5 de l'énoncé.

Q12. On a donc une meilleure transmission des ondes de faibles fréquences (rouge, orange, jaune...), et une perte de puissance des radiations de hautes fréquences (bleu, violet) qui sont diffusées sur les côtés. On peut donc dire que cette partie du plumage agit comme un filtre passe-bas en transmission.

1.2 Du vert clair au violet pour le canard colvert

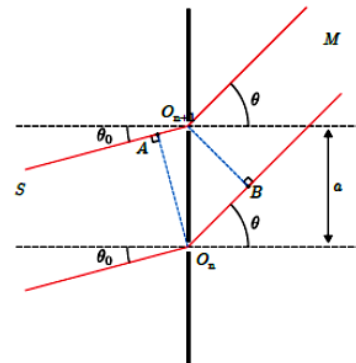
Q13. Les documents nous précisent que « chaque microlamelle se comporte comme un petit miroir réfléchissant la lumière ». La structure constitue donc un réseau par réflexion.

Q14. Expression de la différence de marche entre deux ouvertures pour un réseau en transmission. Le théorème de Malus permet de compléter le schéma et d'écrire l'égalité entre les chemins optiques suivants :

$$\begin{cases} (SA) & = (SO_n) \\ (O_{n+1}M) & = (BM) \end{cases}$$

On exprime alors la différence de marche avec des relations trigonométriques :

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (SO_{n+1}M) - (SO_nM) \\ &= (SO_{n+1}) + (O_{n+1}M) - (SO_n) - (O_nM) \\ &= (AO_{n+1}) - (O_nB) \\ \delta(M) &= a \sin(\theta_0) - a \sin(\theta) \end{aligned}$$



Q15. Les ondes interfèrent toutes constructivement si : $\delta(M) = k \times \lambda_0$ avec λ_0 la longueur d'onde et k un entier relatif.

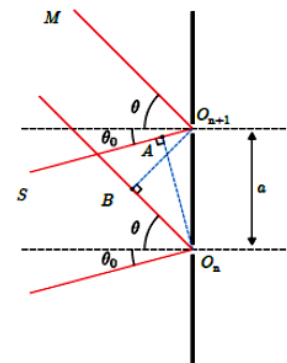
Q16. Dans le cas d'un réseau par réflexion, le calcul est modifié par un signe \oplus dans le calcul de la différence de marche, conformément à ce schéma.

On a alors

$$\delta(M) = a \sin(\theta_0) + a \sin(\theta) \quad (2)$$

Donc pour des interférences constructives avec $\delta = k \lambda_0$

$$\sin(\theta_k) + \sin(\theta_0) = k \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \quad (3)$$



Q17. Pour le schéma de l'énoncé, le canard est éclairé par le soleil en incidence normale sur les plumes ($\theta_0 = 0$). On observe à deux angles différents. On peut en première approche ne considérer que les ordres $k = \pm 1$ de diffraction, car ce sont ceux dont la luminosité est la plus puissante. Par ailleurs on pourra voir par le calcul que considérer les ordres supérieurs ne donnent des interférences constructives que pour des rayonnements hors du domaine du visible.

– Pour l'observateur A placé à $\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$; la couleur correspondant à des interférences constructives pour $k = 1$

est telle que :

$$\sin(90^\circ) = 1 = \frac{\lambda_0}{a}$$

On trouve $\lambda_0 = a = 560 \text{ nm}$, qui correspond à du vert.

- Pour l'observateur B placé à $\theta = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$; la couleur correspondant à des interférences constructives pour $k = 1$ est telle que :

$$\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\lambda_0}{a}$$

On trouve $\lambda_0 = 396 \text{ nm}$, qui correspond à du violet.

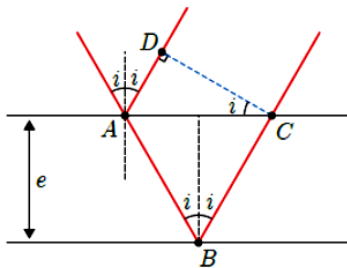
On doit ici faire le lien avec la photo 4 de l'énoncé. Ce n'est pas forcément très explicite car les canards photographiés ne sont pas dans le même sens que sur le schéma de la figure 7, et que l'on ne connaît pas la direction d'éclairage.

En supposant que les canards sont éclairés parallèlement à l'image, depuis la droite, on voit que le canard au centre qui fait face à la droite serait alors observé à 90° et que son plumage de tête est bien vert. En revanche, le canard à droite de l'image qui fait face aux trois quarts à la photographique, correspondrait alors à une observation à 45° , et que son plumage de tête est bien violet sous cet angle.

