

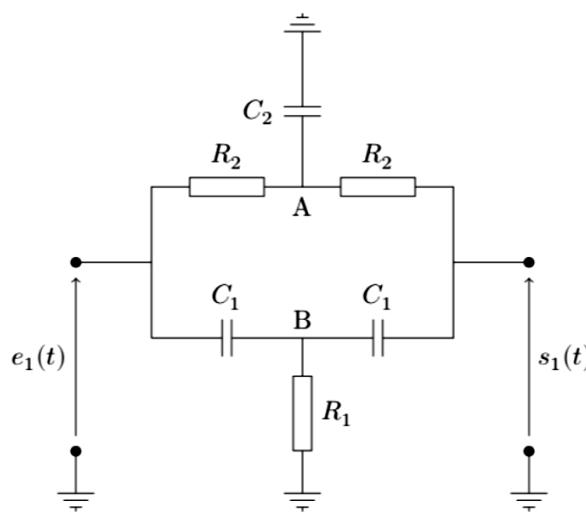
# DM - Rétroaction

Certains manèges proposent aux passagers d'évaluer leur « peur » en mesurant leur rythme cardiaque. Le rythme cardiaque varie d'environ 60 battements par minute pour un sujet au repos jusqu'à 200 battements lors d'un effort physique intense ou d'une forte émotion. La contraction d'un muscle, le cœur en particulier, crée un signal électrique. La détermination du rythme cardiaque sur les manèges passe par la mesure de la différence de potentiel électrique entre les deux mains du passager. Sur le garde corps du manège, sont fixées deux électrodes où le passager pose ses deux mains. La différence de potentiel est de l'ordre de quelques dizaines de mV. Le rapport signal sur bruit est en général plutôt faible. Il est donc nécessaire de mettre en forme le signal avant de pouvoir extraire la fréquence cardiaque. Cette partie se propose d'étudier les différentes étapes de mise en forme du signal. Après amplification (non étudiée), le signal est soumis à deux opérations de filtrage.

Pour tout signal sinusoïdal  $u(t)$ , la grandeur complexe associée sera notée  $\underline{u}$ . Tous les amplificateurs opérationnels sont supposés idéaux.

## II.A – Premier filtrage

Le signal amplifié est appliqué en entrée d'un filtre dont la structure est donnée [figure 4](#).



**Figure 4**

On donne les valeurs des composants :  $R = R_1 = R_2/2 = 16 \text{ k}\Omega$  et  $C = C_1 = C_2/2 = 0,1 \mu\text{F}$ .

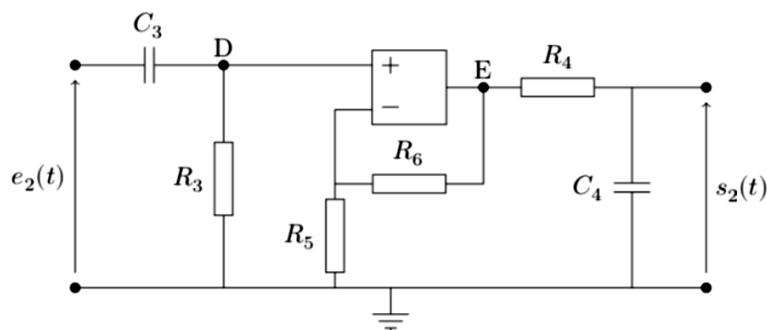
Ce filtre est un filtre réjecteur : il ne transmet pas les signaux dont la pulsation est voisine de  $\omega_0 = \frac{1}{2RC}$ .

**II.A.1)** En étudiant de façon qualitative le comportement basses et hautes fréquences, justifier qu'il est légitime de dire que le filtre de la figure 4 est un filtre réjecteur.

**II.A.2)** Calculer la valeur de la fréquence  $f_0$  associée à  $\omega_0$ . Pourquoi ce filtre est-il important dans le cas présent ?

