

Corrigé Physique-Chimie 1 TSI 2023

I Puisage de l'eau pour l'irrigation

Q1. Le théorème de Bernoulli exprime, le long d'une ligne de courant d'un écoulement permanent, irrotationnel d'un fluide parfait incompressible, la conservation de la charge, homogène à une pression :

$$\mathcal{C} = \rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = cte$$

Q2. La charge ne se conserve pas s'il existe un élément actif (pompe) entre deux points, ce qui augmente la charge : sur la figure 1, on aura $\mathcal{C}_S > \mathcal{C}_E$ car il y a une pompe entre E et S. Si le fluide est visqueux, il faudra aussi tenir compte des pertes de charges entre deux points, dues à la viscosité du fluide.

Q3. En régime stationnaire, le débit massique est indépendant du point de la ligne de courant considéré donc $D_{mE} = D_{mS} \iff \rho v_E S_E = \rho v_S S_S$. Or la section de la conduite est constante donc $S_S = S_E = \Sigma$. Par conséquent $v_S = v_E$.

Q4. On applique le théorème de Bernoulli en présence d'une pompe :

$$\left(\frac{v_S^2}{2} + g z_S + \frac{p_S}{\rho} \right) - \left(\frac{v_E^2}{2} + g z_E + \frac{p_E}{\rho} \right) = w_i \iff w_i = g h + \frac{p_S - p_0}{\rho} \quad \text{AN : } w_i \approx 3,4 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Q5. On en déduit : $P_{meca} = \rho Q w_i$ soit numériquement : $P_{meca} \approx 3,4 \times 10^2 \text{ W}$.

Q6. Le rendement de la pompe est donné par : $\eta = \frac{P_{meca}}{P_{elec}}$ d'où $P_{elec} = \frac{P_{meca}}{\eta}$. Numériquement : $P_{elec} \approx 4,3 \times 10^2 \text{ W}$.

Q7. On cherche le point sur le diagramme correspondant à $Q = 3,6 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ et $H = 35 \text{ m}$ et l'on prend la pompe immédiatement au dessus de ce point. On trouve alors que c'est la pompe numéro 6 qui est le mieux adaptée à cette utilisation.

II Analyse de l'eau captée

II.A – Diagramme E-pH du manganèse

Q8. On classe les espèces par degré d'oxydation du manganèse : +III dans Mn^{3+} et $\text{Mn}(\text{OH})_{3(s)}$ qui se trouvent donc en haut du diagramme ; +II dans Mn^{2+} et $\text{Mn}(\text{OH})_{2(s)}$ qui sont intermédiaires et 0 dans $\text{Mn}_{(s)}$ qui est donc en bas du diagramme.

Enfin, à degré d'oxydation égal, l'acide (Mn^{2+} , p.e.) est à gauche et la base conjuguée ($\text{Mn}(\text{OH})_2$, p.e.) à droite. On a finalement :

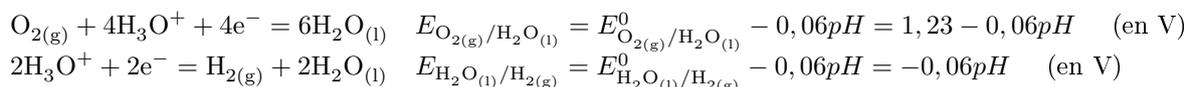
- (1) $\text{Mn}_{(s)}$
- (2) $\text{Mn}_{(aq)}^{2+}$
- (3) $\text{Mn}(\text{OH})_{2(s)}$
- (4) $\text{Mn}_{(aq)}^{3+}$
- (5) $\text{Mn}(\text{OH})_{3(s)}$

Q9. La réaction de précipitation s'écrit : $\text{Mn}^{3+} + 3\text{HO}^- = \text{Mn}(\text{OH})_{3(s)}$ avec $K_S(\text{Mn}(\text{OH})_3) = [\text{Mn}^{3+}][\text{HO}^-]^3$. On prend sur la frontière $[\text{Mn}^{3+}] = c_T$ donc $[\text{HO}^-] = \sqrt[3]{\frac{K_S(\text{Mn}(\text{OH})_3)}{c_T}}$ soit $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{1}{K_e} \sqrt[3]{\frac{c_T}{K_S(\text{Mn}(\text{OH})_3)}}$ ou encore :