1.3 Le colibri aux milles couleurs

Q18. Le calcul de différence de marche est celui de l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air. Il peut se faire de deux façons :

Avec le théorème de Malus en différents points :



Dans le triangle ABC composé de deux triangles rectangles identiques :

$$AB = BC = \frac{e}{\cos(i)}$$

$$AC = 2e \tan(i)$$

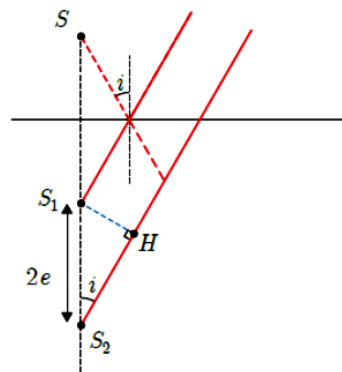
Dans le triangle ACD rectangle en D

$$AD = AC \sin(i) = 2e \tan(i) \sin(i)$$

Pour la différence de marche :

$$\begin{aligned} \delta &= (SM)_2 - (SM)_1 \\ &= AB + BC - AD \\ &= \frac{2e}{\cos(i)} - 2e \tan(i) \sin(i) \\ &= \frac{2e}{\cos(i)} - \frac{2e \sin(i)^2}{\cos(i)} \\ \delta &= 2e \cos(i) \end{aligned}$$

Avec des sources secondaires S_1 et S_2 séparées d'une distance $2e$ suite aux réflexions sur les différentes faces de la lame.



$$\delta = (S_2M) - (S_1M)$$

$$\delta = 2e \cos(i)$$

avec le théorème de Malus.

Q19. Par mesure sur la photo 7, on estime l'épaisseur d'une microlamelle à 3 nm sur le dessin, soit avec un grossissement de $\times 6000$, $e \simeq 500 \text{ nm}$.

Q20. Résolution de problème.

- Angle dont doit tourner la tête du colibri pour passer du rouge ($\lambda \sim 700 \text{ nm}$) au bleu ($\lambda \sim 475 \text{ nm}$), tous deux correspondant alors à des interférences constructives. Pour l'ordre d'interférence $p = 1$:

$$\text{Rouge : } \delta(i_r) = \lambda_{\text{rouge}} = 2e \cos(i_r) \implies i_r \simeq 45^\circ$$

$$\text{Bleu : } \delta(i_b) = \lambda_{\text{bleu}} = 2e \cos(i_b) \implies i_b \simeq 60^\circ$$

On cherche donc le temps nécessaire pour faire une rotation d'environ 15°

- Énergie dépensée par le colibri pour la rotation de sa tête (de quel angle ?) : un cent millième de son énergie journalière, qui est d'une dizaine de kilocalories.

$$E_{\text{rot}} = \frac{10 \text{ kcal}}{10^5} \simeq 0,418 \text{ J}$$

- Couple résultant exercé sur sa tête pour la rotation : $\Gamma \sim 10^{-5} \text{ N.m}$.

Remarque : À ce stade, le correcteur n'a pas pu déterminer quelle était la réponse attendue. Il lui semble manquer une donnée pour ne pas « tourner en rond ».

Partie II : Isolation thermique

Partie III MOXIE

Q52. ▷ C'est un schéma classique de la pile Daniell avec les deux électrodes plongeant dans deux béchers reliés par un pont salin qui assure l'électroneutralité des solutions et le passage du courant.

Q53. ▷ Même si c'est une pile classique, il manque des indications pour identifier avec certitudes le pôle + et le pôle - de la pile. Il faudrait avoir les potentiels standards et les concentrations initiales ou bien connaître quelle électrode est consommée et sur laquelle s'effectue un dépôt...

▷ Comme c'est une pile archi-classique, les concepteurs supposent probablement que les candidats doivent savoir que l'électrode de cuivre est le pôle + et l'électrode de zinc est le pôle -.

▷ On peut alors compléter le schéma en indiquant les pôles et le sens de déplacement des électrons.

