

DS

TSI2

Physique

4h

16 février 2024

I. Transmission d'énergie électrique sans fil (E3A PSI 2020)

II. Chimie des batterie lithium-ion (E3A PSI 2020)

III. Autour d'une boisson énergisante (E3A PSI 2018)

Recommandations importantes

La plus grande attention sera apportée au soin, à la présentation et à la qualité de la rédaction.

Les résultats doivent être mis en valeur et exclusivement exprimés avec les notations de l'énoncé.

Si on introduit des notations personnelles, elles doivent toujours être soigneusement définies.

Un résultat non justifié ne sera, au mieux, que partiellement pris en compte.

Même si une valeur numérique est demandée, vous devez avant tout donner l'expression littérale.

Le calcul de la valeur numérique n'est jamais que la toute dernière étape.

Les résultats numériques doivent être accompagnés de leur unité.

Les exercices peuvent être traités dans un ordre quelconque, mais respectez la numérotation des questions.

Lisez l'énoncé en entier avant

(Calculatrice autorisée)

Données

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$.

Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.

Conductivité du cuivre : $\sigma = 5,9 \cdot 10^7 \text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$.

Épaisseur de peau : $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$ (ω : pulsation).

Constante de Faraday : $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C.mol}^{-1}$.

Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Masse molaire du lithium : $M = 6,941 \text{ g.mol}^{-1}$.

Rayon de l'atome de lithium : $R_{\text{Li}} = 145 \text{ pm}$.

Rayon ionique du lithium : $R_{\text{Li}^+} = 76 \text{ pm}$.

Rayon de l'atome de carbone : $R_{\text{C}} = 70 \text{ pm}$.

Caractéristiques de la batterie Li-ion d'un téléphone portable usuel :

- Capacité : $Cap = 2\,675 \text{ mA.h}$.
- Énergie massique : $\mathcal{E}_{\text{massique}} = 200 \text{ W.h/kg}$ de batterie.
- Tension à vide à $25 \text{ }^\circ\text{C}$: $E = 3,6 \text{ V}$.

- Potentiels standard à pH=0 :

Couple	$\text{I}_{2(\text{aq})}/\text{I}^-_{(\text{aq})}$	$\text{IO}^-_{3(\text{aq})}/\text{I}_{2(\text{aq})}$	$\text{S}_4\text{O}^{2-}_{6(\text{aq})}/\text{S}_2\text{O}^{2-}_{3(\text{aq})}$
$E^0(\text{V})$	0,62	1,19	0,09

- Masses molaires :

Atome	H	C	O	Na	Al	Cl
$M(\text{g.mol}^{-1})$	1,0	12,0	16,0	23,0	27,0	35,5

PROBLÈME 1

Transmission d'énergie électrique sans fil

L'électricité de demain pourra-t-elle se passer de fils électriques ? La nécessité actuelle de supprimer les fils et réduire l'encombrement, ou encore la multiplication des appareils électriques à faible consommation contribuent au développement des techniques et dispositifs de transmission d'énergie sans fil, inspirés des travaux pionniers de Nikola Tesla au début du XX^e siècle. Les applications sont nombreuses et touchent divers domaines (voir figure 1) : de l'usage domestique (recharge d'appareils avec batteries, alimentation de petits appareils courants) au monde industriel (recharge de voitures électriques, applications diverses de la transmission de puissance, pour les trains par exemple), en passant par la médecine (apport d'énergie électrique aux implants, sans effectuer d'opérations chirurgicales lourdes).



FIGURE 1 – Quelques applications de la transmission d'énergie sans fil, de gauche à droite : recharge de téléphone portable, recharge sans fil d'une voiture Nissan Leaf[®], pacemaker.

Il existe aujourd'hui différents moyens de transmission de puissance sans fil. Citons notamment le couplage inductif non résonant en champ proche, le couplage inductif résonant en champ proche (voir figure 2) et le rayonnement en champ lointain (voir figure 3). Les caractéristiques, avantages et inconvénients de ces techniques sont donnés dans le tableau ci-après. Nous développerons dans cette partie certains aspects du couplage inductif, non résonant puis résonant.



FIGURE 2 – À gauche : couplage inductif non résonant en champ proche ; à droite : couplage inductif résonant en champ proche.

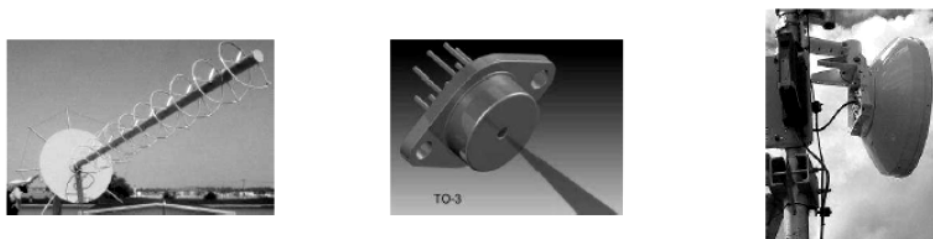


FIGURE 3 – Quelques dispositifs de rayonnement en champ lointain, de gauche à droite : antenne à forte directivité, diode laser, antenne micro-onde.

Mentionnons que le transfert de puissance sans fil par couplage résonant a été récemment mis en évidence par l'équipe de recherche dirigée par Marin Soljačić, au *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), en réalisant une transmission de puissance de 60 W avec une distance de 2 m séparant les deux

bobinages, permettant d'allumer une ampoule (voir figure 2). Ces travaux performants ont donné lieu à une publication dans la revue Science en 2007. C'est à cette occasion que le terme « witrlicity », contraction de Wireless Electricity, est apparu.

	Couplage non résonant	Couplage résonant	Rayonnement
Matériel nécessaire	bobines	bobines	antenne à grande directivité
Type de champ	magnétique	magnétique	électrique
Distance de transmission	faible	faible/moyenne	moyenne/grande
Puissance transmissible	faible	moyenne	moyenne/grande
Interactions avec le milieu	faible	faible	forte
Sécurité	élevée	élevée	potentiellement dangereux

TABLE 1 – Comparaison des différentes techniques.

COUPLAGE INDUCTIF NON RÉSONANT

A / Étude des bobines utilisées

Pour établir un couplage inductif non résonant entre une bobine émettrice et une bobine réceptrice, on peut utiliser des solénoïdes ou des bobines « plates » 2D (voir figure 4).



FIGURE 4 – Bobines utilisées.

Considérons tout d'abord le cas d'un solénoïde de longueur ℓ et d'axe de révolution Oz , comportant N spires circulaires jointives de rayon a , et parcourues par un courant d'intensité variable $i(t)$. On fait l'hypothèse d'être dans le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS) : on calcule le champ magnétique créé par des courants variables $i(t)$, comme en magnétostatique par le théorème d'Ampère.

A1. Rappeler les équations locales de Maxwell relatives au champ magnétique \vec{B} . Comment se simplifient-elles dans l'ARQS ?

A2. Dans le cadre de l'ARQS, indiquer comment on passe de l'équation locale concernée au théorème d'Ampère.

On suppose dans la suite le solénoïde « infini » et on cherche à exprimer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ en tout point M de l'espace, repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) . On admet que le champ magnétique est identiquement nul à l'extérieur du solénoïde.

A3. Sous quelle(s) condition(s) l'approximation d'un solénoïde « infini » vous semble-t-elle légitime ?

A4. En invoquant des arguments de symétrie et d'invariance de la distribution de courants, déterminer la direction du champ $\vec{B}(M)$, ainsi que la (ou les) coordonnée(s) dont dépend(ent) son module.

A5. En précisant le contour d'Ampère choisi, montrer tout d'abord que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde. En choisissant un second contour d'Ampère, déterminer le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en fonction de ℓ , N et $i(t)$.

Intéressons-nous à présent au cas d'une bobine « plate », constituée (pour simplifier) de N spires circulaires identiques, d'axe de révolution Oz et de rayon a , placées dans le plan $z = 0$ et parcourues par un courant d'intensité $i(t)$. On se place à nouveau dans le cadre de l'ARQS et on considère un point M de l'axe Oz , de cote $z > 0$.

A6. Préciser, en justifiant votre réponse, la direction du champ magnétique $\vec{B}(M)$ au point M .

A7. Que dire du plan d'équation $z = 0$ d'un point de vue des courants ? Qu'en déduire d'un point de vue du champ magnétique ? En déduire une relation simple entre $B_z(-z)$ et $B_z(z)$.