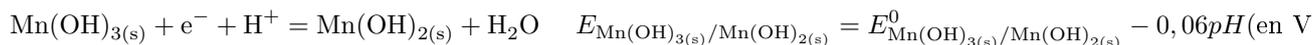
$$pH_1 = pK_e - \frac{1}{3} (\log c_T + pK_S(\text{Mn}(\text{OH})_3)) \quad \text{AN : } pH_1 \approx 2,9$$

On trouve un début de précipitation de $\text{Mn}(\text{OH})_{3(s)}$ à environ $pH_1 = 2,9$, ce qui correspond bien à la valeur lue sur le diagramme de la figure 3.

Q10. On a, d'après la loi de Nernst (en prenant les pressions des gaz égales à 1 bar) :



Q11. On écrit la loi de Nernst pour le couple concerné :



On trouve une pente de $-0,06 \text{ V/unité de pH}$.

Q12. Graphiquement, on lit que $E_{\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}} = -1,25$. Appliquons la loi de Nernst au couple $\text{Mn}^{2+} + 2e^- = \text{Mn}_{(s)}$:

$$E_{\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}} = E_{\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}}^0 + \frac{0,06}{2} \log[\text{Mn}^{2+}]$$

Or sur la frontière, on prend $[\text{Mn}^{2+}] = c_T$ d'où $E_{\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}}^0 = -1,25 - 0,03 \log(10^{-2})$. On trouve $E_{\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}}^0 = -1,19 \text{ V}$.

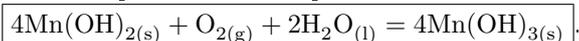
Q13. Le manganèse métallique ($\text{Mn}_{(s)}$) n'a pas de domaine commun avec l'eau, il est donc thermodynamiquement instable en présence d'eau à tout pH. Il en est de même pour les ions $\text{Mn}_{(\text{aq})}^{3+}$ qui ne seront pas stables. Les trois autres espèces peuvent en revanche coexister avec l'eau (en fonction du pH).

II.B – Dosage du dioxygène dissout dans l'eau par la méthode de Winkler

II.B.1. Première étape

Q14. Il s'agit de la précipitation de l'hydroxyde de manganèse (II) : $\text{Mn}_{(\text{aq})}^{2+} + 2\text{HO}^- = \text{Mn}(\text{OH})_{2(s)}$, très favorisée en milieu basique ($pH > 8,6$).

Q15. Le composé obtenu n'a pas de domaine commun avec le dioxygène et est donc oxydé selon :



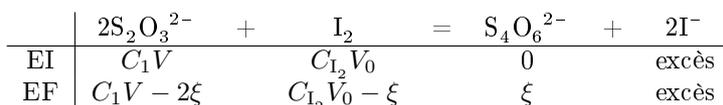
II.B.2. Deuxième étape

Q16. En milieu acide : $\text{Mn}(\text{OH})_{3(s)} + 3\text{H}_{(\text{aq})}^+ = \text{Mn}_{(\text{aq})}^{3+} + 3\text{H}_2\text{O}_{(l)}$.

Q17. À $pH = 1,5$, on a la réaction : $2\text{Mn}_{(\text{aq})}^{3+} + 2\text{I}^-_{(\text{aq})} = 2\text{Mn}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{I}_{2(\text{aq})}$.

