

# DS

## TSI2

### Physique

#### 4h

#### 5 avril 2024

**I. Détecteur de métaux (CCINP TPC 2019)**

**II. Le four à micro-ondes (CCINP TPC 2020)**

**III. Etude du sulfure de zinc (PT 2021)**

***Recommandations importantes***

*La plus grande attention sera apportée au soin, à la présentation et à la qualité de la rédaction.*

*Les résultats doivent être mis en valeur et exclusivement exprimés avec les notations de l'énoncé.*

*Si on introduit des notations personnelles, elles doivent toujours être soigneusement définies.*

*Un résultat non justifié ne sera, au mieux, que partiellement pris en compte.*

*Même si une valeur numérique est demandée, vous devez avant tout donner l'expression littérale.*

*Le calcul de la valeur numérique n'est jamais que la toute dernière étape.*

*Les résultats numériques doivent être accompagnés de leur unité.*

*Les exercices peuvent être traités dans un ordre quelconque, mais respectez la numérotation des questions.*

*Lisez l'énoncé en entier avant*

***(Calculatrice NON autorisée)***

# PROBLÈME 1

## Détecteur de métaux

Les détecteurs de métaux sont des instruments électroniques capables d'indiquer la présence de masses métalliques de nature et de taille différentes. Les détecteurs fixes sont utilisés dans les aéroports, dans l'industrie agro-alimentaire ou pharmaceutique, sur les réseaux routiers, etc. Les détecteurs mobiles peuvent servir à localiser et suivre le cheminement de canalisations enterrées ou de fils électriques, à aider aux fouilles archéologiques, à repérer des engins dangereux, etc.



Figure 1 – Diverses utilisations de détecteurs de métaux

### Partie I - Principe de fonctionnement

Les détecteurs de métaux fonctionnent selon des principes variés dépendant de l'utilisation souhaitée. Nous allons nous intéresser ici aux détecteurs de métaux basés sur le battement de fréquence dont le principe est expliqué dans le **document 1**.

#### Document 1 - Principe du détecteur à battement de fréquence

Le principe de fonctionnement d'un détecteur de métaux repose sur l'induction électromagnétique. Une bobine parcourue par un courant électrique variable génère un champ magnétique variable auquel sont soumis les objets situés dans la zone de détection. En réponse, les objets conducteurs, et en particulier les métaux, sont le siège de courants induits par ce champ magnétique variable, appelés courants de Foucault. Ces courants induits dans la matière engendrent à leur tour un champ magnétique qui est perçu par un circuit de détection.

Plus précisément, un détecteur à battement de fréquence utilise deux oscillateurs dont les fréquences d'oscillations sont identiques en l'absence d'objets à détecter. Chacun d'eux contient notamment une bobine dont le rôle sera différent selon le circuit.

.../...

## Document 1 (suite) - Principe du détecteur à battement de fréquence

L'un des deux oscillateurs fonctionne comme émetteur. Sa fréquence d'oscillations sert de référence et ne doit pas varier au cours de l'expérience. La bobine qu'il contient doit être tenue loin des objets à détecter.

L'autre oscillateur fonctionne comme récepteur. La bobine qu'il contient réagit au champ magnétique induit par les courants de Foucault, ce qui provoque une variation de sa fréquence d'oscillations par rapport au circuit de référence.

La comparaison des fréquences des deux oscillateurs renseigne sur la détection d'un objet métallique. Une variation de la fréquence de travail et une analyse fine des réponses obtenues permet de cibler la détection de métaux particuliers.

- Q1.** Énoncer l'expression locale de l'équation de Maxwell qui décrit les phénomènes d'induction électromagnétique. Rappeler la loi de Faraday en définissant les grandeurs intervenant dans cette loi.
- Q2.** Expliquer pourquoi le détecteur est sensible aux métaux mais pas aux végétaux ni aux minéraux.

## Partie II - Oscillations libres d'un circuit RLC série

L'élément déterminant du détecteur de métal est la bobine, indispensable à la détection, qui est utilisée dans un montage oscillateur. L'étude du fonctionnement de l'oscillateur va nous permettre de déterminer les caractéristiques de la bobine.

On réalise un circuit RLC série dont le schéma de principe est donné sur la **figure 2**. Il est constitué :

- d'un générateur basse fréquence (GBF), de résistance interne  $R_g$  et de force électromotrice  $e(t)$  ;
- d'une résistance variable  $R$ , de valeur comprise entre  $0\Omega$  et  $10,0\text{ k}\Omega$  ;
- d'un condensateur de capacité variable  $C$ , de valeur comprise entre  $0,01\text{ }\mu\text{F}$  et  $1,00\text{ }\mu\text{F}$  ;
- d'une bobine réelle d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  inconnues.

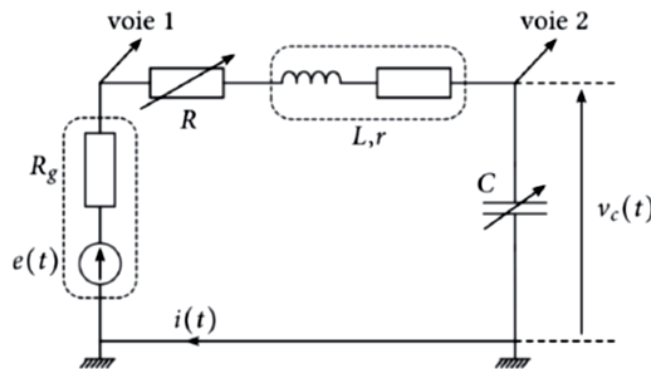


Figure 2 – Circuit RLC série

On pose :

- $R' = R + R_g + r$  la résistance totale du circuit ;
- $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  sa pulsation propre ;
- $Q = \frac{L\omega_0}{R'} = \frac{1}{R'}\sqrt{\frac{L}{C}}$  le facteur de qualité correspondant.

Un extrait des caractéristiques techniques du GBF est donné dans le **document 2**, page 4.

**Document 2 - Extrait des caractéristiques techniques du GBF**

- Sortie du signal MAIN OUT**
- Amplitude réglable en circuit ouvert : de 0 à 20 V (amplitude crête à crête)
  - Précision : de 0,1 à 20 V < 5 % de 1 mHz à 10 MHz
  - ± 1,5 dB pour  $f > 10$  MHz (± 0,5 dB typique)
  - Impédance :  $50 \Omega \pm 3 \%$
  - Tension continue de décalage : réglable de - 10 V à + 10 V en circuit ouvert (OFFSET)
  - Précision : ± 5 % de l'amplitude (offset résiduel < ± 5 mV)

Source 2018 : notice Metrix GX 320

**Q3.** Montrer que l'équation différentielle satisfaite par la tension  $v_c$  aux bornes du condensateur se met sous la forme :

$$\frac{d^2 v_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dv_c}{dt} + \omega_0^2 v_c = \omega_0^2 e(t).$$

On suppose que  $Q > \frac{1}{2}$ .

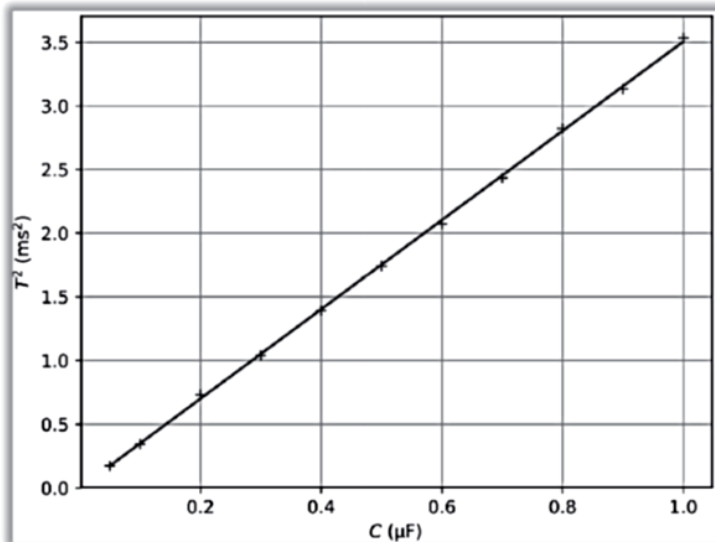
**Q4.** En régime libre  $e(t) = 0$ , montrer que la pseudo-période  $T$  des oscillations peut s'écrire

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

et déterminer l'expression littérale de  $T_0$ .

**Q5.** En déduire que l'on peut écrire  $T^2 = \frac{aC}{1 - bC}$  et exprimer  $a$  et  $b$  en fonction des caractéristiques du circuit.

**Q6.** La pseudo-période a été mesurée pour différentes valeurs de la capacité  $C$  ; la fonction  $T^2$  a été tracée en fonction de  $C$ . Une modélisation affine a été superposée à ces données.



Modélisation affine :

- coefficient de corrélation : 0,999 ;
- ordonnée à l'origine :  $-3,0 \cdot 10^{-9}$  SI ;
- pente : 3,3 SI.

**Figure 3** – Carré de la pseudo-période en fonction de la capacité

En déduire la valeur de l'inductance de la bobine en expliquant la démarche et en justifiant d'éventuelles approximations.