On donne l'expression du champ magnétique créé par la bobine « plate » au point M :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 N i(t) a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}.$$

A8. Représenter l'allure de la fonction $B_z(z)$. Exprimer le champ magnétique maximal $B_{z,\max}$, et déterminer à quelle distance $z_{1/2}$ de la spire le champ magnétique vaut $B_{z,\max}/2$, en fonction de a .

On donne sur la figure 5 les cartes de champ du solénoïde et de la bobine « plate », simulées à l'aide du logiciel FEMM (*Finite Element Method Magnetics*).

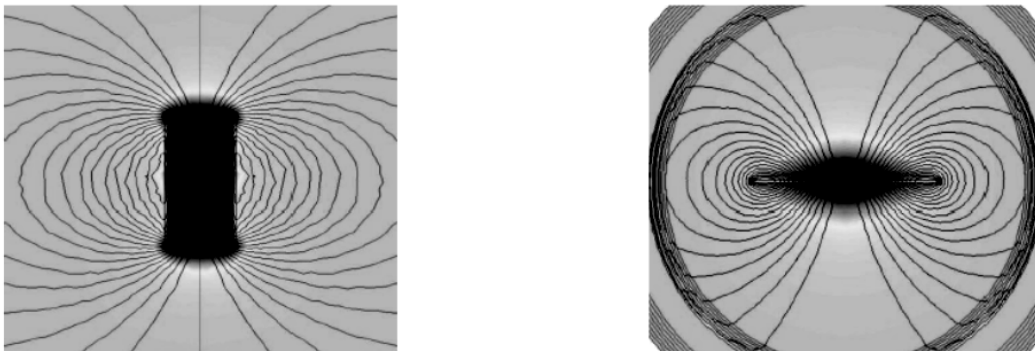


FIGURE 5 – Cartes de champ du solénoïde (à gauche) et de la bobine « plate » (à droite).

A9. Justifier les symétries et/ou antisymétries observées sur chacune de ces cartes de champ.

A10. Sur la carte de champ du solénoïde, on remarque que les lignes de champ se resserrent au sein du solénoïde et qu'elles y sont approximativement parallèles. Que peut-on déduire de ces observations topologiques ? Quelle propriété, relative au flux du champ \vec{B} , permet de le confirmer ?

B / Transfert de puissance : rendement de Yates

Modélisons à présent le transfert inductif de puissance entre deux bobines, comme celles représentées sur la figure 6.



FIGURE 6 – À gauche : système de transmission classique (émetteur et récepteur) utilisé dans les chargeurs sans fil actuels. À droite : schéma et notations utilisées.

Une bobine émettrice « plate », de résistance électrique R_1 et d'inductance propre L_1 , comportant N_1 spires circulaires de rayon a , est parcourue par un courant d'intensité :

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

imposé par un générateur (non représenté sur la figure 6).

B1. Définir et exprimer la puissance instantanée reçue par la bobine émettrice de la part du générateur, notée $P_{\text{reçue}}$, en fonction de L_1 , R_1 , de l'intensité $i(t)$ et de sa dérivée di/dt . En déduire la moyenne temporelle de cette puissance $\langle P_{\text{reçue}} \rangle$ en fonction de R_1 et I_0 .

Considérons également une bobine réceptrice « plate », de résistance électrique R_2 , d'inductance propre L_2 et comportant N_2 spires circulaires de rayon b , située à une distance d de la bobine émettrice. On cherche à définir et exprimer le rendement de transfert de puissance entre les deux bobines, dans le cas d'un alignement parfait. On rappelle l'expression du champ magnétique créé par la bobine émettrice en un point $M(z)$ de l'axe Oz :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N_1 i(t) a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \vec{u}_z.$$

Pour simplifier, on suppose ce champ magnétique uniforme dans le plan de la bobine réceptrice.

B2. Exprimer le flux Φ du champ magnétique créé par la bobine émettrice à travers la bobine réceptrice, en fonction de $i(t)$, a , b , d , N_1 et N_2 .

B3. Le courant $i(t)$ étant variable, il apparaît une force électromotrice (fem) $e(t)$ aux bornes de la bobine réceptrice. Quel phénomène est ainsi mis en évidence ? Donner l'équation locale de Maxwell à l'origine de celui-ci.

B4. Après avoir nommé la loi utilisée, exprimer la fem $e(t)$ en fonction de I_0 , ω , t , a , b , d , N_1 et N_2 . On négligera le flux magnétique propre du circuit récepteur devant le flux extérieur.

B5. En négligeant l'inductance propre L_2 de la bobine réceptrice, en déduire la puissance reçue par cette dernière de la part de la bobine émettrice, notée $P_{\text{géné}}$, puis sa moyenne temporelle $\langle P_{\text{géné}} \rangle$ en fonction de I_0 , ω , a , b , d , N_1 , N_2 et R_2 .

On définit le rendement de transmission de puissance par le quotient :

$$\eta = \frac{\langle P_{\text{généré}} \rangle}{\langle P_{\text{reçue}} \rangle}.$$

B6. Montrer que le rendement peut se mettre sous la forme :

$$\eta = k \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{R_1 R_2 (d^2 + a^2)^3}$$

avec k un coefficient sans dimension à expliciter. Ce résultat constitue la loi de Yates.

C / Modélisation du couplage : inductance mutuelle

On propose dans cette sous-partie une modélisation plus générale du couplage magnétique, s'affranchissant des hypothèses faites dans la sous-partie précédente. Le couplage est quantifié par l'inductance mutuelle M entre les deux bobines, d'inductances propres respectives L_1 et L_2 (voir figure 7).

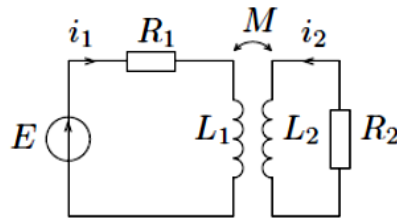


FIGURE 7 – Circuits couplés par mutuelle inductance.

C1. Rappeler la définition de M , ainsi que sa dimension.

C2. En appliquant la loi des mailles dans chacun des deux circuits, établir le système d'équations électriques couplées vérifiées par les intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

C3. Montrer que ce système d'équations conduit au bilan de puissance

$$Ei_1 = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{dt}$$

avec \mathcal{E}_{mag} une quantité à exprimer en fonction de L_1 , L_2 , M , i_1 et i_2 . Interpréter ce bilan.

C4. On pose la variable adimensionnée $x = i_1/i_2$. Mettre \mathcal{E}_{mag} sous la forme

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} i_2^2 P(x)$$

où $P(x)$ est un polynôme d'ordre 2 que l'on explicitera.

C5. En admettant que \mathcal{E}_{mag} est une quantité positive, montrer que l'inductance mutuelle vérifie une inégalité de la forme $M \leq M_{\text{max}}$. Exprimer son majorant M_{max} en fonction de L_1 et L_2 .

C6. Connaissez-vous d'autres applications de tels circuits couplés par mutuelle induction dans les domaines de l'industrie et de la vie courante ? Deux applications détaillées sont attendues.

PROBLÈME 2

Chimie des batteries lithium-ion

Aujourd'hui, la plupart des équipements électroniques nomades (ordinateurs, téléphones portables, appareils photo...) sont équipés de batteries lithium-ion, mises en lumière à l'occasion de l'attribution du Prix Nobel de chimie en octobre 2019.

Les premières batteries au lithium utilisaient ce métal sous forme solide. Le problème avec cette technologie est la formation d'excroissances de lithium, appelées dendrites, qui entraînent une dégradation de l'isolation entre l'anode et la cathode, pouvant aller jusqu'à l'apparition de courts-circuits donc de surchauffes, voire d'explosions.

Utiliser le lithium sous forme d'ions, s'intercalant au sein d'électrodes constituées d'autres matériaux, a été l'idée fondatrice de la grande famille des batteries lithium-ion au début des années 1990.

H / Équation-bilan de fonctionnement

Le numéro atomique du lithium est $Z = 3$.

H1. Où se situe-t-il dans la classification périodique des éléments chimiques ? Justifier grâce à sa structure électronique.

H2. L'ion lithium le plus stable est Li^+ ; justifier.

La batterie lithium-ion fonctionne sur l'échange réversible d'ions lithium entre une électrode négative carbonée et une électrode positive constituée le plus souvent d'un oxyde de métal de transition. Dans le cas du cobalt Co, l'oxyde a pour formule CoO_2 .

Lors de la charge de la batterie, la réaction électrochimique qui se produit à l'électrode négative est la réduction des ions lithium, s'accompagnant de l'insertion d'un atome de lithium dans la structure graphite de formule C_6 .

H3. Écrire la demi-équation rédox de réduction des ions lithium, puis l'équation traduisant l'insertion de l'atome de lithium dans la structure carbonée.