▷ Puisque les électrons partent de l'électrode de Zn la demi-équation rédox s'y produisant est : $Zn_{(s)} = Zn^{2+} + 2e^-$: oxydation donc anode

▷ Puisque les électrons arrivent vers l'électrode de Cu la demi-équation rédox s'y produisant est : $Cu^{2+} + 2e^- = Cu_{(s)}$: réduction donc cathode

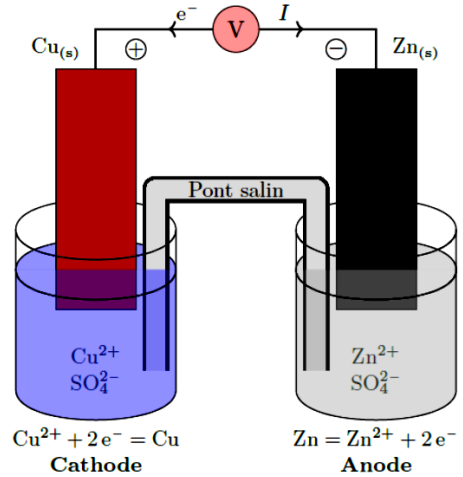


Figure 2 – Schéma de la pile Daniel pour les questions Q52. à Q55..

Q54. ▷ Dans les fils électriques, les porteurs de charges sont les électrons. Ils se déplacent dans le sens contraire du sens conventionnel du courant I (voir schéma de la pile Daniel ci-dessus).

Remarque : lorsqu'il y a un voltmètre, la résistance interne $R_V \sim 10M\Omega$ est telle que le courant prélevé est infime : $I \simeq 0A$

Q55. ▷ Dans le pont salin, les porteurs de charges sont les cations et les anions. Le pont salin assure l'électroneutralité des solutions et le passage du courant en fermant le circuit.

▷ Par exemple sur le schéma ci-dessus, pour un pont salin au nitrate de potassium $KNO_3 = K^+ + NO_3^-$, les cations K^+ iront dans la demi-pile de gauche (la cathode) et les anions NO_3^- iront dans la demi-pile de droite (l'anode).

Q56. ▷ D'après l'énoncé $O_{2(g)}$ est réduit en $H_2O_{(l)}$ tandis que $H_{2(g)}$ est oxydé en $H_{(aq)}^+$. Le combustible est donc $H_{2(g)}$.

Q57. ▷ Les demi-équations rédox sont :

$$\begin{cases} H_{2(g)} = 2H_{(aq)}^+ + 2e^- & (1) \\ O_{2(g)} + 4H_{(aq)}^+ + 4e^- = 2H_2O_{(l)} & (2) \end{cases}$$

Remarque : L'équation (1) est écrite dans le sens de l'oxydation de $H_{2(g)}$ puisque c'est ce qu'il se produit dans la pile à combustible. Cependant, pour l'écriture de la formule de Nernst (voir question suivante) il est préférable de l'écrire dans le sens de la réduction : $2H_{(aq)}^+ + 2e^- = H_{2(g)}$

Q58. ▷ Couple $H_{(aq)}^+/H_{2(g)}$: $E(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) = E^\circ(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{a_{H_{(aq)}^+}^2}{a_{H_{2(g)}}} \right)$ et en exprimant les activités dans le cas idéal on obtient :

$$E(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) \simeq E^\circ(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[H^+]^2 \times P^\circ}{(C^\circ)^2 \times P_{H_2}} \right) = E^\circ(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{P^\circ}{P_{H_2}} \right) - 0,06pH$$

De plus on sait que $E^\circ(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) = 0V$ et donc on obtient : $E(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) \simeq \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{P^\circ}{P_{H_2}} \right) - 0,06pH$

▷ Similairement pour le couple $O_{2(g)}/H_2O_{(l)}$: $E(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) = E^\circ(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) + \frac{0,06}{4} \log \left(\frac{a_{O_{2(g)}} \times a_{H_{(aq)}^+}^4}{a_{H_2O_{(l)}}^2} \right)$ et en exprimant les activités dans le cas idéal on obtient :

$$E(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) = E^\circ(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) + \frac{0,06}{4} \log \left(\frac{P_{O_2} \times [H^+]^4}{P^\circ \times (C^\circ)^4 \times 1^2} \right)$$

De plus on sait que $E^\circ(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) = 1,23V$ et donc on obtient : $E(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) \simeq 1,23V + \frac{0,06}{4} \log \left(\frac{P_{O_2}}{P^\circ} \right) - 0,06pH$

Q59. ▷ La f.é.m vaut $e = E(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) - E(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) = 1,23V + \frac{0,06}{4} \log \left(\frac{P_{O_2}}{P^\circ} \times \frac{P_{H_2}^2}{(P^\circ)^2} \right)$