On appelle résistance critique totale,  $R_c' = R_c + R_g + r$ , la valeur de la résistance totale du circuit permettant d'atteindre le régime critique, la résistance  $R_c$  étant simplement appelée résistance critique. Aucune hypothèse n'est faite sur la valeur de  $Q$ .

Q7. Montrer que la résistance critique totale vaut  $R_c' = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Q8. Tous les autres paramètres étant fixés, la réponse du circuit à un échelon de tension donne lieu à différents régimes selon la valeur de la résistance variable  $R$ . Identifier et nommer les trois régimes associés aux courbes 1, 2 et 3 de la **figure 4** (en voie 1 de l'oscilloscope, l'échelon de tension ; en voie 2, la superposition des réponses du circuit).

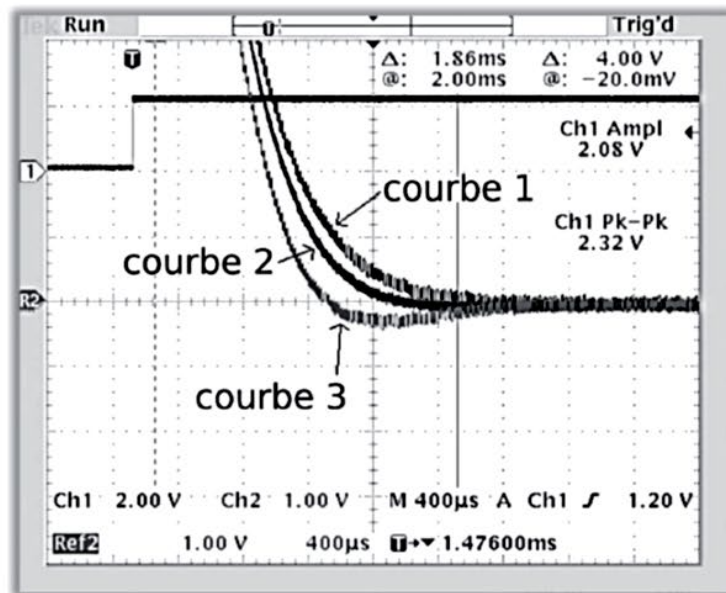
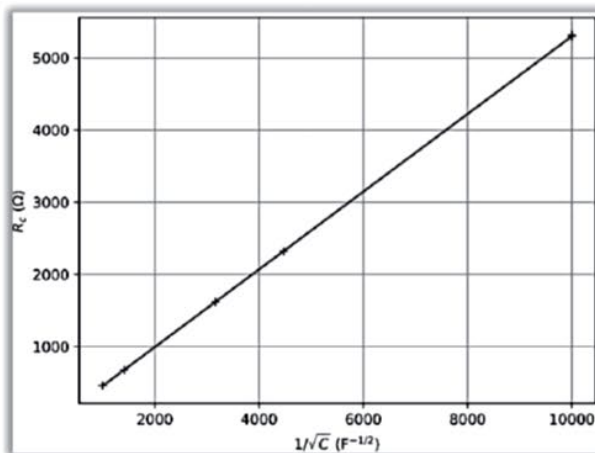


Figure 4 – Superposition des réponses du circuit soumis à un échelon de tension, pour trois valeurs différentes de  $R$

Q9. La résistance critique  $R_c = R_c' - R_g - r$  a été mesurée pour différentes valeurs de  $C$ . Déduire du tracé de  $R_c$  en fonction de  $\frac{1}{\sqrt{C}}$  (**figure 5**) et du **document 2** une estimation de la valeur de  $r$ . Pourquoi cette mesure est-elle peu précise ?

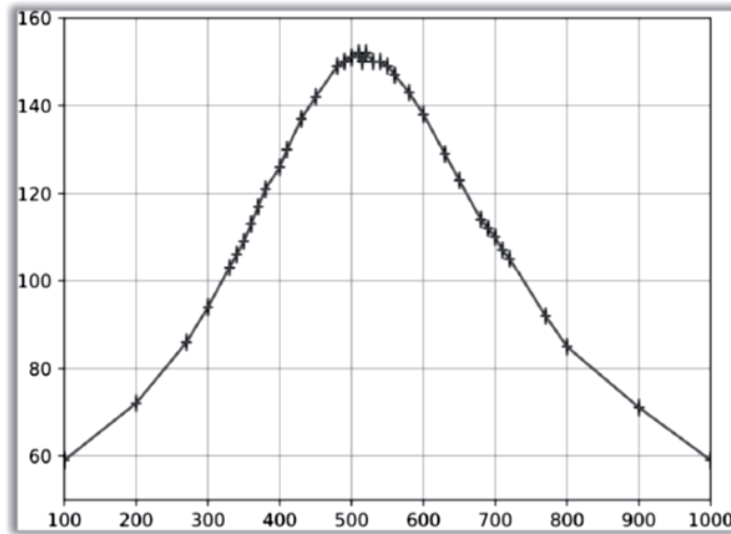


Modélisation affine :

- coefficient de corrélation : 0,999 ;
- ordonnée à l'origine : - 81 SI ;
- pente : 0,58 SI .

Figure 5 – Résistance critique en fonction de l'inverse de la racine carré de la capacité

**Q10.** Afin de valider les mesures précédentes, une dernière courbe a été tracée dont la nature n'est pas précisée et dont la légende a été perdue (**figure 6**). En précisant votre démarche, expliquer selon vous de quelle courbe il s'agit, comment elle a été réalisée et justifier son éventuelle compatibilité avec les données précédentes.

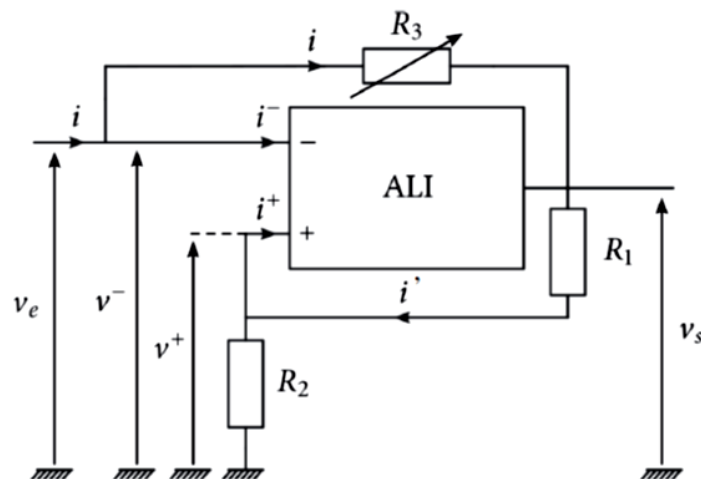


**Figure 6**

### Partie III - Oscillateur quasi-sinusoidal

#### III.1 - Montage à résistance négative

Les pertes par effet Joule empêchent le maintien des oscillations libres du circuit RLC. Afin de les entretenir, le montage doit comporter une source d'énergie. Celle-ci est apportée par un amplificateur linéaire intégré, ou ALI, qui est un composant électronique dont l'alimentation ne sera pas représentée et dont le fonctionnement idéal est décrit lorsqu'il est nécessaire. En plus de l'ALI, le montage étudié (**figure 7**) comporte 3 résistances dont une variable, la résistance  $R_3$ .



**Figure 7 – Montage à résistance négative**

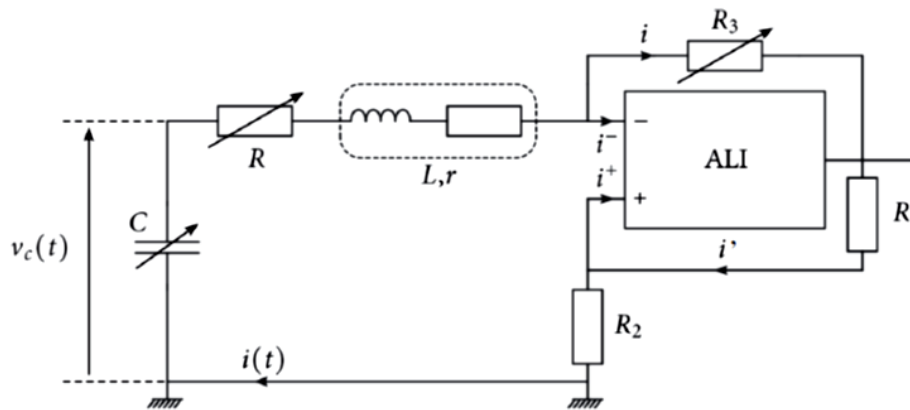
**Q11.** Sachant que le fonction de l'ALI est telle que  $i^- = 0$ , déterminer la relation liant  $v_e$ ,  $v_s$ ,  $R_3$  et  $i$ .

**Q12.** Sachant que le fonction de l'ALI est telle que  $i^+ = 0$  et que  $v^+ = v^-$ , déterminer la relation liant  $v_e$ ,  $v_s$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

**Q13.** En déduire que l'on peut écrire  $v_e = R_n i$ , où  $R_n$  est une grandeur négative homogène à une résistance, que l'on exprimera en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ .

### III.2 - Circuit oscillateur de référence

On étudie maintenant le circuit constitué de l'association des deux circuits précédents (**figures 2 et 7**), dont le schéma est représenté sur la **figure 8**.