H4. En déduire la demi-équation rédox qui a lieu à l'électrode négative.

Dans les deux questions qui suivent, on fait l'hypothèse que les atomes de carbone constituant cette électrode s'organisent selon une structure cubique à faces centrées (cfc).

H5. Identifier sur un schéma soigné les sites octaédriques de cette structure et calculer leur habitabilité maximale.

H6. Est-ce alors possible de former un alliage d'insertion avec le lithium ? Justifier numériquement et conclure.

À l'électrode positive, des ions lithium se désinsèrent d'un cristal d'oxyde de cobalt lithié de formule LiCoO_2 , formant ainsi le cristal d'oxyde de cobalt CoO_2 .

H7. De la même manière que pour l'électrode négative, écrire la demi-équation rédox ayant lieu à l'électrode positive.

H8. Finalement, écrire l'équation rédox traduisant le fonctionnement de la batterie.

I / Masse de la batterie

La question **H8** a permis de mettre en évidence l'échange d'un électron entre les deux couples rédox en présence.

- I1.** Déterminer la charge électrique maximale Q_{\max} , en Coulomb, transférée par gramme d'ions lithium.
- I2.** En vous aidant des données, déterminer la masse d'ions lithium dans une batterie de téléphone portable.
- I3.** Quel problème écologique cela peut-il soulever ?
- I4.** Déterminer, en W.h, l'énergie de la batterie d'un téléphone portable à 25 °C.
- I5.** En déduire la masse de la batterie. Ce résultat vous semble-t-il plausible ?

J / Rendement

On étudie la décharge de la batterie : le dispositif se comporte comme une pile.

- J1.** Déterminer l'enthalpie libre standard $\Delta_r G^\circ$ (25 °C) de la réaction de décharge de la batterie à 25 °C.
- J2.** Déduire de la figure 18 donnant l'évolution de la tension à vide E de la pile en fonction de la température, l'entropie standard de réaction $\Delta_r S^\circ$.

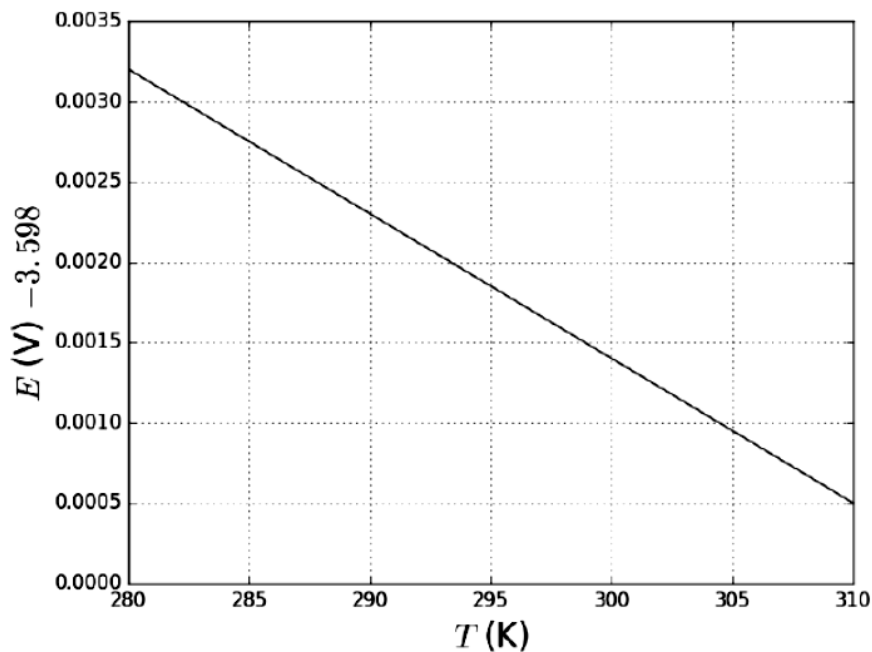


FIGURE 18 – Variation de la fem de la pile Li-ion avec la température. La fem à une température donnée est obtenue en ajoutant +3,598 V à la valeur lue sur l'axe des ordonnées.

- J3.** Déterminer l'enthalpie standard $\Delta_r H^\circ$ de la réaction de décharge.

On définit le rendement de la pile par le rapport du travail électrique sur l'énergie chimique.

- J4.** Déterminer la valeur du rendement pour la pile lithium-ion.

K / Caractéristiques de l'électrolyte

L'électrolyte de la pile Li-ion est un liquide qui baigne l'espace inter-électrodes. C'est un solvant organique contenant des sels fluorés de lithium. Hautement inflammable et toxique, il a surtout l'inconvénient d'être instable. Qu'un échauffement le porte au-delà de 100 °C et voilà qu'y démarre une cascade de réactions chimiques exothermiques. Généralement, l'électrolyte est le sel LiPF_6 dissous dans un solvant organique aprotique car le lithium est détruit par tout solvant protique.

K1. Qu'est-ce qu'un solvant protique ? Donner un exemple.

Certaines personnes proposent de frotter la batterie pendant plusieurs minutes entre leurs mains pour la recharger.

K2. Énoncer la loi d'Arrhenius de la cinétique chimique. Définir les différents termes qui y apparaissent, en précisant leurs unités.

K3. Que pensez-vous de la méthode proposée en termes de cinétique chimique ?

K4. Que pensez-vous de cette méthode en termes de thermochimie, sachant que la réaction de décharge de la batterie est exothermique ?

Partie III Autour d'une boisson énergisante

Pour se désaltérer, les danseurs ont la possibilité de consommer en discothèque certaines boissons énergisantes, parmi lesquelles Red Bull Energy Drink®. Cette boisson contient en particulier de la caféine, de multiples vitamines et des glucides en quantités importantes, à l'origine de nombreuses controverses lors de sa commercialisation en France en 2008.

Document 6. *L'abus de boissons énergisantes présente-t-il un risque ?*, La Presse Médicale, 2015 :
Composition d'une canette de 250 mL de Red Bull® :

- Taurine : 1000 mg
- Glucuronolactone : 600 mg
- Caféine : 80 mg
- Saccharose : 21,5 g
- Glucose : 5,25 g
- Inosite : 50 mg
- Niacine : 20 mg
- Vitamine B6 : 5 mg
- Acide pantothénique : 5 mg
- Vitamine B12 : 0,005 mg
- Adjuvants et additifs :
 - acide citrique (E 330)
 - arômes naturels et artificiels
 - colorants (caramel et riboflavine)



REFROIDISSEMENT EFFICACE D'UNE CANETTE

Les canettes de Red Bull® sont en aluminium. Celles-ci pèsent 60 % de moins qu'il y a quelques années et sont recyclables à 100 %, ce qui fait économiser beaucoup d'énergie et de ressources.

H / Le métal aluminium

Le numéro atomique de l'aluminium est $Z = 13$.

H1. Déterminer la configuration électronique de l'aluminium à l'état fondamental, en citant les règles utilisées.

L'aluminium métallique cristallise selon un réseau cubique à faces centrées, de paramètre de maille a . On donne le rayon métallique de l'aluminium : $r = 143$ pm.

H2. Représenter la maille conventionnelle du réseau. En déduire la population de la maille, ainsi que la coordinence d'un atome d'aluminium dans la structure.

H3. L'empilement d'atomes étant supposé compact, déterminer une relation géométrique entre a et r .

H4. Exprimer la masse volumique ρ_{Al} de l'aluminium, notamment en fonction de sa masse molaire M_{Al} et de a . Calculer numériquement ρ_{Al} .

D'autres boissons énergisantes sont conditionnées en canettes de fer-blanc (acier recouvert d'étain), mais dont le couvercle est en aluminium, pour éviter le risque de corrosion.

H5. Donner l'ordre de grandeur de la masse volumique d'un acier ; à volume égal, quelle canette est la plus légère ?

DOSAGE DU GLUCOSE DANS LE *RED BULL*[®]

Dans cette partie, on s'intéresse à un protocole permettant de déterminer la quantité de glucose dans une canette de *Red Bull*[®]. Cette méthode, dite indirecte, consiste à faire réagir le glucose avec une solution aqueuse de diiode en excès (de concentration connue), puis à doser le diiode restant avec une solution de thiosulfate de sodium.

J / L'iode en solution aqueuse

On analyse dans un premier temps le diagramme potentiel-pH de l'élément iode représenté sur la figure 12. On se limite dans cette étude aux espèces suivantes : diiode $I_{2(aq)}$, ions iodate $IO_{3(aq)}^-$ et ions iodure $I_{(aq)}^-$. La concentration de chacune des espèces iodées est égale à $c_T = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ sur les frontières.