## II.B – Deuxième filtrage : filtre passe-bande

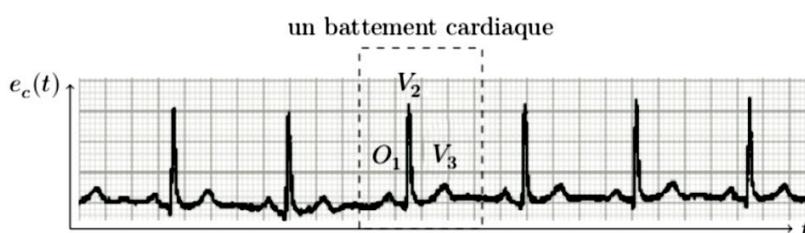
La fréquence des battements cardiaques étant comprise dans un intervalle relativement restreint et de façon à s'affranchir au maximum de parasites hautes et très basses fréquences, on applique un filtre passe-bande au signal obtenu en sortie du filtre précédent. La structure du circuit utilisé est donnée [figure 5](#).



**Figure 5**

- II.B.1)** Comment faut-il relier le circuit précédemment étudié et le circuit de la [figure 5](#) pour que le signal  $s_1(t)$  obtenu en sortie du filtre réjecteur ne soit pas perturbé par l'ajout du montage de la [figure 5](#) ?
- II.B.2)** Justifier de façon qualitative que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire. Montrer de façon qualitative que ce circuit présente bien un caractère passe-bande.
- II.B.3)** On souhaite que la fréquence de coupure basse soit égale à 0,5 Hz et la haute égale à 150 Hz. Ces valeurs sont-elles compatibles avec les fréquences cardiaques humaines ?
- II.B.4)** En évaluant successivement les quotients  $\underline{V}_D/e_2$ ,  $\underline{V}_E/\underline{V}_D$  et  $\underline{s}_2/\underline{V}_E$ , montrer que la fonction de transfert  $H_2 = \underline{s}_2/e_2$  s'exprime comme le produit de trois fonctions de transfert très simples. On précisera le rôle de chacune d'entre elles.
- II.B.5)** Proposer pour  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $C_3$  et  $C_4$  des valeurs permettant de réaliser le filtrage souhaité. Les valeurs proposées devront être compatibles avec les composants couramment utilisés en travaux pratiques.
- II.B.6)** En plus de la fonction filtrage, le filtre proposé possède un deuxième avantage. Lequel ?

**II.C –** Après amplification et filtrages, l'allure du signal obtenu est donnée [figure 6](#).

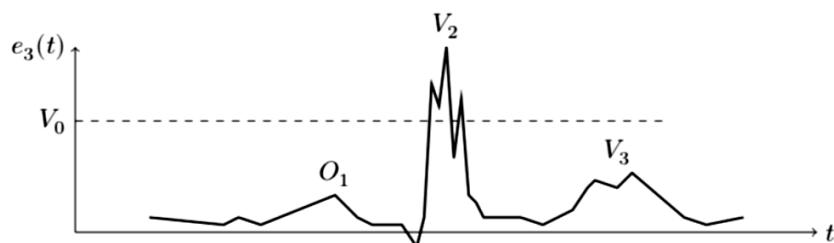


**Figure 6**

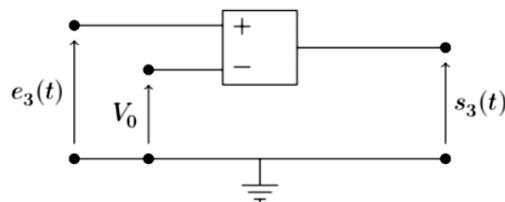
Le signal électrique  $e_c(t)$  émis au cours d'un battement cardiaque est complexe. En effet, la [figure 6](#) montre trois phases distinctes : la première ( $O_1$ ) correspond à l'action des oreillettes, alors que les deux autres phases ( $V_2$  et  $V_3$ ) correspondent à l'action des ventricules. Pour rendre la mesure de la fréquence cardiaque possible à l'aide d'un compteur numérique (non étudié), le signal électrique du cœur est transformé en un signal créneau d'amplitude donnée, où seul le signal de la phase  $V_2$  est sélectionné. Cependant, malgré les opérations de mise en forme, le signal de la phase  $V_2$  reste complexe, comme le met en évidence la [figure 7](#) qui représente le détail d'un battement cardiaque.