**Figure 8** – Circuit oscillateur

**Q14.** Montrer que l'équation différentielle satisfaite par l'intensité  $i(t)$  du circuit de l'oscillateur se met sous la forme

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Donner l'expression du coefficient  $\xi$  en fonction de  $R_n$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $C$  et  $L$ .

**Q15.** Déterminer la valeur de  $R_n$  qui conduit à des oscillations purement harmoniques non amorties. Quelle est la source d'énergie permettant de compenser l'effet Joule présent dans les résistances du montage ?

## Partie IV - Détecteur de métaux

### Document 3 - Extrait de la notice d'un détecteur de métaux

Alimentation : 6 piles alcalines 1,5 V AA LR06 (*piles non fournies*)

Courant de fonctionnement : en veille ~ 65 mA  
max ~ 150 mA

Plage de tension de fonctionnement : 7,2 ~ 9,6 V

Fréquence de fonctionnement : 7,5 kHz  $\pm$  1 kHz

Sensibilité : Min. 20 cm (8 pouces)

Plage de température : - 20 °C à + 60 °C

Taille : 540 mm (l) ; 345 mm (L) ; 1 300 mm (h)

Poids net : 1,1 kg



Source 2018 : notice COGEX

Pour fabriquer le détecteur de métaux, on associe deux circuits oscillateurs semblables au précédent (voir **document 1**). On note  $f_r$  la fréquence fixe du circuit de référence et  $f_d$  la fréquence variable du circuit de détection. En l'absence de détection, les fréquences d'oscillations des oscillateurs sont identiques :

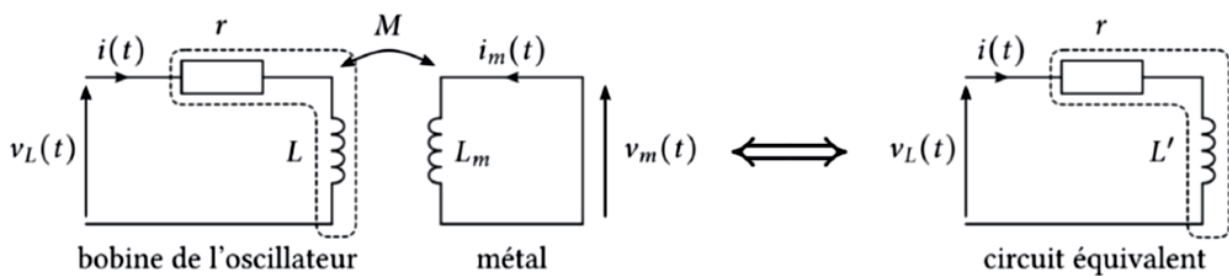
$$f_r = f_d = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Les valeurs des composants sont différentes de celles des parties précédentes.

**Q16.** Dans la pratique, peut-on concevoir deux oscillateurs de fréquences d'oscillations identiques ? Si oui expliquer pourquoi, si non, proposer une façon d'ajuster au mieux les fréquences.

#### Circuit de détection

Lorsqu'un métal est présent dans le champ de la bobine de détection, d'inductance propre  $L$ , on admet que le métal détecté se comporte comme une bobine d'inductance propre  $L_m$ . Le couplage entre les deux inductances est matérialisé par une inductance mutuelle notée  $M$ . L'inductance propre du circuit de détection se trouve alors modifiée et devient  $L'$ .



**Figure 9** – Circuit de détection équivalent en présence d'un métal

**Q17.** Exprimer  $v_m(t)$  et en déduire que  $\frac{di_m}{dt} = -\frac{M}{L_m} \frac{di}{dt}$ .

En déduire alors que la tension  $v_L(t)$  peut se mettre sous la forme

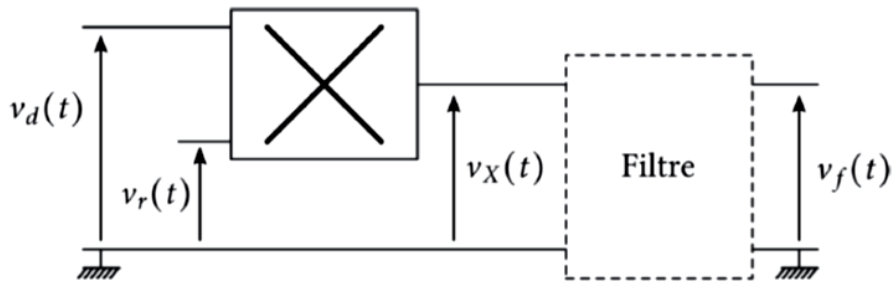
$$v_L(t) = ri + L' \frac{di}{dt} \text{ avec } L' = L \left( 1 - \frac{M^2}{LL_m} \right).$$



**Q18.** Sachant que  $M^2 \ll LL_m$ , en déduire que la détection d'un métal engendre une variation relative de

$$\text{la fréquence d'oscillation du détecteur de la quantité } \frac{\Delta f_d}{f_d} = \frac{1}{2} \frac{M^2}{LL_m}.$$

On note respectivement  $v_r(t) = v_{r0} \cos(2\pi f_r t)$  et  $v_d(t) = v_{d0} \cos(2\pi f_d t)$  les tensions de chacun des oscillateurs respectivement de référence et de détection. Afin de déterminer la variation de fréquence, on utilise le montage de la **figure 10** comprenant un multiplieur réalisant l'opération  $v_X(t) = K \cdot v_d(t) \cdot v_r(t)$  et un filtre dont la nature est à déterminer.



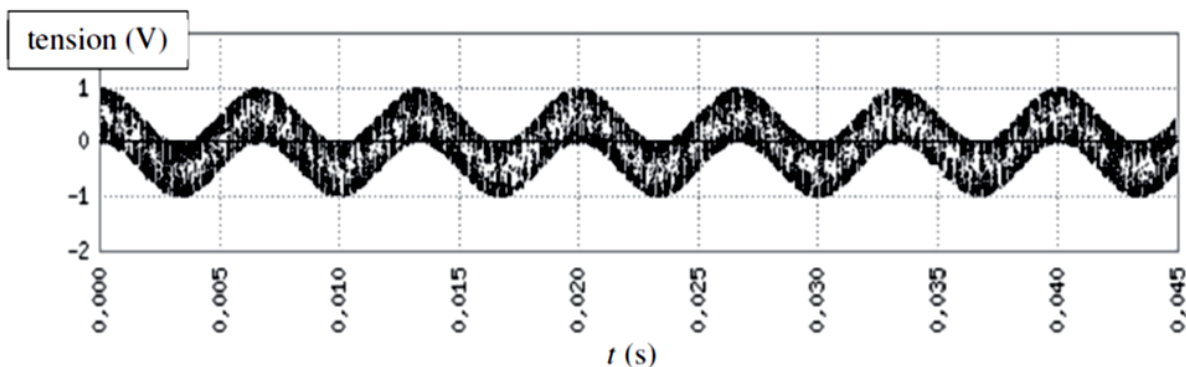
**Figure 10** – Circuit de détection de différence de fréquences

Rappel :  $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$ .

**Q19.** Établir l'expression de la tension  $v_X(t)$  en sortie du multiplieur et représenter son spectre.

**Q20.** Sachant que l'on souhaite obtenir en sortie du filtre un signal permettant de déterminer la différence de fréquence  $\Delta f = |f_r - f_d|$  entre les oscillateurs, proposer un montage passif simple permettant d'isoler la composante pertinente du signal. Déduire du **document 3** une valeur numérique plausible de sa fréquence de coupure.

**Q21.** Lors d'une tentative de détection, le signal  $v_X(t)$  suivant (**figure 11**) a été enregistré en sortie du multiplieur. En déduire l'écart entre les deux fréquences des oscillateurs et prévoir ce qui sera détecté en sortie du filtre.



**Figure 11** – Tension enregistrée en sortie du multiplieur

## PROBLÈME 2

### Le four à micro-ondes

#### Partie I - Généralités

De manière schématique, un four à micro-ondes est une cavité parallélépipédique rectangulaire constituée de six faces métalliques qui réfléchissent parfaitement les ondes électromagnétiques intérieures. Ces ondes sont produites et amenées dans la cavité par un dispositif qui ne sera pas étudié.

Les six faces du four sont supposées parfaitement planes et cinq d'entre elles sont pleines. La dernière est la porte vitrée qui contient une grille métallique dont le rôle est de permettre d'observer l'intérieur du four tout en empêchant la fuite du rayonnement électromagnétique.

Le four est étudié sans aliments et l'air qu'il contient est assimilé au vide.

**Q32.** Extraire de la documentation (**document 2**) les dimensions de la cavité du four, que l'on notera respectivement  $d_x$  pour la largeur,  $d_y$  pour la profondeur et  $d_z$  pour la hauteur.

**Q33.** Extraire de la documentation (**document 2**) la fréquence  $f$  de fonctionnement du four. Sachant que cette fréquence est connue à  $\Delta f = \pm 50$  MHz près, déterminer la longueur d'onde correspondante. On présentera le résultat sous la forme  $(\lambda \pm \Delta\lambda)$  cm.

Donnée : vitesse de la lumière dans le vide  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup>.