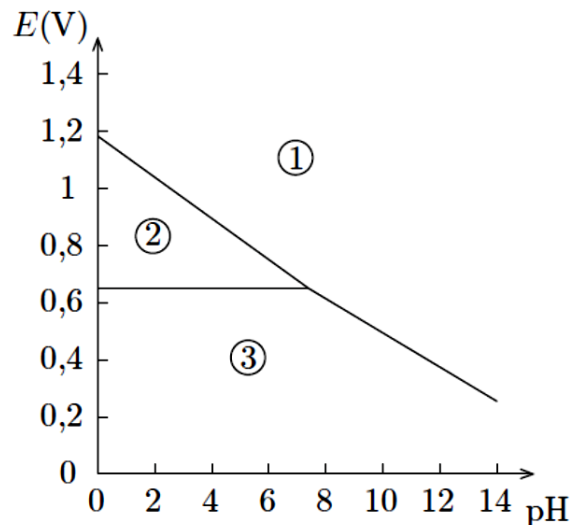


FIGURE 12 – Diagramme potentiel-pH de l'iode.

En notant T la température, on pourra utiliser l'approximation suivante dans les calculs :

$$\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln x \simeq 0,06 \log x \quad (\text{en V})$$

- J1.** Calculer le nombre d'oxydation de l'élément iode dans les trois espèces citées. En déduire l'espèce prédominante dans chacun des domaines (①, ②, ③) du diagramme.
- J2.** En utilisant la relation de Nernst et la convention de tracé du diagramme, établir l'équation $E_{2-3} = f(\text{pH})$ de la frontière séparant les domaines ② et ③.
- J3.** De la même manière, établir l'équation $E_{1-2} = f(\text{pH})$ de la frontière séparant les domaines ① et ②.
- J4.** Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection des frontières, et vérifier les valeurs obtenues à l'aide du diagramme.

K / Principe du dosage

On détaille ci-dessous le protocole expérimental du dosage :

- Étape 1 : on introduit dans un erlenmeyer un volume $V_1 = 20 \text{ mL}$ d'une solution de diiode de concentration $c_1 = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$.
- Étape 2 : on ajoute dans l'erlenmeyer 5 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$) à $2,5 \text{ mol.L}^{-1}$. La solution se décolore.
- Étape 3 : on ajoute au mélange précédent un volume $V_0 = 2 \text{ mL}$ de *Red Bull*[®] de concentration en glucose c_0 inconnue. On bouche l'erlenmeyer, on l'agite et on laisse agir 30 minutes à l'obscurité.
- Étape 4 : après cette attente, on ajoute dans l'erlenmeyer 10 mL d'acide chlorhydrique ($\text{H}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$) à 2 mol.L^{-1} . La coloration brune réapparaît.
- Étape 5 : on remplit une burette d'une solution de thiosulfate de sodium ($2 \text{ Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{S}_2\text{O}_{3(\text{aq})}^{2-}$) de concentration $c_2 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ et on titre le contenu de l'erlenmeyer en présence d'empois d'amidon. On observe une décoloration complète de la solution pour un volume versé de thiosulfate de sodium noté V_2 .

On indique que $\text{I}_{2(\text{aq})}$ a une coloration brune en solution ; les ions $\text{IO}_{3(\text{aq})}^-$ et $\text{I}_{(\text{aq})}^-$ sont incolores en solution.

- K1.** À la lumière du diagramme E -pH de l'iode (voir figure 12), quelle réaction s'est produite lors de l'étape 2 ? Écrire l'équation de cette réaction.
- K2.** Comment se nomme ce type de réaction ? En donner une définition précise.
- K3.** Lors de l'étape 3, le glucose $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_{6(\text{aq})}$ est oxydé en ions gluconate $\text{C}_6\text{H}_{11}\text{O}_7(\text{aq})^-$ par les ions iodate $\text{IO}_{3(\text{aq})}^-$ en milieu basique. Écrire les demi-équations d'oxydo-réduction des couples concernés, puis la réaction bilan qui se produit pendant cette étape.
- K4.** À la lumière du diagramme E -pH, quelle réaction s'est produite au cours de l'étape 4 ? Écrire l'équation de cette réaction, puis nommer ce type de réaction.
- K5.** Lors du dosage (étape 5), le diiode $\text{I}_{2(\text{aq})}$ restant est réduit en ions iodure $\text{I}_{(\text{aq})}^-$ par les ions thiosulfate $\text{S}_2\text{O}_{3(\text{aq})}^{2-}$; il se forme au cours de cette réaction des ions tétrathionate $\text{S}_4\text{O}_{6(\text{aq})}^{2-}$. Écrire l'équation bilan du titrage.
- K6.** En exploitant les potentiels standard des couples en présence, déterminer, littéralement puis numériquement, la constante d'équilibre K^0 de la réaction de titrage. Cette dernière peut-elle être considérée comme totale ?

L / Exploitation des résultats expérimentaux

Après avoir répété ce protocole trois fois, l'expérimentateur mesure un volume moyen $V_2 = 15,4$ mL. On cherche à en déduire la concentration en glucose c_0 dans le volume V_0 de *Red Bull*[®].

- L1.** Exprimer littéralement, en fonction de c_1 et V_1 , la quantité de diiode n_1 initiale (étape 1).
- L2.** Exprimer littéralement, en fonction de c_2 et V_2 , la quantité de diiode n_2 présente dans l'erlenmeyer avant le titrage (étape 5).
- L3.** Exprimer littéralement, en fonction de n_1 et n_2 , la quantité d'ions iodate n_3 ayant réagi avec le glucose (étape 3). En supposant cette réaction totale, et en considérant que le glucose est le réactif limitant de cette réaction, en déduire la quantité de glucose n_0 ayant réagi.
- L4.** En déduire enfin la concentration c_0 en fonction de c_1 , V_1 , c_2 , V_2 et V_0 . Calculer numériquement c_0 .
- L5.** Déduire de la question précédente la masse m de glucose présente dans une canette de *Red Bull*[®] de volume $V = 250$ mL. Confronter cette valeur expérimentale à celle donnée dans le document 6.

FIN

Correction DS5

Problème 1 : Transmission d'énergie électrique sans fil

Partie A / Étude des bobines utilisées

A1. L'équation de Maxwell-Thomson s'écrit $\boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0}$; celle de Maxwell-Ampère s'écrit

$$\boxed{\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)}$$

Dans le cadre de l'ARQS, l'équation de Maxwell-Ampère s'écrit $\boxed{\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$.

A2. Soit un contour fermé orienté \mathcal{L} . Par le théorème de Stokes,

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \operatorname{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

où S est une surface s'appuyant sur \mathcal{L} . Avec $\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$, $\boxed{\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}}$.

A3. L'approximation du solénoïde infini est valable si $\boxed{\ell \gg a}$.

A4. Symétries : $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie des courants. $\vec{B}(M)$, devant être perpendiculaire à ce plan, est porté par \vec{u}_z .

Invariances : la distribution de courants est invariante par translation selon z , et par rotation selon θ : B ne dépend donc que de r . Finalement, $\boxed{\vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_z}$.

A5. Soit un contour d'Ampère rectangulaire ABCD (côté AB confondu avec l'axe Oz), de longueur b et largeur c , entièrement contenu dans le solénoïde. \vec{B} étant selon \vec{u}_z en tout point,

$$\oint_{\text{ABCD}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = [B(0) - B(c)]b$$

Ce contour n'enlace aucun courant. Par le théorème d'Ampère, il vient $B(0) = B(c), \forall c < a$: $\vec{B}(M)$ est **uniforme** dans le solénoïde.

Pour un contour rectangulaire ABCD (côté AB confondu avec Oz) de longueur b et largeur $c > a$,

$$\oint_{\text{ABCD}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B_{\text{int}} b$$

car le champ magnétique est supposé nul à l'extérieur du solénoïde. Le courant enlacé par ce contour valant $I_{\text{enlacé}} = N(b/\ell)i(t)$, il vient, d'après le théorème d'Ampère,

$$\boxed{\vec{B}_{\text{int}} = \frac{\mu_0 N i(t)}{\ell} \vec{u}_z}$$

A6. Tout plan passant par M et contenant \vec{u}_z est plan d'antisymétrie des courants, et donc plan de symétrie du champ magnétique. Ainsi, en tout point M de l'axe Oz, $\vec{B}(M)$ est porté par $\boxed{\vec{u}_z}$.

