

DM - Vacances Toussaint 2025 pour les 5/2

Sujet en 6 parties indépendantes.

- Partie I : Thermodynamique de spé
- Partie II : Thermodynamique de sup
- Partie III : Mécanique des fluides
- Partie IV : Diagramme d'état
- Partie V : Chimie Acide/base
- Partie VI : Etude d'un détecteur de métal

Commencer chaque nouvelle partie sur une copie double séparée.

Attention à la numérotation des questions, à la mise en évidence des résultats importants : encadrer les formules littérales, souligner les applications numériques, souligner les mots clés importants.

Soigner la typographie et l'orthographe.

Partie I : Cycle de Rankine

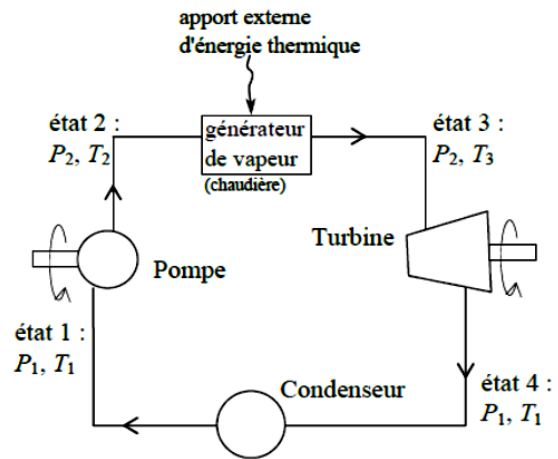
Une centrale thermique produit de la chaleur en brûlant un combustible fossile (charbon, gaz naturel). Une centrale nucléaire produit également de la chaleur en exploitant des réactions nucléaires de fission. Dans ces deux cas, il faut trouver un moyen de convertir cette énergie thermique en travail mécanique (rotation d'un arbre) qui peut ensuite, via un alternateur, être convertie en électricité.

La plupart des centrales thermiques ou nucléaires utilisent pour cela un cycle basé sur le cycle de Rankine (avec bien sûr des perfectionnements), que nous allons étudier ici. C'est aussi une version perfectionnée de ce cycle de base qui est utilisé dans les machines à vapeur des bateaux (la source de chaleur est alors une chaudière), ou dans les bateaux et sous-marins nucléaires (la source de chaleur est un réacteur nucléaire).

Le fluide caloporteur est l'eau. Il entre dans la pompe sous forme de liquide saturé (état 1), puis est comprimé de façon isentropique (adiabatique réversible) à la pression qui règne dans le générateur de vapeur (GV). En entrant dans le GV, l'eau se trouve sous forme de liquide comprimé à la pression p_2 (état 2). Elle en ressort sous forme de vapeur (état 3) à la même pression p_2 puis pénètre dans la turbine où elle se détend de façon isentropique (adiabatique réversible) en entraînant l'arbre de l'alternateur. À la sortie de la turbine (état 4), l'eau est diphasée. Ce mélange liquide-vapeur est alors liquéfié à pression constante dans le condenseur et en sort dans l'état 1.

Il n'y a pas de parties mobiles dans le GV et dans le condenseur.

On utilise le diagramme entropique de l'eau fourni à la fin du document (doc. 2). Il représente la température en fonction de l'entropie massique de l'eau. On donne également une représentation schématisée (doc. 1) du diagramme T - s .



1. Sur cette représentation schématisée (doc. 1), indiquer la courbe de rosée, d'ébullition, le domaine du liquide, de la vapeur, de l'équilibre diphasique, ainsi que ce qui représente une évolution isobare et une évolution isenthalpique.