#### Document 2 - Spécifications techniques d'un four à micro-ondes

|   |                 |
|---|-----------------|
| Alimentation  | 230 V           |
| Dimensions extérieures ( $L \times H \times P$ mm)  | 523 × 309 × 506 |
| Dimensions de la cavité ( $L \times H \times P$ mm) | 373 × 233 × 370 |
| Dimensions emballées ( $L \times H \times P$ mm)    | 594 × 380 × 554 |
| Fréquence de fonctionnement                         | 2 450 MHz       |
| Puissance absorbée (en fonctionnement micro-ondes)  | 1,40 kW         |
| Puissance absorbée (en fonctionnement grill)        | 1,50 kW         |

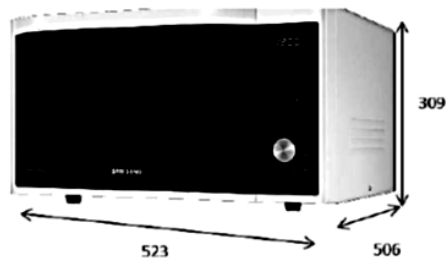


Figure 11 - Dimensions

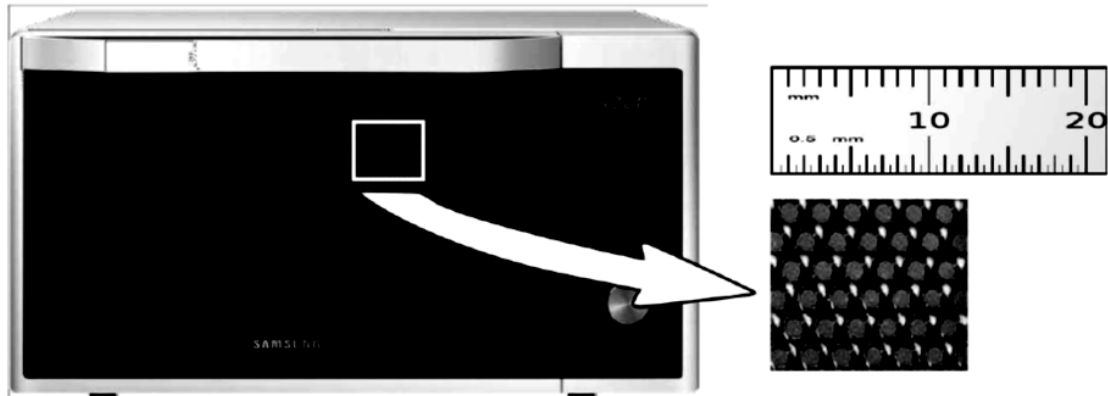
( $L$  = largeur ;  $H$  = hauteur ;  $P$  = profondeur)

Source : [www.samsung.fr](http://www.samsung.fr)

## Partie II - La porte

La porte du four est constituée de deux plaques de verre entre lesquelles est insérée une grille métallique percée d'ouvertures régulièrement espacées (visibles sur l'agrandissement dans le **document 3**).

### Document 3 - Photographie du four étudié



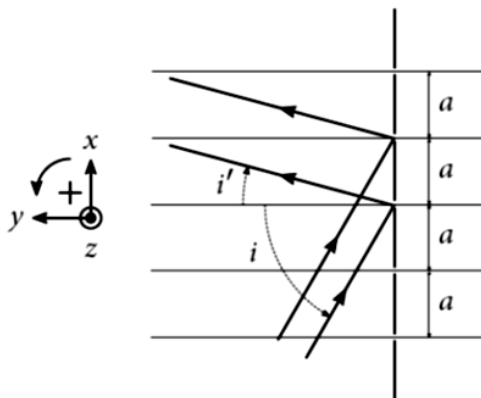
**Figure 12** - Photographie du four étudié avec un agrandissement de la porte. Le morceau de règle graduée est à la même échelle que l'agrandissement.

Source : [www.samsung.fr](http://www.samsung.fr)

**Q34.** Donner l'ordre de grandeur usuel de l'indice d'un verre. Sa valeur pourrait-elle être différente dans le cas présent ? Justifier.

**Q35.** Dans la suite, on souhaite ne pas tenir compte de la présence du verre de la vitre et on lui attribue l'indice du vide. Quelle valeur donner à son indice ?

La grille contenue dans la porte du four peut être vue comme un réseau bidimensionnel. Ce réseau doit réfléchir les ondes électromagnétiques comme s'il s'agissait d'une paroi métallique pleine. Afin de simplifier son étude, nous le modélisons par un réseau simplement périodique constitué de fentes fines équidistantes séparées de  $a$  et parallèles à l'axe  $z$ .



**Figure 13** - Réseau modélisant la grille de la porte du four

On suppose que le réseau est éclairé par des ondes planes, de longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide, sous l'angle d'incidence orienté  $i$  et on s'intéresse aux ondes planes diffractées sous l'angle d'émergence orienté  $i'$  (**figure 13**).

**Q36.** Montrer que, lorsque les interférences sont constructives, la différence de marche entre deux ondes électromagnétiques arrivant sur deux ouvertures consécutives du réseau vaut :

$$a(\sin i' + \sin i) = \nu \lambda, \quad \nu \in \mathbb{Z}.$$

**Q37.** Estimer le pas  $a$  du réseau à l'aide du **document 3**. Calculer la valeur maximale du terme  $\frac{a}{\lambda}(\sin i' + \sin i)$  et en déduire l'unique valeur de  $\nu$  possible.

En déterminant la valeur de  $i'$  en fonction de  $i$ , conclure quant à l'effet de la grille sur les ondes électromagnétiques produites dans le four.

**Q38.** À l'aide d'une estimation numérique, expliquer pourquoi il est possible depuis l'extérieur de voir l'intérieur du four à micro-ondes à travers la grille réelle.

### Partie III - Confinement des ondes électromagnétiques dans le four

On suppose ici que les six faces du four sont identiques et modélisées par des plans métalliques infiniment conducteurs. L'intérieur du four est assimilable au vide.

**Q39.** Énoncer les équations de Maxwell générales en présence de charges et de courants.

**Q40.** En l'absence de charges et de courants, établir l'équation de propagation tridimensionnelle du champ électrique  $\vec{E}(M, t)$ . Nommer cette équation.

Rappels :  $\overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}\vec{E}) = \overline{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E}$  et  $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ .

Le problème étant identique dans les 3 directions de l'espace, son étude est temporairement réduite à une seule dimension. On choisit arbitrairement de travailler le long de l'axe des  $x$ .



**Figure 14** - Cavité métallique

On souhaite déterminer l'expression du champ électromagnétique présent entre les deux plans conducteurs distants de  $d_x$  (**figure 14**). En représentation cartésienne, on cherche le champ électrique de l'onde sous la forme :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(kx - \varphi) \cos(\omega t) \vec{e}_z$$

où  $E_0 \in \mathbb{R}^+$ ,  $k \in \mathbb{R}^+$ ,  $\varphi \in \mathbb{R}$  et  $\omega \in \mathbb{R}^+$ .

Dans cette **partie**, on suppose que le champ électrique est nul dans le métal.

**Q41.** Donner 4 qualificatifs permettant de caractériser cette onde.

**Q42.** On admet que la composante tangentielle du champ électrique est continue à l'interface vide-métal, en  $x=0$  et  $x=d_x$ . En déduire les valeurs de  $\varphi$  et  $k$ . On choisira pour  $\varphi$  la plus petite valeur positive possible et on exprimera  $k$  notamment en fonction d'un entier naturel  $n$ .

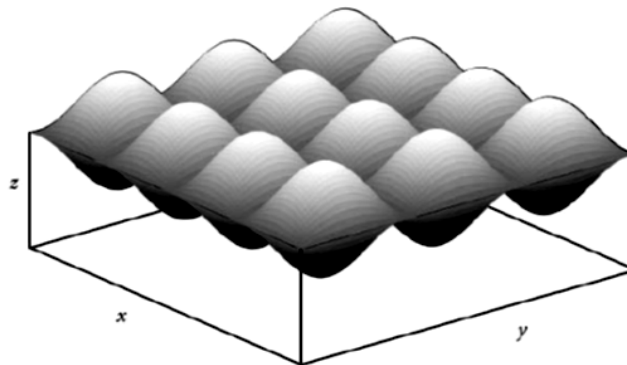
**Q43.** Représenter sur un même schéma l'allure du fondamental et des deux harmoniques suivants de l'onde dans la cavité.

Citer, dans d'autres domaines de la physique, deux exemples avec lesquels une analogie pourrait être menée.

Le traitement tridimensionnel du problème permet de relier les longueurs d'ondes des modes de la cavité aux paramètres de la cavité à l'aide d'un triplet  $(m, p, q)$  d'entiers naturels tel que :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{m^2}{4d_x^2} + \frac{p^2}{4d_y^2} + \frac{q^2}{4d_z^2} \text{ où } m \in \mathbb{N}^*, p \in \mathbb{N}^* \text{ et } q \in \mathbb{N}^* .$$

À l'altitude  $z$  fixée, la représentation de l'amplitude de l'une des composantes du champ électrique correspondant est proposée sur la **figure 15**, pour un mode propre particulier (c'est-à-dire un triplet  $(m, p, q)$  particulier).