Remarques :

- Cette f.é.m est indépendante du pH.
- Au cours du temps, la pile va voir sa f.é.m diminuer progressivement car les potentiels rédox vont se rapprocher l'un de l'autre afin d'avoir unicité du potentiel à l'équilibre. Lorsque $e = 0V$, l'équilibre est atteint et la pile ne débite plus. On a donc équivalence entre $e = 0V$ et la loi d'action des masses $Q_{r,éq} = K^0$

- Q60. ▷ [6] est O^{2-} car c'est ces ions qui migrent de la cathode vers l'anode.
- ▷ D'où, [7] est la cathode tandis que [8] est l'anode.
- ▷ La cathode étant alimentée en air, on en déduit que [2] est l'air (dont $O_{2(g)}$)
- ▷ L'anode étant alimentée en dihydrogène, on en déduit que [1] est $H_{2(g)}$
- ▷ À l'anode il y a production d'eau, donc [4] est $H_2O_{(l)} + H_{2(g)}$
- ▷ [3] représente les électrons qui circulent dans les fils électriques.
- ▷ [5] représente l'air appauvri. En effet, une partie des molécules de O_2 ont migré vers l'anode sous la forme d'ions O^{2-} ce qui fait qu'en sortie du compartiment cathodique, l'air est appauvri.

Bilan							
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]
$H_{2(g)}$	Air (dont $O_{2(g)}$)	Électrons	$H_2O_{(l)} + H_{2(g)}$	Air appauvri	O^{2-}	Cathode	Anode

Q61. ▷ D'après la question précédente et la figure 3 de l'énoncé, les e^- se dirigent vers la cathode. Or, on sait que les e^- vont vers le pôle +. Ainsi la cathode est le pôle positif.

▷ Ceci est d'ailleurs cohérent avec ce que nous avons obtenu dans les questions Q52. à Q55. pour la pile Daniell : la cathode était bien le pôle positif (voir figure 2).

Q62. ▷
$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{1500}{2} \text{ mol} = 750 \text{ mol}$$

▷ D'après la loi des gaz parfaits $V = \frac{n_{H_2} RT}{P_{H_2}}$, en supposant que H_2 est le seul gaz, on a $P_{H_2} = P_{atm}$ et donc :

$$V = \frac{750 \times 8,31 \times 293}{1,0 \times 10^5} \text{ m}^3 \simeq \frac{1,8 \times 10^6}{10^5} \text{ m}^3 = 18 \text{ m}^3$$

▷ Ce volume est du même ordre de grandeur que le volume d'une camionnette de déménagement. Ainsi ce volume est trop grand et pourrait gêner les déplacements du rover. Afin de diminuer le volume de stockage, il suffit de stocker le H_2 sous une pression plus élevée.

Par exemple, sous 100 bar = $100P_{atm}$, le volume de stockage serait d'environ ⁷ $V' = 180 \text{ L}$ ce qui est déjà beaucoup plus raisonnable que $V = 18 \text{ m}^3 = 18000 \text{ L}$

7. environ car en réalité sous une pression de 100 bar le modèle du gaz parfait n'est plus valable...

Q63. ▷ D'après la Q57., les demi-équations rédox sont :

$$\begin{cases} 2H_{(aq)}^+ + 2e^- = H_{2(g)} & (3) \\ O_{2(g)} + 4H_{(aq)}^+ + 4e^- = 2H_2O_{(l)} & (4) \end{cases}$$

▷ En faisant $2 \times (3) - (4)$ on obtient la réaction d'hydrolyse de l'eau : $2H_2O_{(l)} = 2H_{2(g)} + O_{2(g)}$

Q64. ▷ D'après le Document 6 de l'énoncé, les demi-équations rédox sont :

$$\begin{cases} 2CO_2 + 4e^- = 2CO + 2O^{2-} & (5) \\ 2O^{2-} = O_2 + 4e^- & (6) \end{cases}$$

▷ En faisant (5) + (6) on obtient la réaction demandée : $2CO_2 = 2CO + O_2$

Q65. ▷ L'électrolyse du CO_2 permet de produire du O_2 nécessaire à la respiration des astronautes. De plus, du CO_2 étant rejeté lors de l'expiration il peut être recyclé.

IV. Câble coaxial

1 - Charge totale présente sur l'âme : $\sigma_1 \times 2\pi R_1 L$. Charge totale présente sur la gaine : $\sigma_2 \times 2\pi R_2 L$.