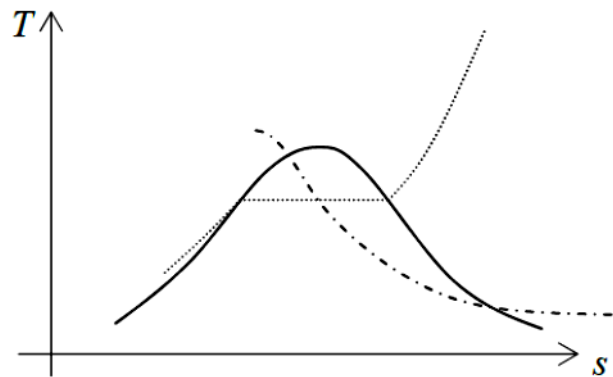
On donne $p_2 = 50 \times 10^5 \text{ Pa}$, $p_1 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$, $T_3 = 773 \text{ K}$ (500°C). Les points 1 et 2 figurent déjà sur le diagramme T - s de l'eau fourni.

2. Sur le diagramme expérimental (doc. 2), placer les points 3 et 4 qui correspondent aux états 3 et 4 du fluide, et tracer le cycle de Rankine décrit par le fluide.
3. Toujours à l'aide du même diagramme, donner les valeurs numériques de T_1 , h_3 , h_4 , s_4 , $s_v(T_1)$ entropie massique de la vapeur juste saturante à T_1 , et $s_l(T_1)$ entropie massique du liquide juste saturé à T_1 .
4. Dédurre de la question précédente la valeur du titre en vapeur x_4 à la sortie de la turbine. On exprimera pour cela s_4 en fonction de x_4 , $s_v(T_1)$ et $s_l(T_1)$.
5. On donne $h_1 = 440 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_2 = 475 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Exprimer puis calculer le transfert thermique massique q_{GV} reçu par le fluide dans le GV. Commenter son signe.
6. Faire de même pour le transfert thermique massique q_{cond} reçu par le fluide dans le condenseur. Commenter son signe.

7. On considère qu'il y a une masse m d'eau en écoulement dans le système. En appliquant le premier principe sur un cycle au fluide caloporteur, donner l'expression du travail reçu W par le fluide au cours du cycle en fonction de m , q_{GV} et q_{cond} .
8. Définir le rendement η du cycle, puis donner son expression en fonction de q_{GV} et q_{cond} , et enfin donner sa valeur numérique dans le cas considéré ici (les données de l'énoncé correspondent à la propulsion d'un sous-marin nucléaire).
9. Si on estime que le sous-marin a besoin d'une puissance motrice de 60 MW sur l'arbre en sortie de la turbine, quelle doit être la puissance thermique apportée par le réacteur nucléaire ?
10. (Facultatif) Calculer le travail indiqué massique reçu par le fluide lors de son passage dans la pompe, puis dans la turbine.