**II.C.1)** Le signal électrique  $e_3(t)$  correspondant aux battements cardiaques est appliqué sur l'entrée + de l'amplificateur opérationnel du montage de la [figure 8](#). La tension  $V_0$  est une tension continue et positive.

Expliquer le fonctionnement de ce dispositif. Que va être la réponse de ce circuit à un signal du type de celui de la [figure 7](#)? Ce circuit est-il adapté à la détermination de la fréquence cardiaque ? Justifier la réponse (on pourra s'aider d'un schéma).



**Figure 7**

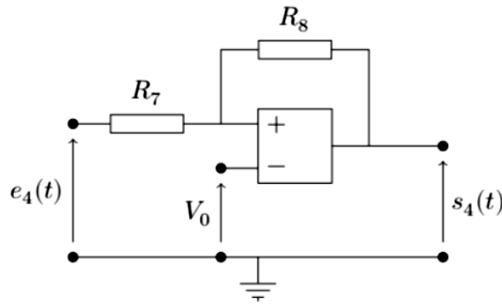


**Figure 8**

**II.C.2)** En réalité, le circuit utilisé est donné **figure 9**. La tension  $V_0$  est une tension continue et positive.

On considère dans un premier temps un signal d'entrée sinusoïdal  $e_4(t) = E_0 \cos(\omega t)$ .

Justifier qualitativement que l'amplificateur opérationnel ne peut pas fonctionner en régime linéaire.



**Figure 9**

On souhaite que  $s_4(t) = +V_{\text{sat}}$ ,  $V_{\text{sat}}$  étant la tension de saturation de l'amplificateur opérationnel. Montrer que  $e_4(t)$  doit être supérieure à une tension  $U_1$  dont on donnera l'expression en fonction de  $V_0$ ,  $V_{\text{sat}}$  et des résistances du circuit.

On souhaite maintenant que  $s_4(t) = -V_{\text{sat}}$ . Montrer que  $e_4(t)$  doit être inférieure à une tension  $U_2$  dont on donnera l'expression en fonction de  $V_0$ ,  $V_{\text{sat}}$  et des résistances du circuit.

Pour quelle valeur de  $e_4(t)$  se fait le basculement de  $s_4(t) = +V_{\text{sat}}$  à  $s_4(t) = -V_{\text{sat}}$ ? Même question pour le basculement de  $s_4(t) = -V_{\text{sat}}$  à  $s_4(t) = +V_{\text{sat}}$ .

Donner la condition pour que  $U_1$  soit positive.

Dans ce cas et en supposant que  $E_0 > U_2$ , représenter sur un même graphe les fonctions  $e_4(t)$  et  $s_4(t)$  en fonction du temps, en faisant apparaître les tensions  $E_0$ ,  $U_1$ ,  $U_2$  et  $V_{\text{sat}}$ . Comment s'appelle un tel montage ?

**II.C.3)** Le signal d'entrée  $e_4(t)$  est à présent le signal cardiaque  $e_c(t)$  représenté sur les figures 6 et 7. Représenter sur une même figure l'allure du signal cardiaque et celle du signal  $s_4(t)$  que l'on souhaite obtenir par le filtre. À quelles conditions sur  $U_1$  et  $U_2$  la fréquence du signal  $s_4(t)$  obtenu correspond-elle effectivement à la fréquence du rythme cardiaque ? Quel est l'intérêt du circuit effectivement utilisé par rapport à celui de la **figure 8** ?