Ces charges sont opposées, donc on a $R_1\sigma_1 = -R_2\sigma_2$.

2 - • Symétries : On considère un point M quelconque (situé entre l'âme et la gaine).

Le plan contenant l'axe z et le point M est plan de symétrie de la distribution de charges.

De même pour le plan perpendiculaire à l'axe z et passant par M (car on considère un câble de longueur infinie).

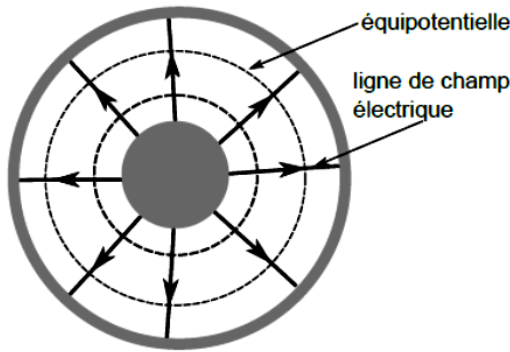
Or \vec{E} est dans les plans de symétrie de la distribution de charge. Il est donc dans ces deux plans. On a donc $\vec{E}(M) = E_r(M)\vec{e}_r$ avec \vec{e}_r le vecteur radial des coordonnées cylindriques d'axe z (et pas sphériques comme dit dans l'énoncé).

• Invariances : La distribution de charges est invariante par translation selon l'axe z . $E_r(M)$ ne dépend donc pas de z .

La distribution de charges est invariante par rotation autour de l'axe z (angle θ). $E_r(M)$ ne dépend donc pas de θ .

On a donc $\vec{E}(M) = E_r(r)\vec{e}_r$.

3 -



4 - (Sur la copie, il est recommandé de faire un schéma faisant apparaître la surface de Gauss.)

• Choix de la surface de Gauss : Soit un point M situé à une distance r de l'axe. On prend un cylindre d'axe z , de rayon r , de longueur arbitraire h . Il passe par le point M . On note S la surface (fermée) du cylindre.

• Expression du flux de \vec{E} à travers S : On décompose la surface S en la somme de la surface latérale S_{lat} du cylindre (de normale \vec{e}_r), la surface S_g qui ferme le cylindre à gauche (de normale $-\vec{e}_z$), et la surface S_d qui ferme le cylindre à droite (de normale $+\vec{e}_z$).

$$\begin{aligned}\Phi_{\vec{E}} &= \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \\ &= \iint_{S_{\text{lat}}} \vec{E} \cdot \vec{e}_r dS + \iint_{S_g} \vec{E} \cdot (-\vec{e}_z) dS + \iint_{S_d} \vec{E} \cdot \vec{e}_z dS\end{aligned}$$

Or \vec{E} est selon \vec{e}_r et $\vec{e}_r \cdot \vec{e}_z = 0$, donc il reste uniquement l'intégrale sur S_{lat} :

$$\begin{aligned}\Phi_{\vec{E}} &= \iint_{S_{\text{lat}}} E_r(r)\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r dS \\ &= E_r(r) \iint_{S_{\text{lat}}} dS \\ &= E_r(r) 2\pi r h.\end{aligned}$$

- Calcul de Q_{int} : à l'intérieur de cette surface de Gauss, le seul endroit où il y a des charges est sur l'âme. On a donc $Q_{\text{int}} = h 2\pi R_1 \sigma_1$.
- Application du théorème de Gauss : on a $\Phi_{\vec{E}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$, soit $E_r(r) 2\pi r h = \frac{h 2\pi R_1 \sigma_1}{\epsilon_0}$.

On en déduit $E_r(r) = \frac{R_1 \sigma_1}{\epsilon_0 r}$, et enfin

$$\vec{E}(M) = \frac{R_1 \sigma_1}{\epsilon_0 r} \vec{e}_r.$$

5 - On a $U = V(R_1) - V(R_2) = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$.

Pour cette dernière intégrale, on prend un chemin qui va en ligne droite de l'âme à la gaine. On a donc $d\vec{l} = dr \vec{e}_r$.

D'où

$$\begin{aligned} U &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{R_1 \sigma_1}{\epsilon_0 r} \vec{e}_r \cdot \vec{e}_r dr \\ &= \frac{R_1 \sigma_1}{\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr \\ &= \frac{R_1 \sigma_1}{\epsilon_0} [\ln r]_{R_1}^{R_2} \\ &= \frac{R_1 \sigma_1}{\epsilon_0} (\ln(R_2) - \ln(R_1)) \end{aligned}$$

$$U = \frac{R_1 \sigma_1}{\epsilon_0} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

6 - L'armature positive est l'âme. Elle porte une charge $Q = L 2\pi R_1 \sigma_1$.