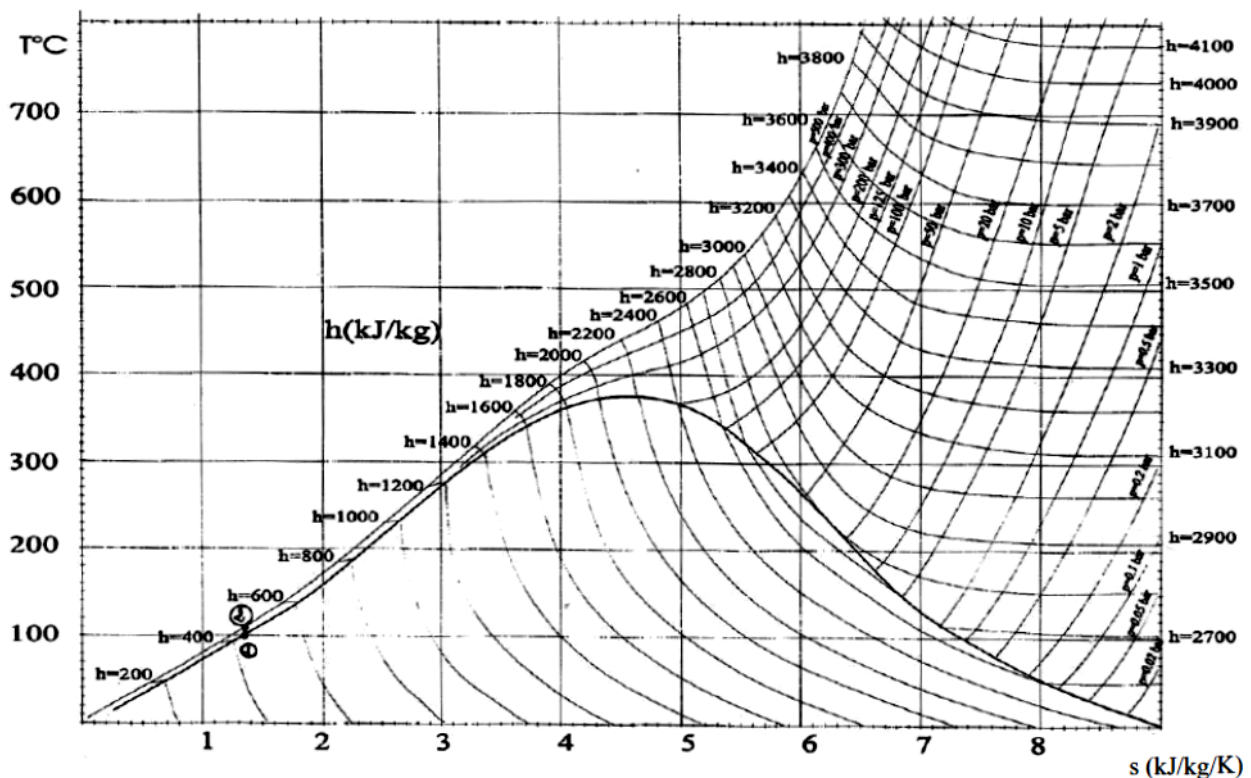
Le travail nécessaire au fonctionnement de la pompe est en fait prélevé sur l'arbre moteur de la turbine. Il convient donc de le retrancher au travail produit par la turbine. Donner l'expression puis la valeur du travail massique exploitable w_{net} que l'on récupère sur l'arbre moteur.

Enfin, quel débit massique faut-il imposer dans la machine pour assurer une puissance motrice de 60 MW sur l'arbre en sortie de la turbine ?



(doc. 1) Diagramme T-s schématique à compléter.

Diagramme T- S de l'eau



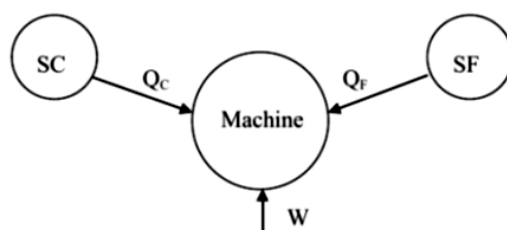
(doc. 2) Diagramme T-s de l'eau à compléter avec le cycle.

Introduction

Au quotidien, nous utilisons l'énergie sous différentes formes et avec différents appareils. Dans ce problème, nous allons nous intéresser au fonctionnement de machines motrices et réceptrices dont le rôle est de transformer une forme d'énergie en une autre, notamment mécanique et thermique, et bien sûr électrique. La machine thermique imaginée par Carnot en 1824 fonctionne, de façon cyclique, au contact de deux thermostats appelés aussi sources de chaleur dont la température est considérée comme constante. L'objectif de Carnot fut d'optimiser le rendement et l'efficacité de ces machines. Les notations utilisées sont les suivantes :

- W : transfert mécanique ou travail échangé entre la machine et l'extérieur.
- Q : transfert thermique ou chaleur échangée entre la machine et l'extérieur.
- S_C : source chaude à la température T_C . Elle échange la chaleur Q_C avec la machine.
- S_F : source froide à la température T_F . Elle échange la chaleur Q_F avec la machine.

Par convention $T_C > T_F$.



W , Q_C et Q_F seront donc positifs lorsque la machine reçoit de l'énergie et négatifs lorsqu'elle cède de l'énergie à l'extérieur.