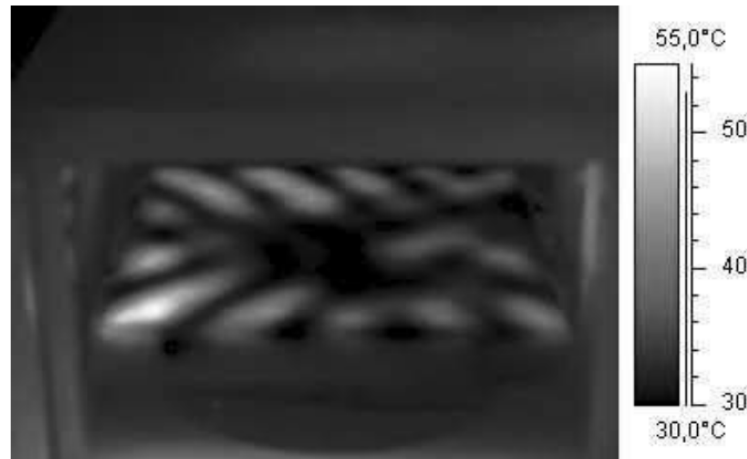
**Figure 15** - Représentation tridimensionnelle d'un mode propre dans le four

**Q44.** Le tableau suivant donne, pour quelques-uns des triplets  $(m, p, q)$  possibles, la longueur d'onde et la fréquence correspondante.

| $m$ | $p$ | $q$ | $\lambda$ (cm) | $f$ (GHz) |
|-----|-----|-----|----------------|-----------|
| 1   | 5   | 2   | 12,3           | 2,43      |
| 2   | 3   | 3   | 12,4           | 2,42      |
| 3   | 2   | 3   | 12,4           | 2,42      |
| 3   | 5   | 1   | 12,3           | 2,44      |
| 5   | 1   | 2   | 12,4           | 2,42      |
| 5   | 3   | 1   | 12,3           | 2,43      |

Pour quelles valeurs de  $m$  et de  $p$  la **figure 15** a-t-elle été tracée ? En déduire s'il s'agit d'un mode propre possible dans le four.

Dans un four à micro-ondes dont la rotation du plateau a été bloquée, l'effet de l'onde a été observé par imagerie thermique au sein d'une fine pellicule d'eau placée à mi-hauteur (**figure 16**).



**Figure 16** - Image thermique

**Q45.** Expliquer pourquoi il est difficile de déduire la longueur d'onde de l'onde électromagnétique à partir de la position de nœuds et de ventres observés expérimentalement sur l'image thermique.

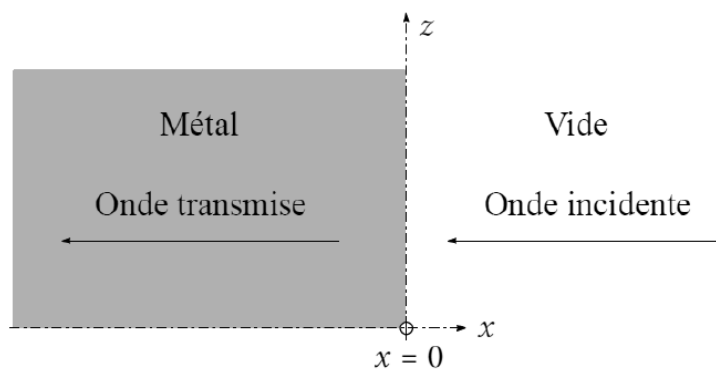
#### Partie IV - Pénétration de l'onde dans le métal

En réalité, le champ électromagnétique n'est pas nul dans le métal. Une partie de l'onde électromagnétique pénètre dans les parois métalliques du four (**figure 17**) et s'atténue avec la distance. Celles-ci doivent donc être suffisamment épaisses pour que l'onde ne puisse les traverser que faiblement.

On s'intéresse à une onde électromagnétique dont le champ électrique s'écrit en notation complexe :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \exp i(\omega t + \underline{k}x) \vec{e}_z \text{ où } E_0 \in \mathbb{R}^*, \omega \in \mathbb{R}^{+*}, \underline{k} \in \mathbb{C}^* \text{ et } i^2 = -1.$$

Les parois du four sont en céramique émaillée d'épaisseur 2,00 mm, assimilable à de l'aluminium de conductivité électrique  $\gamma = 38,0 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ .



**Figure 17** - Transmission de l'onde électromagnétique dans le métal

**Q46.** La propagation de l'onde dans le métal se fait dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS). Définir ce régime temporel.

**Q47.** On cherche  $\underline{k}$  sous la forme  $\underline{k} = k' - ik''$ , où  $k'$  et  $k''$  sont des réels positifs. En déduire que l'expression réelle du champ électrique dans le métal s'écrit :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 e^{k''x} \cos(\omega t + k'x) \vec{e}_z.$$

Justifier qu'il y a bien atténuation et propagation de l'onde.

**Q48.** La relation de dispersion de l'onde se propageant dans le métal s'écrit  $\underline{k}^2 = -i\mu_0\gamma\omega$ . Exprimer  $k'$  et  $k''$  définis précédemment en fonction de la distance caractéristique d'atténuation de l'onde dans le métal, notée  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\gamma\omega}}$ . Calculer  $\delta$ .

Donnée :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ .

**Q49.** Sachant que le champ magnétique dans le métal a pour expression réelle :

$$\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{\omega} e^{k''x} [k' \cos(\omega t + k'x) + k'' \sin(\omega t + k'x)] \vec{e}_y,$$

déterminer l'expression du vecteur de Poynting instantané  $\vec{R}$  se propageant dans le métal, puis sa valeur moyenne temporelle  $\langle \vec{R} \rangle_t$ .

**Q50.** En déduire le facteur d'atténuation du vecteur de Poynting à l'extérieur du four. Commenter, sachant que les normes sanitaires imposent une puissance surfacique extérieure inférieure à  $10,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ .

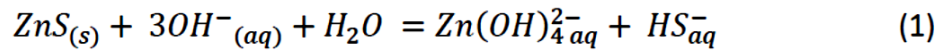
Données :  $\exp(-1 \cdot 10^3) \approx 5 \cdot 10^{-435}$  et  $\exp(-2 \cdot 10^3) \approx 3 \cdot 10^{-869}$ .

# PROBLEME 3

## Etude du sulfure de zinc

### Thermodynamique de la dissolution du sulfure de zinc en solution aqueuse

On propose de dissoudre le sulfure de zinc,  $ZnS_{(s)}$ , dans une solution aqueuse de carbonate de sodium  $Na_2CO_3$  contenant des ions  $CO_3^{2-}$  à la concentration de  $10^{-1} mol.L^{-1}$  pour fixer le pH.



21. Indiquer si la solution est basique ou acide. Justifier. On ne cherchera pas à calculer le pH précisément.
22. On considère les grandeurs thermodynamiques de formation des espèces mises en jeu dans l'équilibre (1). Rappeler la définition de l'état standard de référence d'un constituant physicochimique. A quelle réaction correspond l'enthalpie standard de formation de  $ZnS_{(s)}$  ?
23. En utilisant les données thermodynamiques, exprimer et calculer l'enthalpie standard  $\Delta_r H^\circ$  et l'entropie standard  $\Delta_r S^\circ$  de la réaction (1). La réaction est-elle endo ou exothermique ? On justifiera la réponse.
24. Comment peut-on calculer l'enthalpie libre standard  $\Delta_r G^\circ$  de la réaction (1) à 298K.  $\Delta_r G^\circ = -321,5 kJ.mol^{-1}$ .
25. Donner l'expression de la valeur de la constante d'équilibre de la réaction (1) en fonction de l'enthalpie libre standard de la réaction.
26. Du point de vue thermodynamique, cette réaction est-elle favorisée par une température plus élevée?

On dispose d'un volume de 100 mL d'une solution de bicarbonate de sodium de concentration  $10^{-1} mol.L^{-1}$ ,  $Na_2CO_{3(s)}$ . Ce sel est soluble et se dissocie totalement pour donner  $2Na^+$  et  $CO_3^{2-}$ .

27. Ecrire l'équation correspondant à la réaction acido-basique de l'eau sur les ions bicarbonate  $CO_3^{2-}$  notée (2) en ne tenant compte que de la première basicité des ions bicarbonate. Calculer la concentration en ions hydroxyde  $[OH^-]$  dans cette solution de bicarbonate de sodium

On introduit dans cette solution une masse  $m_{ZnS_{(s)}}$  de sulfure de zinc  $ZnS_{(s)}$ .

28. En combinant les réactions (1) et (2) proposer une équation bilan (3) pour la réaction des ions bicarbonate  $CO_3^{2-}$  avec le sulfure de zinc  $ZnS_{(s)}$ . Calculer la constante d'équilibre de cette réaction (3). Que peut-on en conclure.