On a donc pour la capacité : $C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$.

7 - La capacité linéique (ou par unité de longueur) du câble est $C_{\text{lin}} = \frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$.

Application numérique : $C_{\text{lin}} = 61 \text{ pF/m}$.

Rapport de jury DS4

Partie III Isolation thermique CCINP PC/TPC Modélisation (Les questions diffèrent entre les 2 sujets)

PROBLÈMES CONSTATÉS PAR LES CORRECTEURS

Il est important de souligner l'importance de la justification et des détails lors de la rédaction des réponses aux questions. En effet, de nombreux candidats perdent une partie des points des questions par lacunes de rédactions. Cette remarque est valable quel que soit la discipline : physique, chimie ou informatique.

De même, lors des applications numériques, il est vivement conseillé de présenter l'expression analytique permettant de calculer la valeur, d'expliquer les valeurs des données prises et de justifier les conversions d'unités.

SOIN APPORTÉ À LA RÉDACTION

Il convient de respecter la numérotation et l'ordre des questions lors de la rédaction de la copie. Il est également conseillé l'usage du stylo noir plutôt que du bleu, la lisibilité de ce dernier étant réduite suite à la numérisation des copies

Il est également conseillé aux candidats d'encadrer les résultats, d'utiliser des couleurs pour valoriser leur travail et d'espacer les lignes entre les questions pour aérer leur copie.

Enfin, il est conseillé aux candidats d'être vigilants au soin apporté à leur copie en évitant tout particulièrement les ratures.

RÉDACTION DES RÉPONSES

De manière générale, il subsiste quelques erreurs de code telles que l'oubli du symbole « * » de la multiplication, l'utilisation de division euclidienne // ou d'un \ pour une division simple ou la confusion entre crochets et parenthèses pour extraire un élément de liste ou de tableau.

REMARQUES SPÉCIFIQUES

Question 1. L'énoncé (température homogène) a été cité à de nombreuses reprises ; très peu ont invoqué la dimension infinie en y et z. Les réponses montrent un manque de recul sur la notion d'invariance avec des confusions entre cause et conséquence : à titre d'exemple, il a souvent été évoqué que la température ne dépend que de x, sans en proposer une justification.

Question 2. L'équation est généralement connue. Des erreurs sur l'expression du coefficient de diffusion ou des erreurs de signe ont été commises. Il était également nécessaire de préciser le cas général avant de donner la simplification dans le contexte de l'étude (régime transitoire en unidirectionnel).

Question 3. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 4. Il est conseillé de justifier la forme affine du profil de température.

Question 5. La définition de la résistance thermique est souvent faite par analogie avec la Loi d'Ohm. L'AN respecte presque toujours le nombre de chiffres significatifs.

Question 6. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 7. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 8. Il s'agissait, dans cette question, de donner le nombre d'intervalle dans le cas général et non dans celui de l'étude proposée.

Question 9. Beaucoup de candidats oublient les $o(dx)$ et $o(dx^2)$ dans les formules de Lagrange.

Question 10. L'application est rarement faite correctement : erreur sur l'ordre du développement limité, confusion sur les fonctions ($f(x,t)$ au lieu de $T(x,t)$) et confusion entre les dérivées temporelles et spatiales. Question 11. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 12. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 13. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 14. Les conditions aux limites sont rarement utilisées pour justifier la réponse.

Question 15. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 16. La confusion entre longueur et indice a été récurrente dans cette question. ($\text{Temp}[0, L]$ a souvent été proposé au lieu de $\text{Temp}[0, N_X]$).

Question 17. La fonction range a bien été utilisée pour répondre à cette question. Toutefois, de nombreuses erreurs ont été faites sur les arguments. La variable Temp a souvent été traitée comme une liste et non un tableau. De nombreux candidats n'ont pas compris que les indices n et i étaient associés aux lignes et aux colonnes dudit tableau. Enfin, quelques candidats n'ont pas su exploiter les expressions données afin de compléter le tableau Temp.

Question 18. Cette question a été bien abordée dans l'ensemble.

Question 19. Il existe des confusions entre évolution affine et température constante. Peu de candidats ont justifié leur réponse