II.B.3. Troisième étape

Q18. La réaction de titrage du diiode par les ions thiosulfates s'écrit (en phase aqueuse) :



Q19. À l'équivalence, on a donc la relation : $C_{\text{I}_2} = \frac{C_1V_{\text{eq}}}{2V_0}$. La quantité de I_2 formé valait donc $n_{\text{I}_2} = C_{\text{I}_2}V_0$. Or le diiode avait été formé par la réaction donnée à la question Q17, d'où on a que $n_{\text{Mn}^{3+}} = 2n_{\text{I}_2} = n_{\text{Mn}(\text{OH})_3}$. Enfin, cet hydroxyde avait été obtenu par la réaction de la question Q15 soit : $n_{\text{O}_2} = \frac{n_{\text{Mn}(\text{OH})_3}}{4} = \frac{n_{\text{I}_2}}{2}$. En négligeant les variations de volumes

dues aux différents ajouts de solide, on peut alors écrire : $C_{\text{O}_2} = \frac{C_1V_{\text{eq}}}{4V_0}$. C.Q.F.D.

Q20. La concentration massique s'écrit alors $c_{\text{O}_2} = \frac{C_1V_{\text{eq}}M_{\text{O}_2}}{2V_0}$ soit, numériquement : $c_{\text{O}_2} \approx 12 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$. Cette concentration étant supérieure à $5 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$, on en déduit que cette eau peut être utilisée à des fins d'irrigation.

II.C – Simulation de Monte-Carlo

Q21. Ligne 11 et 12 :

11 C1 = 0.015 # concentration C1 en mol/L

12 u_C1 = 0.0015 # incertitude sur C1 en mol/L

Et pour la ligne 17 :

17 C1_sim = C1 + rd.normal(0,u_C1,N) # Simulation des valeurs de C1

Q22. Compte tenu des incertitudes, on écrira : $c_{\text{O}_2} = (12,0 \pm 1,2) \text{ mg/L}$.

III Étude thermique de la serre

III.A – Équation de diffusion à travers une paroi latérale de la serre en polycarbonate

Q23. L'épaisseur e étant très petite devant les autres dimensions, et les températures intérieure et extérieures étant uniformes, on peut considérer, en première approximation, la plaque comme étant infiniment grande selon Oy et Oz . On a donc invariance par translation selon Oy et Oz et $T(M, t)$ ne dépend respectivement ni de y , ni de z . D'où on cherchera $T(x, t)$.

Q24. On applique le premier principe au système situé entre x et $x + dx$ entre les instants t et $t + dt$:

$$dU = 0 + \delta Q_{x+dx} + \delta Q_x \iff \rho S \cdot dx \cdot c (T(t + dt) - T(t)) = S(-j(x + dx) + j(x)) \cdot dt$$

$$\rho \cdot S \cdot dx \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} dt = -S \frac{\partial j}{\partial x} dx \cdot dt \iff \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c} \frac{\partial j}{\partial x}} \quad \text{CQFD}$$

Q25. Le signe (-) rend compte du fait que le flux de chaleur va des températures élevées vers les températures basses.

Q26. Ici, la loi de Fourier s'écrit simplement : $\boxed{j(x, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}}$.

Q27. En remplaçant dans l'équation de Q24, il vient alors :

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} \quad \text{soit la forme demandée en posant : } \boxed{D = \frac{\lambda}{\rho c}}.$$

D s'appelle la diffusivité thermique et s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Q28. En termes d'ordres de grandeurs, on peut écrire :

$$\frac{T^*}{\tau} = \frac{DT^*}{e^2} \iff \boxed{\tau = \frac{e^2}{D} = \frac{e^2 \rho \cdot c}{\lambda}} \quad \text{AN : } \underline{\tau \approx 10^3 \text{ s}}$$

III.B – Étude du régime stationnaire

Q29. En régime stationnaire, l'équation de la Q27 se simplifie et devient : $\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0}$. On en déduit par intégration que

$\frac{\partial T}{\partial x} = cte = a$ puis en intégrant une seconde fois que $T(x) = ax + b$: en régime stationnaire, la température dans la paroi est une fonction affine de x . On résout alors compte tenu des conditions aux limites : $T(0) = T_i$ et $T(e) = T_e$. On trouve finalement :

$$\boxed{T(x) = \frac{T_e - T_i}{e} x + T_i}$$

Q30. On sait que $\phi = \iint_S j(x) d^2 S = j(x) S$. Or $j(x) = -\lambda \frac{dT}{dx}$ donc, en remplaçant, il vient :

$$\boxed{\phi = \frac{\lambda S}{e} (T_i - T_e)}$$

Q31. On peut alors définir, par analogie avec la loi d'Ohm, une résistance thermique R_{th} : on a alors ϕ qui est l'analogue de i et T qui est l'analogue du potentiel V . $u = \Delta V = Ri$ est alors analogue à $T_i - T_e = R_{th} \phi$. Il suffit donc de poser :

$$\boxed{R_{th} = \frac{e}{\lambda S}}. \quad \text{Numériquement : } \underline{R_{th} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}}.$$