A7. Le plan $z = 0$ est un **plan de symétrie des courants**, et donc un **plan d'antisymétrie du champ magnétique**. Cette propriété se traduit par $B_z(-z) = B_z(z), \forall z$.

A8. Le champ magnétique est maximal en $z = 0$ et vaut

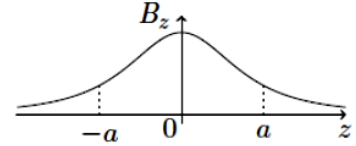
$$B_{z, \max} = \frac{\mu_0 N i(t)}{2a}$$

Par définition de $z_{1/2}$, $B_z(z_{1/2}) = B_{z, \max}/2$. Il vient

$$\frac{a^2}{2(z_{1/2}^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{4a}$$

$$2a^3 = (z_{1/2}^2 + a^2)^{3/2}$$

$$z_{1/2} = a\sqrt{2^{2/3} - 1} \approx 0,77 a$$



A9. Étudions la carte de champ du solénoïde.

- Le plan Π , passant par l'axe vertical de la carte de champ et perpendiculaire à celle-ci, est un plan d'antisymétrie des courants. Ce plan est donc un plan de symétrie du champ magnétique. Pour tout couple de points (L,M) symétriques par rapport à Π , on remarque en effet que

$$\vec{B}(M) = \text{sym}_{\Pi}[\vec{B}(L)]$$

- Le plan Π^* , passant par l'axe horizontal de la carte de champ et perpendiculaire à cette dernière, est un plan de symétrie des courants, soit également un plan d'antisymétrie du champ magnétique. Pour tout couple de points (L,N) symétriques par rapport à Π^* , on note effectivement que

$$\vec{B}(N) = -\text{sym}_{\Pi^*}[\vec{B}(L)]$$

On retrouve les mêmes éléments de symétrie sur la carte de champ de la bobine plate.

A10. Les lignes de champ se resserrent aux endroits où le **champ magnétique est plus intense**. Elles sont parallèles aux endroits où le **champ magnétique est uniforme**. Ces propriétés viennent de l'équation locale $\text{div } \vec{B} = 0$: le **champ magnétique est à flux conservatif**.

Partie B / Transfert de puissance : rendement de Yates

B1. Par définition,

$$P_{\text{reçue}} = (u_{R_1} + u_{L_1})i = R_1 i^2 + L_1 i \frac{di}{dt}$$

L'intensité varie en $\cos(\omega t)$; en utilisant les résultats usuels

$$\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \langle \cos(\omega t) \sin(\omega t) \rangle = \left\langle \frac{\sin(2\omega t)}{2} \right\rangle = 0$$

$$\langle P_{\text{reçue}} \rangle = \frac{R_1 I_0^2}{2}$$

B2. On utilise l'expression du champ magnétique donnée par l'énoncé, en $z = d$, supposé uniforme au niveau de la bobine réceptrice :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 N_1 i(t) a^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} N_2 S_2 = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 i(t) a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}}$$

B3. Il s'agit du phénomène d'**induction électromagnétique**, découlant de l'équation de Maxwell-Faraday

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

B4. On calcule la fem en utilisant la loi de Faraday :

$$e(t) = - \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \omega I_0 \sin(\omega t)$$

B5. L'inductance propre de la bobine réceptrice étant négligée, cette dernière est parcourue par un courant $i_2 = e/R_2$. De fait,

$$P_{\text{généré}} = e i_2 = \frac{e^2}{R_2} = \frac{1}{R_2} \left[\frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \omega I_0 \sin(\omega t) \right]^2$$

Puisque $\langle \sin^2(\omega t) \rangle = 1/2$,

$$\langle P_{\text{généré}} \rangle = \frac{1}{2R_2} \left[\frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \omega I_0 \right]^2$$

B6. En utilisant les résultats précédents,

$$\eta = \frac{1}{2R_2} \left[\frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 a^2 b^2}{2(d^2 + a^2)^{3/2}} \omega I_0 \right]^2 \frac{2}{R_1 I_0^2}$$

$$\eta = k \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{R_1 R_2 (d^2 + a^2)^3} \quad \text{avec} \quad k = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2$$

Partie C / Modélisation du couplage : inductance mutuelle

C1. Le flux magnétique créé par un circuit 1, parcouru par un courant i_1 , à travers un circuit 2, s'écrit

$$\Phi_{12} = M i_1 \quad (\text{ou } \Phi_{21} = M i_2)$$

M est en **Henry**.

C2. La loi des mailles dans le circuit 1 s'exprime

$$E = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

De même, la loi des mailles dans le circuit 2 s'exprime

$$0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

C3. On multiplie la première loi des mailles par i_1 , la seconde par i_2 :

$$Ei_1 = R_1i_1^2 + L_1i_1\frac{di_1}{dt} + Mi_1\frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad 0 = R_2i_2^2 + L_2i_2\frac{di_2}{dt} + Mi_2\frac{di_1}{dt}$$

En sommant ces deux équations, on obtient

$$Ei_1 = R_1i_1^2 + R_2i_2^2 + \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{dt} \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2$$

Ce bilan montre que la puissance fournie par le générateur, Ei_1 , est en partie dissipée par effet Joule dans les résistances, en partie stockée sous forme magnétique dans les bobines.

C4. En reprenant l'expression de \mathcal{E}_{mag} ,

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2}i_2^2 \left[L_1 \left(\frac{i_1}{i_2} \right)^2 + L_2 + 2M \left(\frac{i_1}{i_2} \right) \right]$$

Avec $x = i_1/i_2$,

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2}i_2^2 P(x) \quad \text{avec} \quad P(x) = L_1x^2 + 2Mx + L_2$$

C5. Puisque $\mathcal{E}_{\text{mag}} \geq 0$, $P(x) \geq 0$. Graphiquement, la fonction $x \rightarrow P(x)$ est une parabole tournée vers le haut. Pour assurer que cette fonction soit positive pour tout x , il faut que le discriminant de $P(x)$ soit négatif ou nul :

$$\Delta = (2M)^2 - 4L_1L_2 \leq 0$$

Il vient $M \leq \sqrt{L_1L_2} = M_{\text{max}}$.

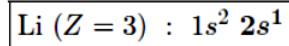
C6. On peut par exemple citer :

- les transformateurs, permettant d'élever ou d'abaisser la tension dans les lignes électriques ;
- les moteurs électriques, comportant un circuit primaire fixe et un circuit secondaire mobile ;
- les alternateurs, fonctionnant dans le sens contraire des moteurs ;
- le chauffage par induction (four, plaque) ;
- la détection à boucle inductive (détecteur de métaux, de véhicules) ;
- la transmission d'informations par radio-identification (RFID), mise en œuvre par exemple dans les portiques de sécurité...

Problème 2 : Chimie des batteries lithium-ion

Partie H / Équation-bilan de fonctionnement

H1. Li se situe à la 2^{ème} ligne, à la 1^{ère} colonne. Par les règles de Klechkowski et Pauli,



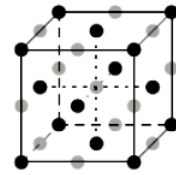
H2. Suite à la perte d'un électron, l'ion Li^+ a une configuration électronique $1s^2$ (sous-couche saturée) soit celle d'un gaz noble, d'où sa **stabilité**.

H3. La réduction des ions Li^+ se traduit par la demi-équation $\boxed{\text{Li}_{(\text{aq})}^+ + e^- = \text{Li}_{(\text{s})}}$.

L'insertion de Li dans le graphite s'écrit $\boxed{\text{Li}_{(\text{s})} + \text{C}_{6(\text{s})} = \text{LiC}_{6(\text{s})}}$.

H4. En sommant les équations précédentes, $\boxed{\text{Li}_{(\text{aq})}^+ + \text{C}_{6(\text{s})} + e^- = \text{LiC}_{6(\text{s})}}$.

H5. Les sites octaédriques (disques gris) sont situés au centre de chaque arête, et au centre de la maille. La relation de contact entre atomes C selon les diagonales des faces s'écrit $a\sqrt{2} = 4R_C$. Les sites O peuvent contenir un atome Li de rayon maximal r_{max} tel qu'il y ait contact C-Li-C sur une arête :



$$R_C + 2r_{\text{max}} + R_C = a$$

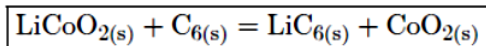
En injectant la relation précédente,

$$\boxed{r_{\text{max}} = \frac{a}{2} - R_C = (\sqrt{2} - 1)R_C = 29 \text{ pm}}$$

H6. On remarque que $R_{\text{Li}} > r_{\text{max}}$: c'est **impossible de faire un alliage d'insertion**. En réalité, le **graphite n'adopte pas une maille cfc**, mais une structure bidimensionnelle « en feuillets ».