## Données

Masses molaires :

$$M(S) = 32,1 \text{ g.mol}^{-1} ; M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g.mol}^{-1}$$

Rayons ioniques :

$$R_{(S^{2-})} = 184 \text{ pm} ; R_{(\text{Zn}^{2+})} = 74,0 \text{ pm}$$

Paramètre de maille du cristal de type blende ZnS :  $a = 541 \text{ pm}$

Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Données électrochimiques :

$$E_{\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}}^{\circ} = -0,76 \text{ V}$$

$$E_{\text{H}^+/\text{H}_2}^{\circ} = 0 \text{ V} ; E_{\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}}^{\circ} = 1,23 \text{ V}$$

$$\frac{2,3RT}{\mathcal{F}} = 0,06 \text{ V}$$

Données thermodynamiques à 298K :

|  | $\Delta_f H^{\circ} (\text{kJ.mol}^{-1})$ | $S_m^{\circ} (\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1})$ |
|--|---|---|
| $S_{(s)}$                              |   | +32   |
| $\text{Zn}_{(s)}$                      |   | +42   |
| $\text{Zn}(\text{OH})_4^{2-}{}_{(aq)}$ | -1500                                     | -30   |
| $\text{ZnS}_{(s)}$                     | -203                                      | +58   |
| $\text{HS}^-{}_{(aq)}$                 | -18                                       | +63   |
| $\text{H}_2\text{O}_{(l)}$             | -285                                      | +70   |
| $\text{OH}^-{}_{(aq)}$                 | -230                                      | -11   |

Constantes d'acidités :

- Sulfure de dihydrogène  $\text{H}_2\text{S}$  :

$$pK_{a1}(\text{H}_2\text{S}/\text{HS}^-) = 7 ; pK_{a1}(\text{HS}^-/\text{S}^{2-}) = 13$$

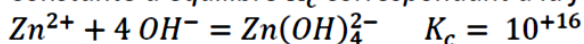
- Dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  :

$$pK_{a3}(\text{CO}_2_{(aq)}/\text{HCO}_3^-) = 6,3 ; pK_{a4}(\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}) = 10,3$$

Constantes de solubilité :

- $pK_{s1}(\text{Zn}(\text{OH})_2_{(s)}) = 17$
- $pK_{s2}(\text{ZnS}_{(s)}) = 20$

Constante d'équilibre  $K_c$  correspondant à la formation de l'espèce  $(\text{Zn}(\text{OH})_4^{2-})$ :



**FIN**

# Correction DS6

Corrigé proposé par C. Bone-Rambaud et H. Mouilleron.

## PROBLEME 1 : Détecteur de métaux

### Partie I – Principe de fonctionnement

Q1. Equation de Maxwell – Faraday (forme locale) :  $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Loi de Faraday (forme intégrale) :  $e = -\frac{d\Phi}{dt}$  où  $e$  est la force électromagnétique induite et  $\Phi$  le flux du champ magnétique  $\vec{B}$ .

Q2. Les phénomènes d'induction concernent les objets conducteurs comme les métaux, mais pas les végétaux et les minéraux qui sont isolants.

### Partie II – Oscillations libres d'un circuit RLC série

Q3. La loi des mailles s'écrit :  $e(t) = v_c + R'i + L\frac{di}{dt}$  avec  $i = C\frac{dv_c}{dt}$ , ce qui donne bien, avec les notations de l'énoncé :

$$\frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dv_c}{dt} + \omega_0^2 v_c = \omega_0^2 e(t)$$

Q4. Pour  $Q > \frac{1}{2}$  les racines de l'équation caractéristique sont complexes  $r = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$ , donc la solution est pseudo-sinusoïdale amortie de pseudo-période :  $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$  avec  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$ .

Q5. Si l'on remplace  $Q$  et  $T_0$  par leurs expressions, on trouve bien :  $T^2 = \frac{aC}{1-bC}$  avec  $a = 4\pi^2L$  et  $b = \frac{R'^2}{4L}$

Q6. La modélisation affine semble cohérente avec les données expérimentales (d'après le coefficient de corrélation, même si celui-ci n'est pas toujours un bon indicateur), ce qui suppose que  $bC \ll 1$ , alors  $T^2 \cong aC$ . La pente obtenue donne  $L : 4\pi^2L = 3,3 H$  donc  $L = 83,6 mH$   
L'hypothèse sur  $b$  est valable ssi  $R' \ll 2\sqrt{L/C} = 2600 \Omega$

Q7. Le régime critique s'obtient pour un discriminant nul, soit  $Q = Q_c = 1/2$ . Alors  $R'_c = 2\sqrt{L/C}$

Q8. Il n'est pas précisé si la réponse du circuit présentée en voie 2 est la tension aux bornes du condensateur ou autre. On remarque cependant que la courbe 1 est un régime apériodique (monotone), la courbe 3 un régime pseudopériodique (avec dépassement), donc la courbe 2 est probablement le régime (apériodique) critique car il est le plus rapide des trois.

Q9. On part de :  $R_c = R'_c - R_g - r = 2\sqrt{\frac{L}{C}} - R_g - r$  donc la pente donne  $L = 84,1 mH$  (0,6% d'écart) et l'ordonnée à l'origine :  $r = (31 \pm 1,5)\Omega$ , ce qui donne une incertitude de 4,8%, peu précise.

Q10. L'allure de la courbe obtenue fait penser à la résonance en intensité dans un circuit RLC série en RSF. Si l'on suppose que l'abscisse correspond aux fréquences, la fréquence de résonance serait :  $f_0 = 520 Hz$  avec une largeur de bande passante de  $\Delta f = 372 Hz$ , soit un facteur de qualité :

$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 1,40$ . Alors on en déduit la capacité du condensateur utilisé :  $C = 1,12 \mu F$  (légèrement hors

de la gamme ?) et la résistance  $R = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{L}{C}} - R_g - r = 115 \Omega$ .

Pour vérifier la cohérence avec la figure 5, on remarque que cette valeur de  $C$  donne une résistance critique de  $R'_c = 549 \Omega$  pour  $Q_c = \frac{1}{2}$ , ce qui permet de retrouver  $Q$  par :  $Q = \frac{Q_c R'_c}{R'} = \frac{R'_c}{2 R'} = 1,40$ .

### Partie III – Oscillateur quasi-sinusoidal

**Q11.** Loi d'Ohm pour la résistance variable :  $v_e - v_s = R_3 i$

**Q12.** Loi du pont diviseur de tension (avec  $v_+ = v_e$ ) :  $v_e = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s$

**Q13.** En combinant les deux relations précédentes, il vient :  $v_e = R_3 i + (1 + \frac{R_1}{R_2}) v_e$  soit  $v_e = R_n i$  avec

$$R_n = -\frac{R_2 R_3}{R_1}$$

**Q14.** La loi des mailles s'écrit :  $v_c = (R + r + R_n) i + L \frac{di}{dt}$  or  $i = C \frac{dv_c}{dt}$

Ce qui donne bien :  $\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\xi \omega_0 \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$  où  $\xi = \frac{(R+r+R_n)}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$

**Q15.** Pour avoir des oscillations non amorties (O.H.), il faut annuler le terme d'ordre 1, donc  $\xi = 0$  soit :  $R_n = -(R + r)$ . La source d'énergie du montage provient de l'alimentation (polarisation) de l'ALI par deux générateurs de tension continue.

### Partie IV – Détecteur de métaux

**Q16.** Il est difficile de concevoir deux oscillateurs de fréquences d'oscillations rigoureusement identiques. On peut ajuster la fréquence en utilisant une capacité variable. On peut aussi exploiter les battements entre les deux signaux...

**Q17.** Puisque la tension aux bornes d'un fil est nulle, on peut écrire :  $v_m(t) = 0 = L_m \frac{di_m}{dt} + M \frac{di}{dt}$

d'où :  $\frac{di_m}{dt} = -\frac{M}{L_m} \frac{di}{dt}$

Alors  $v_L(t) = L \frac{di}{dt} + M \frac{di_m}{dt} + ri$  soit  $v_L(t) = ri + L' \frac{di}{dt}$  avec :  $L' = L(1 - \frac{M^2}{LL_m})$

**Q18.** Si  $M^2 \ll LL_m$  alors  $\frac{M^2}{LL_m} \ll 1$  et donc  $L' \cong L$

Sans métal,  $f_d = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  et en présence du métal,  $f'_d = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C}}$

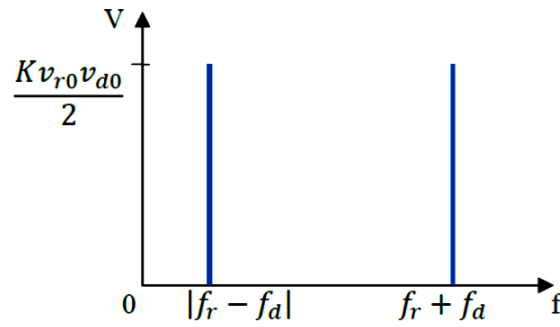
On effectue la différentielle logarithmique :  $\ln(f_d) = \ln\left(\frac{1}{2\pi\sqrt{C}}\right) - \frac{1}{2}\ln(L)$

Alors :  $\frac{df_d}{f_d} = -\frac{dL}{2L}$  soit  $\frac{\Delta f_d}{f_d} = \frac{\Delta L}{2L} = \frac{M^2}{2LL_m}$

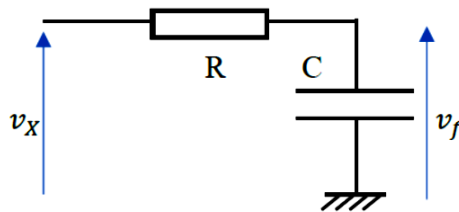
**Q19.** En sortie du multiplieur :  $v_X(t) = K v_{r0} v_{d0} \cos(2\pi f_r t) \cos(2\pi f_d t)$

Soit en linéarisant :  $v_x(t) = \frac{Kv_{r0}v_{d0}}{2} [\cos(2\pi|f_r - f_d|t) + \cos(2\pi(f_r + f_d)t)]$

Le spectre possède alors deux pics de même amplitude :



**Q20.** On souhaite conserver uniquement la composante basse fréquence du signal, il faut donc utiliser un filtre passe-bas. Le plus simple est un filtre d'ordre 1, composé d'une cellule R,C.