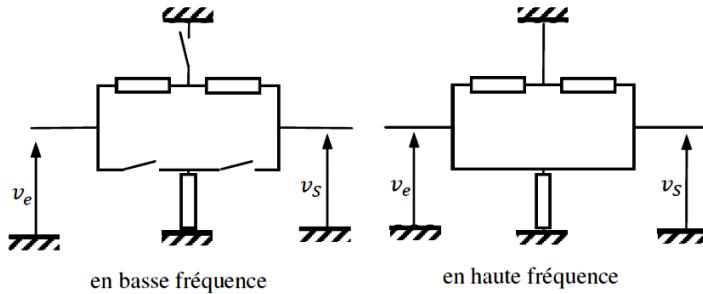
**II.D –** Le dispositif utilisé dans le manège pour la mesure du rythme cardiaque peut-il être utilisé en milieu médical ? Qu'est-ce qui peut fausser la mesure du rythme cardiaque ?

# Correction DM Rétroaction

## CCS PC 2014

### II. Mesure de la fréquence cardiaque

**II.A.1.** Il faut bien considérer ici que la sortie est ouverte, ce que le texte ne dit pas de façon très explicite.



En basse fréquence, on remplace les condensateurs par des interrupteurs ouverts et en haute fréquence par des fils.

On a donc en BF et en HF :  $v_s \approx v_e$ . On s'attend donc à un réjecteur de fréquence.

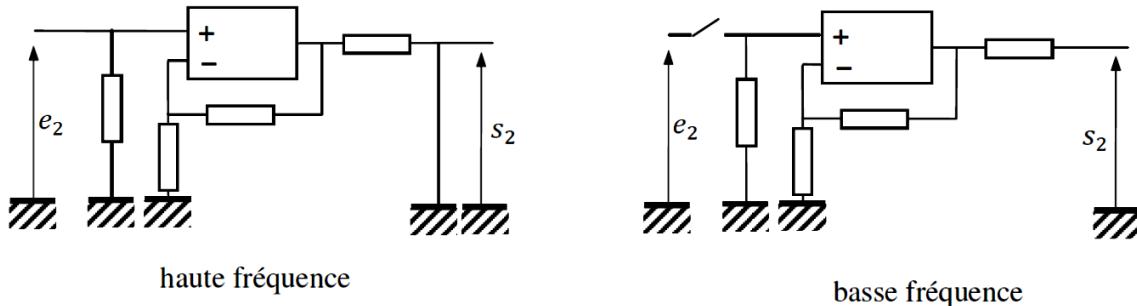
$$\text{IIA.2. } f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} = 49,75 \text{ Hz}$$

Ce filtre élimine le 50 Hz du secteur.

**IIB.1.** Il faut travailler avec un courant de sortie nul. Il faut donc placer un montage suiveur en sortie de ce filtre.

**IIB.2.** Il n'y a de rétroaction que sur la borne inverseuse : le montage est donc stable.

Comme précédemment, on regarde le montage équivalent en BF et HF :



En HF  $s_2 = 0$  et en BF  $s_2 = 0$ . On s'attend donc à un filtre passe-bande.

$$\text{IIB.4. Avec un diviseur de tension (l'AO est idéal)} : \frac{V_D}{e_2} = \frac{R_3}{R_3 + \frac{1}{jC_3\omega}} = \frac{jR_3C_3\omega}{1+jR_3C_3\omega}$$

De même comme  $V_D = V_+ = V_-$  l'AO fonctionnant en régime linéaire, avec un nouveau diviseur de tension :  $\frac{V_E}{V_D} = 1 + \frac{R_6}{R_5}$

$$\text{Et un nouveau diviseur de tension à la sortie} : \frac{v_s}{V_E} = \frac{\frac{1}{jC_4\omega}}{R_4 + \frac{1}{jC_4\omega}} = \frac{1}{1+jR_4C_4\omega}$$

$H_2$  = passe-haut x multiplicateur par une constante x passe-bas.

$$\text{IIB.5. La limite haute de la bande passante est } \omega_4 = \frac{1}{R_4C_4} = 2\pi f_4$$