Q32. On a une association en série de résistances thermiques : $\boxed{P_{th} = \Phi = \frac{T_i - T_e}{R_{th} + R_{cc}}}$. AN : $\underline{P_{th} = 5,4 \text{ kW}}$. En l'absence de soleil, chauffer des serres consomme donc beaucoup d'énergie (comme en hiver où les nuits sont longues...).

IV Étude thermodynamique de la chambre froide

IV.A – Généralités

Q33. Le système doit prendre de la chaleur à la source froide extérieure (pour la refroidir). L'organe doit donc être le siège d'une transformation endothermique comme l'évaporation. C'est donc l'évaporateur qui est en contact avec la source froide.

Q34. Le système est un récepteur donc $W > 0$. Il force les échanges de chaleur à se dérouler à l'inverse du sens spontané donc il prend le chaleur à la source froide pour en donner à la source chaude soit $Q_f > 0$ et $Q_c < 0$.

Q35. $e = COP = \frac{Q_f}{W}$.

Q36. Premier principe sur un cycle : $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$ d'où $e_C = -\frac{Q_f}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{\frac{Q_c}{Q_f} + 1}$. Second principe pour un cycle réversible avec des sources extérieures de températures constantes : $\Delta S = 0 = \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c}$ soit $\frac{Q_c}{Q_f} = -\frac{T_c}{T_f}$. En remplaçant, on trouve alors :

$$e_C = COP_C = -\frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_f}} = -\frac{T_f}{T_f - T_c} \iff e_C = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

L'efficacité de Carnot est l'efficacité maximum qu'il est possible d'atteindre avec des sources à T_f et T_c par conséquent on sait que $e \leq e_C$.

Q37. On trouve une efficacité de Carnot $e_C = 6,57$. C'est environ deux fois l'efficacité d'une installation réelle.

IV.B – Description d'un cycle

Q38. cf. document page 5.

Q39. Le sens de parcours est antihoraire, mais lien avec mode fonctionnement ? Ce n'est pas un diagramme de Clapeyron ...

Q40. 3 : on a de la vapeur saturée ; 4 : on a du liquide saturé. Il s'agit des limites du pallier de changement d'état.

Q41. On utilise le théorème des moments : $x_v = \frac{h_6 - h_{liq}}{h_7 - h_{liq}}$ soit, numériquement : $x_v = \frac{256 - 195}{397 - 195} = 30,2\%$.

Le titre massique en vapeur au point 6 est d'environ 30%.

Q42. Le premier principe industriel s'écrit : $\Delta h + \Delta e_p + \Delta e_c = w_i + q$ soit, en négligeant les énergie potentielles et cinétiques : $\Delta h = w_i + q$.

Q43. Dans l'évaporateur, il n'y a pas de pièce mobile donc $w_{61} = 0$. On en déduit que $q_f = h_1 - h_6$ dans l'évaporateur. Numériquement : $q_f = 146 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Q44. De même, dans le condenseur on écrit : $q_c = h_5 - h_2$ et on trouve : $q_c = -186 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Q45. Le compresseur est supposé adiabatique donc $q = 0$. Le premier principe aboutit donc à $w_i = h_2 - h_1$. Numériquement : $w_i = 40 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Q46. On en déduit l'efficacité : $e = 3,65$.

Q47. On sait que $P_{th,f} = D_m q_f$ soit, numériquement : $P_{th,f} \approx 23,4 \text{ kW}$.

FIN

Pour toute remarque et/ou erreur : stephane.lamballe@neuf.fr