En première approximation,  $\Delta f \ll (f_r + f_d)$  donc on peut choisir la fréquence de coupure égale à :

$$f_c = \frac{f_r + f_d}{2} \cong f_r = 7,5 \text{ kHz}$$

**Q21.** L'écart  $\Delta f$  est la fréquence des oscillations lentes visibles sur la Figure 11. On mesure alors une période de  $(0,04/6)$  s, soit  $\Delta f = 150 \text{ Hz}$ . En sortie du filtre, on aura un signal quasi-sinusoïdal de fréquence  $\Delta f = 150 \text{ Hz}$  et d'amplitude 0,5 V environ.

## PROBLEME 2 : Le four à micro-ondes

**Q32.**  $d_x = 373\text{mm}, d_y = 370\text{mm}, d_z = 233\text{mm}$

**Q33.**  $f = 2450\text{ MHz}$  or  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2450 \cdot 10^6} = 0.122\text{m} = 12.2\text{ cm}$  avec  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta f}{f} \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda \frac{\Delta f}{f} = c \frac{\Delta f}{f^2} =$   
 $3 \cdot 10^8 \frac{50 \cdot 10^6}{(2450 \cdot 10^6)^2} = 2 \cdot 10^{-3}\text{m} = 0.2\text{cm}$

Bilan :  $\lambda = 12.2 \pm 0.2\text{ cm}$

**Q34.** Ordre de grandeur de l'indice du verre  $n_V = 1,5$ .

**Q35.**  $n_{vide} = 1$

**Q36.**  $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SH_1) + (H_1I_2) + (I_2M) - (SI_1) - (I_1H_2) - (H_2M)$

Avec  $H_1$  projeté orthogonal de  $I_1$  sur le rayon 2 et  $H_2$  projeté orthogonal de  $I_2$  sur le rayon 1

D'après Malus,  $H_1$  et  $I_1$  sont sur la même surface d'onde donc  $(SH_1) = (SI_1)$

De même pour  $H_2$  et  $I_2$  donc  $(H_2M) = (I_2M)$

$\delta(M) = (H_1I_2) - (I_1H_2) = H_1I_2 - I_1H_2$  en prenant  $n_{air} = 1$

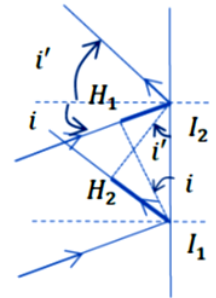
Dans le triangle  $I_1H_1I_2$ ,  $\sin(i) = \frac{H_1I_2}{a}$  (attention à l'orientation des angles)

Dans le triangle  $I_2H_2I_1$ ,  $\sin(i') = -\frac{I_1H_2}{a}$  (attention à l'orientation des angles)

Bilan  $\delta(M) = a(\sin(i) + \sin(i'))$

D'après la formule de Fresnel,  $I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)\right) \right)$  pour avoir des

interférences constructives, il faut que  $\delta(M) = \gamma\lambda$  avec  $\gamma \in \mathbb{Z}$  donc  $a(\sin(i) + \sin(i')) = \gamma\lambda$



**Q37.** Sur le document 3, il y a 5 motifs sur 10mm donc  $a = 2\text{mm}$

$\max\left(\frac{a}{\lambda}(\sin(i) + \sin(i'))\right) = \frac{2a}{\lambda} = \frac{2 \times 2 \cdot 10^{-3}}{12,2 \cdot 10^{-2}} = 0,03 = \gamma_{max}$  comme  $\gamma \in \mathbb{Z}$  donc  $\gamma = 0$

On obtient  $\sin(i) + \sin(i') = 0$  donc  $i = -i'$ , la grille se comporte comme un miroir.

**Q38.** Si on s'intéresse aux ondes électromagnétiques dans le visible on a  $\lambda_{ODG} = 500\text{nm}$  donc  $\frac{2a}{\lambda} =$

$\frac{2 \times 2 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9}} = 8000 = \gamma_{max}$  donc il y a une infinité d'angle  $i$  possible, les rayons ne seront pas forcément réfléchis.

**Q39.**  $\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}; \text{div}(\vec{B}) = 0; \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

**Q40.** En l'absence de charges et de courants,  $\rho = 0$  et  $\vec{j} = \vec{0}$

$\text{rot}(\text{rot}(\vec{E})) = \text{grad}(\text{div}(\vec{E})) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$

$\text{rot}(\text{rot}(\vec{E})) = -\text{rot}\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial \text{rot}(\vec{B})}{\partial t} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

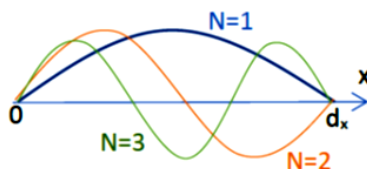
On obtient l'équation de d'Alembert :  $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

**Q41.** C'est une onde plane, stationnaire, monochromatique et polarisée rectilignement selon  $\vec{e}_z$

**Q42.** Continuité de la composante tangentielle de  $\vec{E}$  :  $\begin{cases} \vec{E}(0^+, t) = \vec{0} \\ \vec{E}(d_x^-, t) = \vec{0} \end{cases}$  car  $\vec{E} = 0$  dans le metal (conducteur parfait)  $\Rightarrow \begin{cases} E_0 \cos(\omega t) \cos(\varphi) = 0 \\ E_0 \cos(\omega t) \cos(k \cdot d_x - \varphi) = 0 \end{cases}$

Ceci est vrai pour tout temps et  $E_0 \neq 0$  donc  $\begin{cases} \cos(\varphi) = 0 \\ \cos(k \cdot d_x - \varphi) = 0 \end{cases}$ . On prend  $\begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ k \cdot d_x - \varphi = \frac{\pi}{2} + p\pi \end{cases} p \in \mathbb{Z}$

Donc  $\begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ k \cdot d_x = n\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ k = \frac{n\pi}{d_x} \end{cases}$  avec  $n \in \mathbb{N}$  puisque  $k > 0$



**Q43.**

Analogie avec mécanique (corde vibrante) et acoustique (ondes sonores)

**Q44.** Il y a 4 ventres selon  $x \rightarrow m = 4$

Il y a 3 ventres selon  $y \rightarrow p = 3$

Pour que  $(m=4, p=3)$  soit un mode propre possible il faut que  $q^2 = 4d_z^2 \left( \frac{m^2}{4d_x^2} + \frac{p^2}{4d_y^2} - \frac{1}{\lambda^2} \right)$  or  $\frac{1}{\lambda^2} = 67.2m^{-2} > \frac{m^2}{4d_x^2} + \frac{p^2}{4d_y^2} = 45.1m^{-2} \Rightarrow q^2 < 0$  donc il n'y a pas de valeurs de  $q$  possible ce n'est pas un mode propre possible.

**Q45.** La figure n'est pas symétrique, donc on hésite entre plusieurs modes possibles. De plus, on n'a qu'une information en 2D, il manque l'information sur  $z$  et donc la valeur de  $q$ .

**Q46.** Dans le cadre de l'ARQS, on néglige le temps de propagation du signal par rapport à sa période temporelle  $T$ , cela revient à négliger les courants de déplacement  $\vec{j}_d = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  devant les courants  $\vec{j}$  dans l'équation de Maxwell Ampère.

**Q47.**  $\vec{E} = \text{Re}(\underline{\vec{E}}) = \text{Re}(E_0 \exp(i(\omega t + k'x) + k''x) \vec{e}_z) = E_0 \exp(k''x) \text{Re}(\exp(i(\omega t + k'x))) \vec{e}_z$

$$\underline{\vec{E}} = E_0 \exp(k''x) \cos(\omega t + k'x) \vec{e}_z$$

Comme l'onde se propage selon  $-\vec{e}_x$  alors  $\exp(k''x) \rightarrow 0$  il y a bien atténuation de l'onde.