H7. La désinsertion des ions Li^+ se traduit par $\boxed{\text{LiCoO}_{2(\text{s})} = \text{Li}_{(\text{aq})}^+ + \text{CoO}_{2(\text{s})} + e^-}$.

H8. On somme les demi-équations aux deux électrodes, en simplifiant les électrons et les ions Li^+ :



Partie I / Masse de la batterie

I1. Les demi-équations précédentes montrent que pour un ion Li^+ formé à une électrode puis consommé à l'autre, il y a un électron mis en jeu. 1 mole d'ions Li^+ correspondent donc à \mathcal{N}_a électrons, de charge $e\mathcal{N}_a = \mathcal{F}$ en valeur absolue. La quantité de matière n dans une masse m d'ions Li^+ vaut $n = m/M_{\text{Li}}$. On en déduit la charge pour 1 gramme d'ions Li^+ :

$$\boxed{Q_{\text{max}} = \frac{m\mathcal{F}}{M_{\text{Li}}} = 1,390 \cdot 10^4 \text{ C}}$$

I2. La capacité de la batterie vaut

$$Cap = 2\,675 \text{ mA.h} = 2\,675 \times \frac{3\,600}{1\,000} \text{ A.s} = 9,630 \cdot 10^3 \text{ C}$$

On en déduit la masse d'ions Li^+ dans la batterie :

$$\boxed{m = \frac{Cap}{Q_{\text{max}}} = 0,692\,8 \text{ g}}$$

I3. Le lithium est très rare, peu recyclable et les ressources sont limitées. Il est extrait de minéraux dans des mines très polluantes dans des pays en voie de développement, avec défrichage massif des forêts qui gênent l'excavation...

I4. La puissance fournie par la batterie s'exprime $P = Ei$ avec $i = \delta q/dt$. On obtient l'énergie \mathcal{E} en intégrant P sur la durée de fonctionnement :

$$\mathcal{E} = \int_0^{Cap} E \delta q = E Cap = 9,6 \text{ W.h}$$

I5. La masse de la batterie s'obtient en divisant l'énergie \mathcal{E} par l'énergie massique fournie :

$$m_b = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\text{massique}}} = 48 \text{ g : le résultat obtenu est crédible.}$$

Partie J / Rendement

J1. On utilise la relation $\Delta_r G = -\nu \mathcal{F} E$, avec $\nu = 1$ électron échangé. Par ailleurs, tous les constituants engagés dans l'équation-bilan sont solides ; chaque constituant est considéré pur, seul dans sa phase. On peut donc assimiler enthalpie libre et enthalpie libre standard de réaction :

$$\Delta_r G^\circ = -\mathcal{F} E = -3,5 \cdot 10^2 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

J2. Le lien entre entropie standard de réaction et enthalpie libre standard de réaction s'écrit

$$\Delta_r S^\circ = - \left(\frac{\partial \Delta_r G^\circ}{\partial T} \right)_P$$

Dans l'approximation d'Ellingham, on peut réécrire la dérivée comme

$$\Delta_r S^\circ = - \frac{\Delta_r G_2^\circ - \Delta_r G_1^\circ}{T_2 - T_1} = \mathcal{F} \frac{E_2 - E_1}{T_2 - T_1}$$

À $T_1 = 280 \text{ K}$, $E_1 = E_{\text{ref}} + 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}$; à $T_2 = 310 \text{ K}$, $E_2 = E_{\text{ref}} + 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$. On en déduit

$$\Delta_r S^\circ = -8,7 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

J3. Avec la relation entre grandeurs standard de réaction $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ$,

$$\Delta_r H^\circ = \Delta_r G^\circ + T \Delta_r S^\circ$$

En l'appliquant par exemple à la température $T = 310 \text{ K}$ pour laquelle $E = 3,5985 \text{ V}$,

$$\Delta_r H^\circ = -\mathcal{F} E + T \Delta_r S^\circ = -3,5 \cdot 10^2 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

J4. L'énergie chimique s'apparente à la variation d'enthalpie au cours de la durée de fonctionnement de la pile : $|\Delta H| = n |\Delta_r H^\circ|$. Or, avec une masse $m = 0,6928 \text{ g}$ d'ions Li^+ ,

$$n = \frac{m}{M_{\text{Li}}} = 9,981 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

soit $|\Delta H| = 3,5 \cdot 10^4 \text{ J}$. Par ailleurs, l'énergie électrique vaut $\mathcal{E} = 9,6 \text{ W.h} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ J}$. On en déduit le rendement

$$\eta = \frac{\mathcal{E}}{|\Delta H|} \approx 1 : \text{le rendement est très proche de } 100 \%$$

Partie K / Caractéristiques de l'électrolyte

K1. Un solvant protique est capable de céder des protons H^+ . Exemple : H_2O .

K2. La loi d'Arrhenius est donnée par

$$\frac{d \ln k}{dT} = \frac{E_a}{RT^2}$$

avec k la constante de vitesse (son unité dépend de l'ordre de la réaction), T la température (en K), E_a l'énergie d'activation (en $J \cdot mol^{-1}$), $R = 8,314 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ la constante des gaz parfaits.

K3. Si la température augmente, k augmente : la vitesse de réaction est augmentée, mais cela n'inversera pas le sens spontané de la réaction : **la batterie ne se recharge pas.**

K4. On avait montré que $\Delta_r H^\circ < 0$: la décharge est effectivement exothermique. En chauffant la batterie, d'après la relation de Van't Hoff

$$\frac{d \ln K^\circ}{dT} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2}$$

l'équilibre est déplacé dans le sens endothermique donc celui de la charge. Bien que cette idée soit valable d'un point de vue thermodynamique, elle est probablement très peu efficace puisque $\Delta_r G^\circ$ ne dépend presque pas de la température ($|\Delta_r S^\circ|$ est faible).

Partie III Autour d'une boisson énergisante (E3A PSI 2018)

H1. Configuration électronique Al : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$.

Règles utilisées : règle de Pauli, règle de Klechkowski, règle de Hund (non utilisée ici).

H2. Les entités aluminium sont situées aux sommets et au centre de face.

- population p : les atomes aux sommets comptent pour $1/8$, ceux aux centres de faces pour $1/2$, et $p = 8 \times 1/8 + 6 \times 1/2$ $p = 4$;
- coordinence : la structure CFC est une structure compacte, chaque entité a **12 plus proches voisins**

H3. La tangence a lieu selon la diagonale de face : $a\sqrt{2} = 4r$.

H4. La masse volumique est égale à celle d'une maille qui contient 4 entités Al en propre dans un volume a^3 :

$$\rho_{Al} = \frac{4 \times m_{\text{une entité Al}}}{a^3} \Rightarrow \rho_{Al} = \frac{4M_{Al}}{N_A a^3}$$

Application numérique :

$$\rho_{Al} = \frac{4 \times 27 \times 10^{-3}}{6,02 \times 10^{23} \times (4 \times 143 \times 10^{-12} / \sqrt{2})^3} \Rightarrow \rho_{Al} = 2,7 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

H5. Un acier a une masse volumique de l'ordre de $\rho_{acier} \approx 8 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. **La canette en aluminium est plus légère.**

J1. Nombres d'oxydation de l'iode dans les entités suivantes :

entités	I^-	I_2	IO_3^-
nb. oxydation iode	-I	0	+V
domaines	3	2	1

Les domaines correspondant aux potentiels les plus élevés sont associés au nombre d'oxydation le plus élevé de l'iode.