I Machines thermiques et principes de la thermodynamique

- 1 - Préciser les signes de W , Q_C , Q_F pour le fonctionnement de trois types de machines : moteur (M), réfrigérateur (RF) et pompe à chaleur (PAC).
- 2 - Définir, en fonction de Q_C , Q_F et W , le rendement η du moteur, ainsi que les efficacités e_{RF} et e_{PAC} du réfrigérateur et de la pompe à chaleur.
- 3 -
 - a - Si l'évolution des machines est réversible, exprimer les relations données par les deux principes de la thermodynamique. On rappelle que chaque machine fonctionne de façon cyclique.
 - b - En déduire, dans cette évolution réversible, le rendement de Carnot η_C et les efficacités e_{RF} et e_{PAC} en fonction des températures.
- 4 - On suppose maintenant un fonctionnement irréversible du moteur. On note σ l'entropie créée.
 - a - Que devient l'expression du second principe écrite précédemment ?
 - b - Montrer que la nouvelle expression du rendement du moteur s'écrit : $\eta = \eta_C - \sigma T_F / Q_C$.
Ce rendement est-il plus grand ou plus petit que η_C ?
 - c - Au cours d'un cycle moteur, une masse donnée de gaz échange le travail $W = -15 \text{ kJ/cycle}$. Le degré d'irréversibilité, défini par $r = \eta / \eta_C$, vaut 0.94. On donne $T_C = 1450 \text{ K}$ et $T_F = 290 \text{ K}$.
Calculer les transferts thermiques Q_C et Q_F échangés au cours d'un cycle ainsi que la valeur de σ .

II Chauffage d'une habitation

On souhaite maintenir la température d'une habitation (H) à la température $T_H = 20^\circ\text{C}$, alors que la température de l'extérieur (E) est égale à $T_E = 0.0^\circ\text{C}$. Pour cela on doit fournir à la maison la puissance thermique $\Phi = 12\text{ kW}$ qui correspond aux pertes thermiques.

On propose dans cette partie de comparer différents procédés de chauffage.

- 5 - On chauffe directement la maison en utilisant du bois comme combustible. Déterminer la masse m_B de bois consommée par heure sachant que le pouvoir calorifique du bois est : $q_B = 18\text{ MJ/kg}$.
- 6 - On utilise maintenant une PAC fonctionnant réversiblement.
 - a - Calculer l'efficacité e_1 de la PAC.
 - b - En déduire la puissance électrique du moteur alimentant la PAC.
- 7 - On imagine maintenant que le bois est utilisé pour maintenir la température $T = 573\text{ K}$ d'un réservoir (R) qui sert de source chaude à un moteur dont la source froide est constituée par l'habitation (H).

Le travail fourni par le moteur est intégralement transformé en énergie électrique. Celle-ci sert à alimenter une PAC fonctionnant réversiblement entre (H) qui sert de source chaude et (E) qui sert de source froide.

Le schéma de fonctionnement est celui de la figure 1.

On note Q la quantité de chaleur fournie par le bois et transmise au moteur par l'intermédiaire du réservoir.

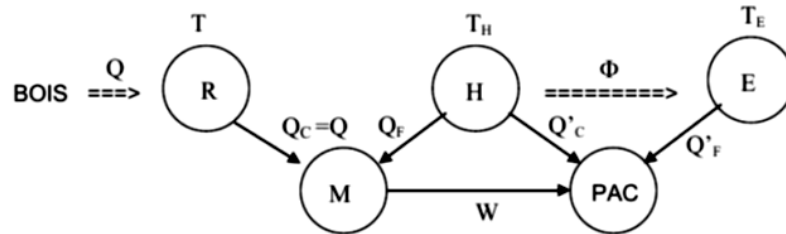


Figure 1

- a - Préciser les signes de Q_C , Q'_C , Q_F , Q'_F et de W .
 - b - Exprimer, en fonction de Q et des températures, la chaleur Q_H reçue par l'habitation de la part des deux machines (M et PAC), qui fonctionnent de façon réversible.
 - c - En déduire la masse m'_B de bois consommée par heure. Comparer m'_B et m_B et commenter.
- 8 - Le fluide utilisé à l'intérieur de la PAC est de l'air, que l'on choisit de modéliser comme un gaz parfait, d'exposant adiabatique $\gamma = 1.4$ constant. On rappelle, dans le cadre de ce modèle, les expressions $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$ et $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$ des capacités thermiques à pression et volume constant.