On a donc  $R_4C_4 = 10^{-3}s$ . L'ordre de grandeur des résistances dans un montage électronique est le  $k\Omega$  pour des problèmes de courant de saturation, on peut choisir  $R_4 = 10 k\Omega$  et  $C_4 = 0,1 \mu F$

$$\text{Pour la fréquence basse : } \omega_3 = \frac{1}{R_3C_3} = 2\pi f_3 \text{ soit } R_3C_3 = 0,32 s$$

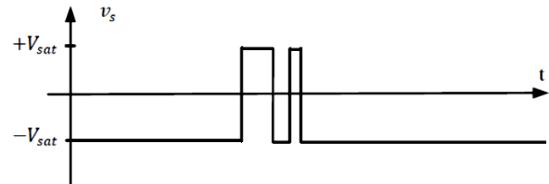
On peut choisir  $R_4 = 100 k\Omega$  et  $C_4 = 3,2 \mu F$

**IIB.6.** Le second avantage est que ce filtre permet une amplification des signaux dans la bande passante.

**IIC.1.** le dispositif est un comparateur :  $v_+ > v_-$  alors  $v_s = +V_{sat}$  et  $v_+ < v_-$  alors  $v_s = -V_{sat}$

On va donc avoir un signal du type :

On a deux passages en saturation haute le montage n'est donc pas adapté.



**IIC.2.** On a une réaction sur l'entrée non inverseuse du montage. Celui-ci est instable.

On suppose la sortie en saturation haute :  $v_s = +V_{sat}$ .

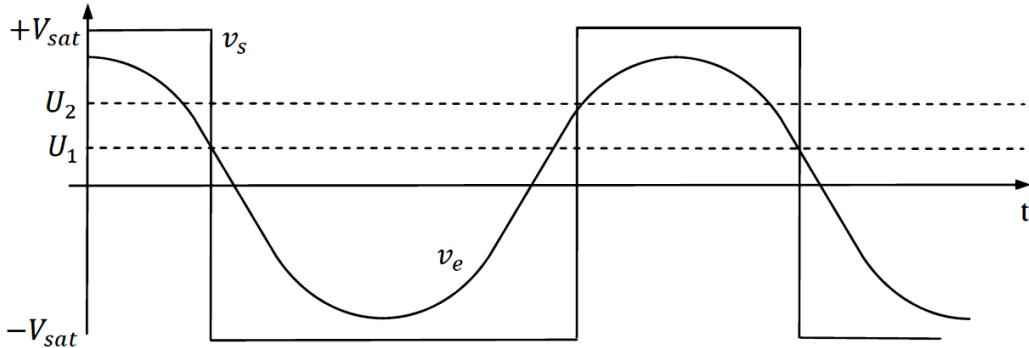
$$\text{On calcule } v_+ \text{ avec un théorème de Millman : } v_+ = \frac{\frac{e_4 + s_4}{R_7 + R_8}}{\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8}} = \frac{R_8 \cdot e_4 + R_7 \cdot s_4}{R_8 + R_7} > V_0 = v_-$$

$$\text{soit donc : } e_4 > \left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 - \frac{R_7}{R_8} \cdot V_{sat}$$

Si la sortie est en saturation basse :  $v_s = -V_{sat}$

$$\text{alors } e_4 < \left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 + \frac{R_7}{R_8} \cdot V_{sat}.$$

Pour que la sortie bascule de  $+V_{sat}$  à  $-V_{sat}$ , il faut que  $e_4$  atteigne  $U_1 = \left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 - \frac{R_7}{R_8} \cdot V_{sat}$  par valeurs croissantes. Pour  $U_1 > 0$  on doit avoir  $\left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) V_0 > \frac{R_7}{R_8} \cdot V_{sat}$



C'est un comparateur à hystérésis.

**IIC.3.** Pour la mesure il faut  $U_2 \in [V_3, V_2]$  et  $U_1 < U_2 < V_3$

On n'a pas de problèmes de rebasculement lors d'un battement.

**II.D.** Perturbation électrique due aux appareils électriques présents