J2. Partant de la demi-équation : $I_{2(aq)} + 2e^- = 2I_{(aq)}^-$, on en déduit l'équation de la droite frontière avec, d'après la convention $[I_2]_f = [I^-]_f = c_t$:

$$E_{2-3} = E^\circ(I_2/I^-) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[I_2]_f}{[I^-]_f^2} \right) = E^\circ(I_2/I^-) - 0,03 \log(c_t)$$

$$E_{2-3} = 0,62 + 0,03 \Rightarrow \boxed{E_{2-3} = 0,65 \text{ V}}$$

J3. Partant de la demi-équation : $2IO_{3(aq)}^- + 12H^+ + 10e^- = I_{2(aq)} + 6H_2O_{(l)}$, on en déduit l'équation de la droite frontière :

$$E_{1-2} = E^\circ(IO_3^-/I_2) + \frac{0,06}{10} \log \left(\frac{[IO_3^-]_f^2 [H^+]^{12}}{[I_2]_f} \right)$$

$$\Leftrightarrow E_{1-2} = E^\circ(IO_3^-/I_2) - \frac{0,06 \times 12}{10} pH + \frac{0,06}{10} \log(c_t)$$

$$E_{1-2} = 1,19 - 0,006 - 0,072 pH \Rightarrow \boxed{E_{1-2} = 1,18 - 0,072 pH}$$

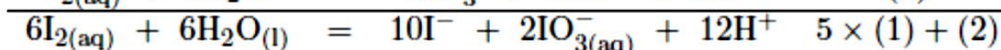
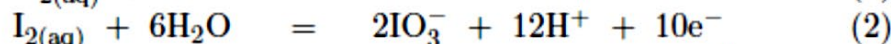
J4. Le système d'équations conduit à :

$$1,18 - 0,072 pH = 0,65 \Leftrightarrow pH = 7,4$$

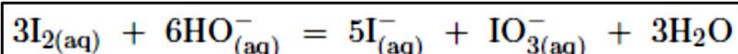
Ce qui donne pour les coordonnées : $\boxed{\{pH = 7,4; E = 0,65 \text{ V}\}}$ en accord avec le diagramme.

K1. La décoloration de la solution indique la **disparition du diiode en milieu basique conformément au diagramme E-pH.**

Partant des demi-équations équilibrées en milieu acide, on en déduit l'équation de la réaction :

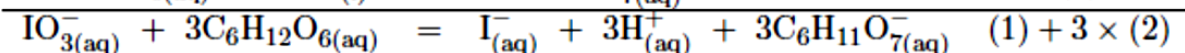
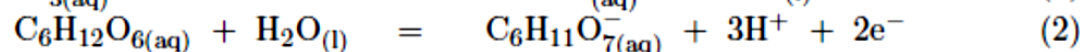


On divise alors par deux et on équilibre finalement avec des ions hydroxyde :

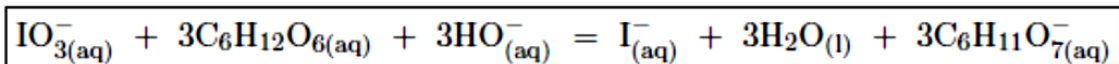


K2. On observe la **dismutation** du diiode. La dismutation est une réaction dans laquelle une espèce chimique joue à la fois le rôle d'oxydant et de réducteur. Lors de la transformation l'espèce dans laquelle l'élément est à un degré d'oxydation donné fournit deux espèces dans lesquelles l'élément est à des degrés d'oxydation plus et moins grands.

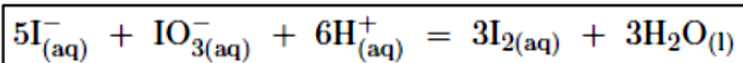
K3. On procède comme précédemment en équilibrant les demi-équations en milieu acide avant de passer en milieu basique :



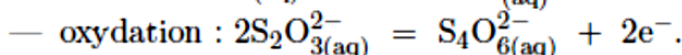
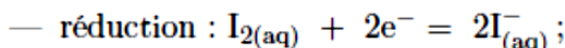
Et finalement :



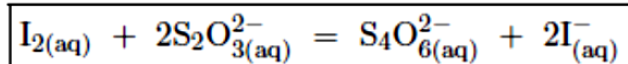
K4. La réaction de l'étape 4 est la réaction inverse de l'étape 2. Il s'agit de la **médiamutation** de I^- et IO_3^- en diiode par passage en milieu acide :



K5. À partir des demi-équations :



On en déduit la réaction de dosage :



K6. On exprime les potentiels d'électrode à l'aide de la formule de Nernst :

— I_2/I^- : $E_1 = E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[\text{I}_2]}{[\text{I}^-]^2} \right)$;

— $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$: $E_2 = E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[\text{S}_4\text{O}_6^{2-}]}{[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]^2} \right)$;

L'équilibre impose l'égalité des potentiels d'électrode, on en déduit :

$$E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[\text{I}_2]_{\text{eq}}}{[\text{I}^-]_{\text{eq}}^2} \right) = E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[\text{S}_4\text{O}_6^{2-}]_{\text{eq}}}{[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]_{\text{eq}}^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) - E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[\text{S}_4\text{O}_6^{2-}]_{\text{eq}} [\text{I}^-]_{\text{eq}}^2}{[\text{S}_2\text{O}_3^{2-}]_{\text{eq}}^2 [\text{I}_2]_{\text{eq}}} \right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{K^\circ = 10^{\frac{2[E^\circ(\text{I}_2/\text{I}^-) - E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-})]}{0,06}}}$$

Application numérique :

$$K^\circ = 10^{2 \times (0,62 - 0,09) / 0,06} \Rightarrow \boxed{K^\circ = 4,6 \times 10^{17}}$$

$\boxed{K^\circ \gg 1}$, la réaction peut être considérée totale ce qui est une condition nécessaire pour une réaction de titrage.

L1. $\boxed{n_1 = c_1 V_1}$.

L2. Lors du titrage, une entité I_2 réagit avec deux entités $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$; la quantité de diiode présente avant le titrage est donc égale à la moitié du nombre de moles de thiosulfate versé à l'équivalence :

$$\boxed{n_2 = \frac{c_2 V_2}{2}}$$

L3. D'après l'équation de la réaction (K1), le nombre de moles d'ions iodate formé à l'étape 2 est égal au tiers du nombre de moles de diiode initialement introduit : $n_{\text{IO}_3^-}^f = n_1/3$.

Le nombre de moles d'ions iodate encore présent après l'étape 3 est égal au tiers du nombre de moles de diiode qui sera consommé dans l'étape de titrage (équation de la question K4), donc $n_{\text{IO}_3^-}^r = n_2/3$.

Le nombre de moles d'ions iodate ayant réagi avec le glucose est la différence du nombre de moles formé dans l'étape 2 et du nombre de moles consommé dans l'étape 4, en conséquence :

$$\boxed{n_3 = \frac{n_1 - n_2}{3}}$$

Enfin lors de l'étape 3, (équation de la question K3), trois entités glucose réagissent pour une entité iodate, en conséquence :

$$n_0 = 3n_3 \Rightarrow \boxed{n_0 = n_1 - n_2}$$

L4. En utilisant les relations précédemment obtenues, on en déduit :

$$n_0 = n_1 - n_2 = c_1 V_1 - \frac{c_2 V_2}{2} \Rightarrow \boxed{c_0 = \frac{c_1 V_1 - c_2 V_2 / 2}{V_0}}$$

Application numérique (remarque : contrairement à l'énoncé, on considérera que les données sont fournies avec deux chiffres significatifs pour préserver une certaine précision, compatible avec la précision d'un dosage)

$$c_0 = \frac{0,05 \times 20 - 0,10 \times 15,4/2}{2,0} \Rightarrow \boxed{c_0 = 0,12 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

L5. $\boxed{m = c_0 V \times M_{\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}}$.

A.N. : $m = 0,115 \times 0,250 \times (6 \times 12 + 12 \times 1,0 + 6 \times 16) \Rightarrow \boxed{m = 5,2 \text{ g}}$

À la précision des données (1 ou 2 chiffres significatifs) et du résultat, cette valeur est en parfait accord avec le document indiquant 5,25 g.

Rapport de jury DS5

E3A PSI 2020

La partie 1 de ce sujet développait certains aspects de la transmission d'énergie électrique sans fil, un domaine en pleine innovation actuellement. Cette partie alternait modélisations théoriques, analyses de résultats expérimentaux obtenus à partir de matériel usuel de travaux pratiques, et étude de travaux de recherche récents. Cette partie mobilisait essentiellement des outils d'électronique et d'induction de première année, et d'électromagnétisme de deuxième année. La partie 2 était consacrée au principe de fonctionnement de certaines batteries lithium-ion, ayant fait l'objet du Prix Nobel de chimie l'an dernier. Après quelques questions portant sur le programme de première année – atomistique, cristallographie, réactions d'oxydo-réduction -, cette partie faisait ensuite appel à des notions de thermochimie appliquée au fonctionnement d'une pile : estimation d'ordres de grandeur d'un système concret (batterie de téléphone portable), détermination expérimentale de grandeurs standard de réaction.

Ce sujet abordait certaines notions du programme qui paraissent souvent difficiles aux étudiants (ARQS, induction, effet de peau, sites octaédriques, décharge d'une batterie). Les copies sont moins bonnes que les autres années : la situation sanitaire et les conditions difficiles de travail associées, permettent certainement d'expliquer (en partie) ce phénomène.

CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Le cours doit être connu, c'est fondamental. Il est impossible d'espérer bien traiter un exercice sans connaître le cours. Attention à l'expression et à l'orthographe. Certaines copies, en raison du nombre de fautes et de la syntaxe des phrases, sont difficiles à lire et à comprendre.

Vérifier l'homogénéité est un réflexe important à acquérir, puisqu'il permet de détecter des erreurs, en particulier d'étourderie, puisque tout résultat non homogène est faux. Il faut faire attention à respecter les notations de l'énoncé. Certains résultats sont aberrants par leur valeur numérique mais cela ne choque pas les candidats : par exemple, une masse de lithium de $1,15 \cdot 10^{-23}$ g, une énergie de $2,3 \cdot 10^{-24}$ W.h. On rappelle qu'il faut être critique vis-à-vis d'un résultat.

Il est conseillé de ne négliger aucune partie du programme, en particulier l'ARQS, l'induction et la chimie.

ANALYSE DES DIFFÉRENTES PARTIES

A1 Question de cours réussie par la plupart des candidats.

A2 Question de cours également réussie par de nombreux candidats. On constate des confusions dans les notations. Certains candidats font apparaître $\oint B^{\vec{}} \cdot dS^{\vec{}}$ alors que la surface S n'est pas fermée.

A3 Question souvent bien réussie. Certains candidats comparent des grandeurs qui n'ont pas la même dimension (la longueur ℓ et le nombre de spires), ce qui n'a guère de sens...

A4 Trop de candidats identifient un plan de symétrie ou d'antisymétrie sans préciser s'il s'agit de la distribution de courant ou du champ magnétique. Considérer deux plans de symétrie du champ magnétique passant par l'axe Oz ne permet pas de spécifier la direction du champ en tout point de l'espace. Une rotation est spécifiée par une direction et un angle. Ainsi, affirmer qu'un système est invariant par rotation sans caractériser celle-ci n'est pas satisfaisant. Affirmer que le système est invariant par rotation suivant $u^{\vec{}}_{\theta}$ n'est pas correct non plus.

A5 Question réussie par une grande partie des candidats. Faire un schéma était judicieux.

A6 Peu de bonnes réponses. Le fait que le plan $z=0$ soit un plan de symétrie du courant ne permet pas de conclure quant à la direction du champ en un point de l'axe Oz hors de ce plan...

A7 Beaucoup de candidats n'ont pas bien répondu à la question. Le fait que le plan $z=0$ soit un plan d'antisymétrie du champ n'implique pas que $B_z(z)$ soit une fonction impaire de z .

A8 L'expression de $z^{1/2}$ n'est pas toujours dimensionnellement cohérente.

A9 Le lien entre l'allure des lignes de champ et les plans de symétrie/antisymétrie du courant n'est pas souvent clairement mentionné.

A10 Peu de candidats ont indiqué que le champ était uniforme et plus intense au sein du solénoïde.

B1 Question souvent bien réussie. Le fait que $\langle i \cdot di/dt \rangle = 0$ est affirmé sans justification par de nombreux candidats.

B2 Question souvent bien réussie

B3 Question souvent bien réussie. Quelques candidats confondent inductance et induction.

B4 Confusions entre lois de Lenz et de Faraday.

B5 et B6 Questions souvent réussies quand elles ont été abordées.

C1 La plupart des candidats ont donné le nom mais pas la définition de M .

C2 Question réussie par la plupart des candidats.

C3 L'interprétation du bilan de puissance a souvent été oubliée.

C4 et C5 Questions en général bien réussies par les candidats qui les ont abordées.

C6 Deux applications détaillées étaient attendues. Beaucoup de candidats n'en ont donné qu'une seule ; d'autres se sont contentés de les citer, sans plus de précisions.

H1 Question de cours abordée et réussie par un grand nombre de candidats.

H2 Question de cours moins bien réussie.

H3-H4 Questions réussies par un grand nombre de candidats.

H5-H6 Nombreuses confusions entre sites octaédriques et tétraédriques. Le site octaédrique au centre de la maille est souvent oublié.

H7-H8 Questions réussies par un grand nombre de candidats.

I1 Question souvent réussie quand elle est abordée par le candidat.

I2 Question peu réussie.

I3-I4-I5 Questions généralement réussies par les candidats qui les ont traitées.

J1-J4 Cette partie a mis en difficulté les candidats. Seuls quelques-uns sont parvenus à donner des réponses cohérentes.

K1 La définition de solvant protique est connue de peu de candidats.

K2 La loi d'Arrhenius est connue d'un grand nombre de candidats. Cependant une grande partie d'entre eux associent une unité incorrecte à l'énergie d'activation.

K3-K4 Questions peu abordées. Les réponses données sont très rarement correctes.

E3A PSI 2028

2ème Partie : Autour d'une boisson énergisante

H / Le métal aluminium

Cette sous-partie est souvent bien traitée. La configuration électronique et les règles associées sont généralement connues, même si Klechkowski et Pauli ont régulièrement eu leur nom écorché... Certains dessins de mailles laissent à penser que les candidats s'y sont peu entraînés ; pour une telle représentation, il serait souhaitable d'utiliser une règle. La coordinence est souvent confondue avec la compacité. Les valeurs de masses volumiques de l'aluminium et d'un acier couvrent quelques centaines d'ordres de grandeur sans pour autant attirer de réaction chez les auteurs.

J / L'iode en solution aqueuse

Cette sous-partie a été plutôt bien traitée ; la relation de Nernst est connue de la plupart des étudiants et appliquée aux couples redox étudiés. Attention toutefois aux unités, parfois fausses ou absentes. Rappelons que la détermination d'un point d'intersection impose de calculer son abscisse et son ordonnée.

K/ Principe du dosage

Cette sous-partie a été rarement traitée ou très mal traitée, le cours d'oxydo-réduction n'étant visiblement pas maîtrisé par les étudiants. En particulier, les candidats ne savent pas dans leur grande majorité qu'une équation-bilan d'oxydo-réduction ne doit pas comporter d'électrons, contrairement à une demi-équation électronique. Les termes de dismutation et médiamutation sont ignorés (on a parfois droit à des réactions acido-basiques). Enfin, l'équilibrage d'équations d'oxydo-réduction diffère selon le milieu aqueux, acide ou basique.

L/ Exploitation des résultats expérimentaux

Cette sous-partie a été très rarement traitée. Dès la question L1, un nombre inquiétant de candidats ne connaissent pas la relation entre n , C et V . A la question L2, beaucoup de candidats n'ont pas compris le lien entre relation à l'équivalence et proportions stoechiométriques, qui se traduit par l'oubli d'un facteur 2.

ANALYSE DES RESULTATS

Du fait de la longueur importante du sujet, beaucoup de questions ont été traitées par les candidats : l'épreuve a ainsi permis de les classer par une utilisation de toute l'échelle de notation avec une moyenne égale à 9,88 et un écart-type de 4,02.

Comme annoncé en préambule du sujet, les candidats ayant traité et bien répondu à un nombre important de questions au sein d'une sous-partie, ont obtenu des bonifications dans le barème.

Les copies sont dans l'ensemble correctement rédigées, même si on peut regretter pour certaines un manque de soin et de précisions sur les schémas et graphes. Plus rarement, certains candidats ne répondent pas dans les bonnes cases du cahier réponse ! Malgré quelques excellentes copies que le jury a eu plaisir à lire, le niveau global des copies corrigées est assez décevant. De trop nombreux résultats numériques sont donnés sans unités ou avec des unités fantaisistes, et beaucoup de résultats sont non justifiés, révélant un manque criant de rigueur dans la démarche scientifique. Par ailleurs, on a relevé beaucoup trop de résultats aberrants, pour la masse volumique d'un acier ou les pulsations de la lumière visible par exemple. La chimie est souvent très peu abordée, peut-être du fait de sa situation en fin de sujet ; or les questions posées dans ce domaine sont classiques et valorisées. La résolution de problème est hélas très peu abordée et encore moins réussie, malgré les points qui lui étaient affectés dans le barème.

CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Un bon scientifique doit connaître les hypothèses et limites des relations utilisées, doit savoir utiliser l'outil mathématique avec précision, évaluer des ordres de grandeur « courants », poser des raisonnements avec rigueur et faire preuve de sens critique. Le jury invite les candidats à soigner leur préparation à l'épreuve selon ces différents axes de travail.

Les copies ne sont pas notées au poids ; en particulier, la stratégie de « grapillage de points » adoptée par certains candidats pendant une bonne partie de l'épreuve, leur fait perdre de vue la cohérence de chaque sous-partie et du sujet dans son ensemble. Ce n'est assurément pas un bon calcul pour réussir cette épreuve.