On ne lui fait pas décrire un cycle de Carnot (deux isentropiques et deux isothermes), car les échanges thermiques effectués à l'aide d'isothermes sont extrêmement lents et requièrent des échangeurs thermiques de longueur quasi infinie. Les échanges thermiques isothermes ne sont donc pas utilisés en pratique.

On remplace donc les deux isothermes par deux échanges thermiques isobares. L'inconvénient est que pour un tel échange thermique, la température du gaz et du thermostat ne sont pas identiques, cette inhomogénéité de température induit donc une irréversibilité et conséquemment une baisse de rendement.

La suite de cette question cherche à exprimer cette baisse de rendement, en passant par un calcul de l'entropie créée.

Le cycle comporte deux isentropiques (AB et CD) et deux isobares (BC et DA).

- a - Tracer l'allure du cycle dans un diagramme p en fonction de V . On indiquera le sens de parcours.

- b** - On donne $p_A = 10$ bars, $T_A = 293$ K, $p_C = 1.0$ bar, $T_C = 273$ K. Calculer T_B et T_D .
- c** - Sur quelle portion du cycle a lieu l'échange de chaleur avec la source chaude (donc avec l'intérieur de la maison)? Et avec la source froide (donc l'extérieur)?
- d** - On souhaite avoir l'expression de l'entropie créée lors de ces deux échanges thermiques.
 On suppose pour simplifier que chacun de ces échanges a lieu de la façon suivante : une quantité de matière n de gaz (système fermé) est isolée dans un compartiment et placée au contact d'un thermostat à T_0 (T_0 vaut ainsi soit la température de la source chaude lors de l'échange avec la source chaude, soit celle de la source froide lors de l'échange avec la source froide). Le gaz reçoit de la part de ce thermostat un transfert thermique Q lors d'une évolution isobare. Le gaz passe d'une température initiale notée T_i à la température finale égale à celle du thermostat.
 Donner l'expression du transfert thermique Q reçu par le gaz, puis de l'entropie créée S_c lors de cet échange thermique, en fonction de T_i , T_0 , n , R et γ .
 On donne pour cela l'expression suivante, pour un gaz parfait en évolution isobare passant d'une température T_1 à une température T_2 : $\Delta S = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_2}{T_1}$.
- e** - Appliquer la question précédente pour donner l'expression puis la valeur de l'entropie créée par mole de gaz (S_c/n) lors de l'échange thermique de B vers C, puis pour celui de D vers A.
- f** - On admet qu'un raisonnement identique à celui de la question 4b, mais pour une pompe à chaleur, mène à l'expression suivante de l'efficacité : $e_2 = \frac{T_{s-c}}{T_{s-c} - T_{s-f} + T_{s-c} T_{s-f} \sigma / |Q_{s-c}|}$, avec T_{s-c} la température de la source chaude, T_{s-f} celle de la source froide, σ l'entropie créée au cours d'un cycle, et Q_{s-c} le transfert thermique reçu par la machine de la part de la source chaude lors d'un cycle.
 On admet également que Q_{s-c} est donné par $\frac{\gamma n R}{\gamma - 1} (T_{s-c} - T_D)$, avec n la quantité de matière impliquée lors d'un cycle.
 En déduire l'efficacité de la pompe à chaleur considérée ici. La comparer à e_1 .

Partie III : Vidange de citerne

La citerne est munie d'un orifice par lequel le gazole peut s'écouler. On suppose que toutes les conditions sont réunies pour qu'on puisse appliquer la relation de BERNOULLI entre un point A de la surface libre du gazole et un point B au niveau de l'ouverture (voir figure 6.12) :