**Q48.**  $\underline{k}^2 = e^{-j\frac{\pi}{2}} \mu_0 \gamma \omega \Rightarrow \underline{k} = e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} = (1-j) \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}} = \frac{1}{\delta} (1-j)$  donc  $k' = k'' = \frac{1}{\delta}$

$$AN : \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}} = \sqrt{\frac{2}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 38 \cdot 10^6 \times 2\pi \times 2450 \cdot 10^6}} = \boxed{1.65 \cdot 10^{-6} m}$$

$$Q49. \quad \vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \boxed{\frac{E_0^2}{\mu_0 \omega} e^{2k''x} \cos(\omega t + k'x) [k' \cos(\omega t + k'x) + k'' \sin(\omega t + k'x)] (-\vec{e}_x)}$$

$$\boxed{\langle \vec{R} \rangle = -\frac{E_0^2}{2\mu_0 \omega} e^{2k''x} \vec{e}_x} \text{ car } \langle \cos^2(\omega t + k'x) \rangle = \frac{1}{2} \text{ et } \langle \cos(\omega t + k'x) \sin(\omega t + k'x) \rangle = 0$$

On retrouve bien la propagation selon  $-\vec{e}_x$

Q50. Le facteur d'atténuation correspond au terme  $e^{2k''x} = e^{\frac{2x}{\delta}}$  donc à l'extérieur du four pour  $x = -2 \cdot 10^3 m$ , le facteur d'atténuation vaut  $\approx e^{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}}} = e^{-2 \cdot 10^3} = 3 \cdot 10^{-869}$ . La puissance surfacique à l'extérieur vaudra donc  $\frac{P_{max}}{\text{Surface du four}} \times 3 \cdot 10^{-869} \ll 10 W \cdot m^{-2}$ . Les normes sanitaires sont respectées.

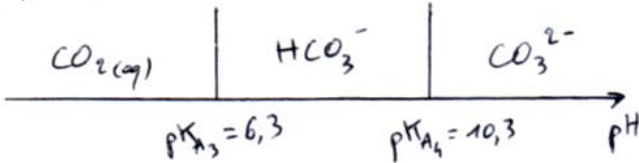
PROBLEME 3

BANQUE PT 2021  
EPREUVE DE PHYSIQUE B : CHIMIE

Le zinc et le sulfure de zinc

c) Thermodynamique de la dissolution du sulfure de zinc en solution aqueuse :

21) diagramme de prédominance (idem 14)

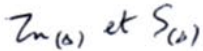


$\Rightarrow CO_3^{2-}$  prédomine pour  $pH > 10,3$

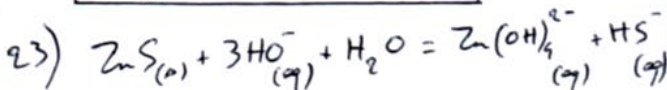
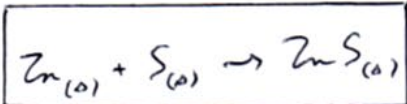
$\Rightarrow$  milieu basique

22) L'état standard de référence d'un élément (et pas d'un constituant...!!) est le corps pur simple le plus stable thermodynamiquement à la température T.

\* états standard de référence pour Zn et S à 298 K :



\* équation de formation de  $ZnS_{(s)}$  : on part des états standard de référence et  $\nu_{ZnS_{(s)}} = +1$



\* loi de Hess :  $\Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$

$$\Delta_r H^\circ = \Delta_f H^\circ(Zn(OH)_4^{2-}) + \Delta_f H^\circ(HS_{(aq)}^-) - \Delta_f H^\circ(ZnS_{(s)}) - 3\Delta_f H^\circ(HO_{(aq)}^-) - \Delta_f H^\circ(H_2O_{(l)})$$

$$= -1500 - 18 + 203 + 3 \times 230 + 285$$

$$\Delta_r H^\circ = -340 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$\Delta_r H^\circ < 0 \Rightarrow$  la réaction est exothermique dans le sens direct (et endothermique dans le sens indirect).

$$\Delta_r S^\circ = \sum_i \nu_i S_{m,i}^\circ = S^\circ(Zn(OH)_4^{2-}) + S^\circ(HS_{(aq)}^-) - S^\circ(ZnS_{(s)}) - 3S^\circ(HO_{(aq)}^-) - S^\circ(H_2O_{(l)})$$

$$= -30 + 63 - 58 + 3 \times 11 - 70$$

$$\Delta_r S^\circ = -62 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Rq :  $S_{m,i}^\circ(Zn(OH)_4^{2-})$  et  $S_{m,i}^\circ(HO_{(aq)}^-)$  sont négatifs. C'est étonnant (1<sup>er</sup> troisième principe de la thermodynamique), mais attention, le 3<sup>ème</sup> principe est valable pour les corps purs, or des ions sont nécessairement associés à d'autres ions (neutralité), donc ce ne sont pas des corps purs.

24)  $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ$

$$\Rightarrow \Delta_r G^\circ = -340 + 298 \times 62 \cdot 10^{-3}$$

$$= -321,5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \text{OK}$$

( $\Delta$  nb chiffres significatifs non respecté)

25) loi d'action des masses :  $\Delta_r G^\circ = -RT \ln \pi^\circ$

$$\Rightarrow \pi^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right)$$

26) relation de Van't Hoff :  $\frac{d \ln \pi^\circ}{dT} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2} < 0$

si  $T \uparrow$ ,  $dT > 0$ ,  $d \ln \pi^\circ < 0$ ,  $\ln \pi^\circ \searrow$   
 $\pi^\circ \searrow$ ,  $\pi^\circ < Q_r$ ,  $\Delta_r G = RT \ln \frac{Q_r}{\pi^\circ} > 0$   
 donc évolution dans le sens indirect.

$\Rightarrow$  la réaction dans le sens direct n'est pas favorisée par une température plus élevée, au contraire.

Rq : loi de Van't Hoff OK ;  $\uparrow T$  ( $\frac{1}{2} P_c^L$  et sans ajout de constituant) favorise le sens endothermique, ici le sens indirect.

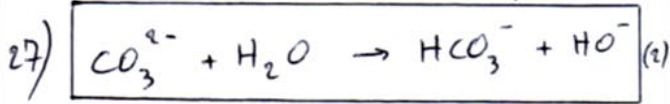
\* autre méthode :  $\pi^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right)$   
 $= \exp\left(-\frac{\Delta_r H^\circ}{RT} + \frac{\Delta_r S^\circ}{R}\right)$



Dans l'approximation d'Ellingham,  $\Delta_r H^\circ$  et  $\Delta_r S^\circ$  ne dépendent pas de T.

Si  $T \uparrow$ ,  $\frac{1}{T} \downarrow$ ,  $-\frac{\Delta_r H^\circ}{RT} + \frac{\Delta_r S^\circ}{R} \rightarrow (\Delta_r H^\circ < 0)$

$\Rightarrow K^\circ \rightarrow$  sens indirect OK idem précédemment



EI  $10^{-1}$  mols  $0$   $10^{-7}$  (autoprotolyse de l'eau)

EF  $10^{-1-x}$  mols  $x$   $x+10^{-7}$

hypothèses:  $x \gg 10^{-7} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$x \ll 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  car  $K_2^\circ = 10^{-3,7} \ll 1$

En effet:  $K_2^\circ = \frac{[\text{HCO}_3^-][\text{HO}^-]}{[\text{CO}_3^{2-}]} \times \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$   
 $= \frac{K_e}{K_{A_2}} = \frac{10^{-14}}{10^{-10,3}} = 10^{-3,7}$

$\Rightarrow K_2^\circ = \frac{x(x+10^{-7})}{10^{-1-x}} = 10^{-3,7}$

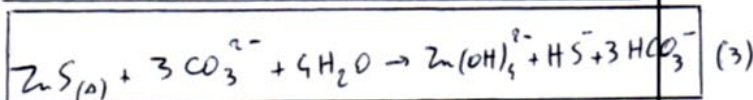
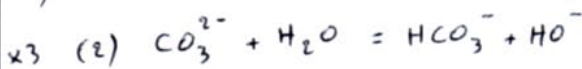
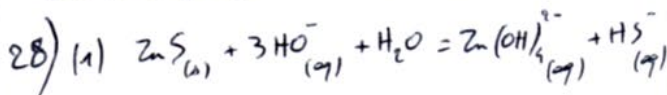
$\Rightarrow x^2 = 10^{-4,7} \Rightarrow x = 10^{-2,4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{[\text{HO}^-] \approx 10^{-2,4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}}$

$[\text{HO}^-] \gg 10^{-7} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  OK

$\ll 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  bon

$\Rightarrow$  il faudrait peut-être résoudre une équation du 2<sup>nd</sup> degré pour être plus précis.



(en éliminant  $\text{HO}^-$ )

(3) = (1) + 3x(2)

$\Rightarrow \Delta_r G_3^\circ = \Delta_r G_1^\circ + 3\Delta_r G_2^\circ$

loi d'action des masses:

$-RT \ln K_3^\circ = -RT \ln K_1^\circ - 3RT \ln K_2^\circ$

$\Rightarrow \boxed{K_3^\circ = K_1^\circ K_2^{\circ 3}}$

$K_3^\circ = \exp\left(\frac{+321,5 \cdot 10^3}{8,314 \times 298}\right) (10^{-3,7})^3$

$= \exp(1,3 \cdot 10^2) \cdot 10^{-11,1}$

or si  $e^x = 10^y$ , alors  $x \log e = y \log 10$

$\Rightarrow y = x \frac{\ln e}{\ln 10} = x \frac{1}{2,3}$

$\Rightarrow e^x = 10^{\frac{x}{2,3}}$

$\Rightarrow K_3^\circ = 10^{\frac{1,3 \cdot 10^2}{2,3} - 11,1} \approx 10^{45}$

$\boxed{K_3^\circ \approx 10^{45}} \gg 1$

$\Rightarrow$  la réaction est quasiment totale.