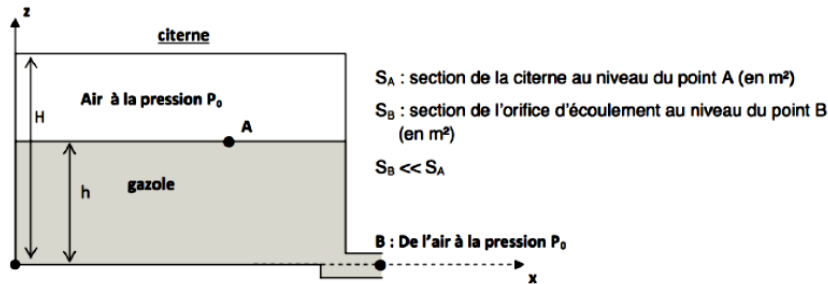


Fig. 6.12

Écoulement parfait

1. Quelles sont les conditions d'application de la relation de BERNOULLI ?
2. Comment se traduit la conservation de la masse lors de l'écoulement ? En déduire une relation entre les vitesses moyennes en A et B .
3. Sachant que la section en A est nettement plus grande que celle en B , exprimer la vitesse moyenne V_B de l'écoulement en B à l'aide de h et g .
4. La citerne est initialement pleine. Exprimer le temps nécessaire T pour la vidanger complètement, à l'aide de S_A , S_B , H et g . Calculer T .

Prise en compte d'une perte de charge singulière

Au niveau du convergent (rétrécissement de section sur la ligne de courant AB), on constate une zone de perturbation caractérisée énergétiquement par une « perte de charge singulière » : le bilan d'énergie se traduit par une perte d'énergie mécanique volumique modélisable par la formule suivante :

$$\frac{1}{2}\rho(V_B^2 - V_A^2) + \rho g(z_B - z_A) + (p_B - p_A) = -\frac{1}{2}K_c\rho V_B^2 \text{ avec } K_c \simeq 0,55$$

5. Déterminer une nouvelle expression de V_B en tenant compte de la perte de charge singulière.
6. Exprimer à nouveau le temps nécessaire T' pour vidanger complètement la citerne, à l'aide de T et K_c . Calculer T' . Commenter.

Remplissage du réservoir d'une voiture

On utilise une pompe centrifuge pour déplacer le gazole de la citerne au réservoir d'une voiture.

Le schéma suivant modélise simplement le circuit du fluide (la citerne étant enterrée, on a bien évidemment $z_E > z_A$). La « perte de charge singulière » (due à la dissipation d'énergie à cause des coudes, des raccords entre canalisations de diamètres différents...) est définie par $\Delta p_s = K \frac{1}{2}\rho V_{\text{moy}}^2$ où K est une constante sans dimension dépendant de la nature de la singularité rencontrée. On admettra que la pompe utilisée ici génère une perte de charge singulière de coefficient $K_{\text{pompe}} = 6$.

La « perte de charge régulière » est définie par $\Delta p_r = \lambda \frac{1}{2}\rho V_{\text{moy}}^2 \frac{l}{d}$ où λ est une constante sans dimension dépendant de la nature de l'écoulement et de la rugosité de la conduite, l la longueur de la conduite et d son diamètre.

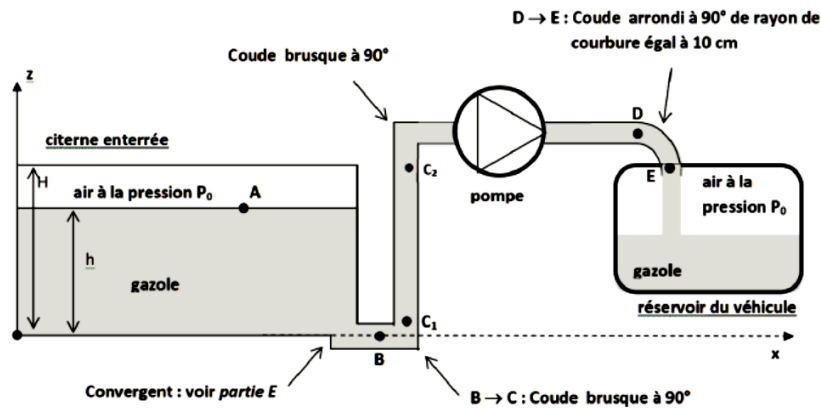


Fig. 6.13 – La notation « partie E » fait référence à la partie 6.4.2

- Utiliser le document 6.14 intitulé « Données numériques » pour déterminer la valeur numérique du coefficient K_{total} correspondant à l'ensemble des singularités détaillées sur le schéma ci-dessus. On prendra soin de préciser les différents termes intervenant dans K_{total} .
- Calculer la valeur totale des pertes de charge singulières $\Delta p_{s,\text{tot}}$ à l'aide des données numériques fournies en figure 6.14.
- La totalité des longueurs droites de la conduite vaut approximativement $l = 10$ m. On admettra la valeur suivante pour le coefficient de perte de charge régulière : $\lambda = 2,45 \times 10^{-2}$. Calculer la valeur totale des pertes de charge régulière $\Delta p_{r,\text{tot}}$ à l'aide des données numériques fournies en figure 6.14.

L'insertion d'un élément actif (ici la pompe électrique) dans le circuit du fluide modifie le bilan énergétique appliqué au gazole. En tenant compte des pertes de charge, on admet la relation suivante appliquée entre les points A et E :

$$\frac{1}{2}\rho(V_E^2 - V_A^2) + \rho g(z_E - z_A) + (p_E - p_A) = -(\Delta p_{r,\text{tot}} + \Delta p_{s,\text{tot}}) + \frac{P_u}{Q_V}$$

où P_u est la puissance utile fournie par la pompe au fluide et Q_V est le débit volumique.

- Calculer le débit volumique dans les conduites Q_V à l'aide des données numériques fournies en figure 6.14.
- Sachant que la pompe a un rendement de 80%, déterminer l'expression de P_e , puissance électrique alimentant la pompe. Calculer P_e (on prendra $z_E - z_A \simeq 5$ m).

DONNEES NUMÉRIQUES

Pour la première partie:

Permittivité du vide :	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Permittivité relative du gazole :	$\epsilon_r = 5,00$
Hauteur du capteur capacitif :	$H = 1,00 \text{ m}$
Largeur du capteur capacitif :	$L = 4,00 \text{ cm}$
Distance entre les armatures :	$e = 3,00 \text{ mm}$

Pour la seconde partie:

Section de la citerne au point A :	$S_A = 1,00 \text{ m}^2$
Section de l'ouverture au point B :	$S_B = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
Rayon des sections des conduites et des coudes :	$a = 1,80 \text{ cm}$
Intensité du champ de pesanteur :	$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
Masse volumique du gazole :	$\rho = 840 \text{ kg.m}^{-3}$
Viscosité dynamique du gazole :	$\eta = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Vitesse moyenne des les conduites :	$V_{\text{moy}} = 4,50 \text{ m.s}^{-1}$

Coefficient K pour les pertes de charge singulière :

Coude brusque : $K = \sin^2 \alpha + 2 \sin^4 \left(\frac{\alpha}{2} \right)$	Coude arrondi de rayon de courbure R_c et de diamètre d (α est en degré) : $K = \frac{\alpha}{180} \left(0,131 + 1,847 \cdot \left(\frac{d}{R_c} \right)^{7/2} \right)$
--	---

Fig. 6.14 – Données numériques

Partie IV : Diagramme d'état

On a représenté, dans la figure VIII.1 ci-dessous, la courbe de saturation dans un diagramme de Clapeyron pour l'ammoniac pur accompagné de la courbe correspondante dans un diagramme de phase (P, T).

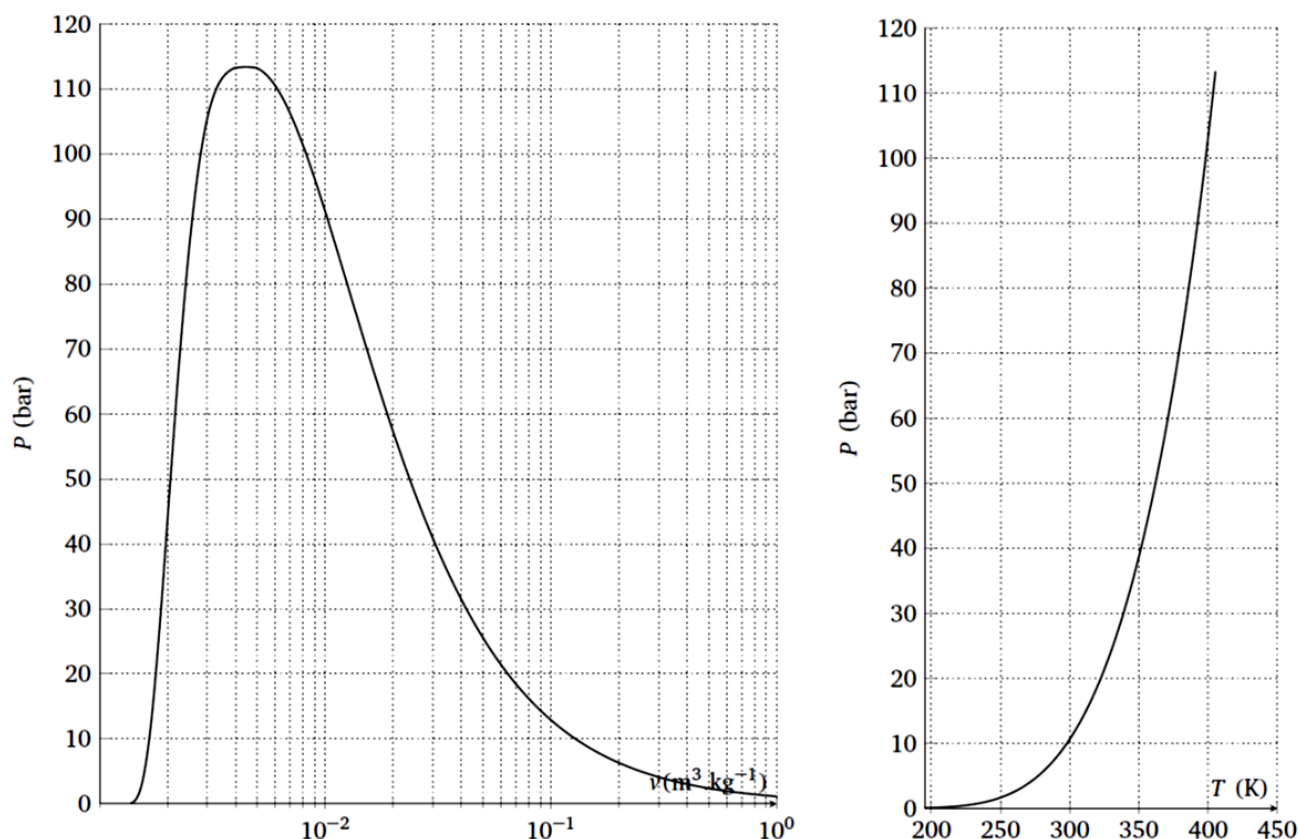


Figure VIII.1 – Tracé de la courbe de saturation à partir de données thermodynamiques pour l'ammoniac NH_3 .

- (1) Placer dans les deux courbes précédentes les différents états (liquide, gazeux, diphasé) de l'ammoniac. Évaluer la température, la pression et le volume massique au point critique.
- (2) 5,0 moles d'ammoniac gazeux maintenues à 350 K sont comprimées (on suppose que l'on a une succession d'équilibre) depuis une pression initiale de 20 bar pour atteindre une pression finale de 80 bar. Déterminer, après avoir tracé dans le diagramme de Clapeyron l'isotherme correspondant à $T = 350$ K :
 - (a) La pression P_1 à laquelle apparaît la première goutte de liquide et le volume V_1 alors occupé par le système.
 - (b) La pression P_2 à laquelle disparaît la dernière bulle de vapeur et le volume V_2 alors occupé par le système.
 - (c) Le titre en vapeur et la pression P_3 lorsque le volume du système est $V_3 = 0,85$ L.
 - (d) Si on suppose l'ammoniac parfait, quel était son volume initial V_{ini} ?
 - (e) Si on suppose l'ammoniac liquide incompressible, quel sera son volume à l'état final V_f ?

Donnée : masse molaire de l'ammoniac : $M = 17 \text{ g.mol}^{-1}$.

- (3) Une bouteille de volume $V = 100$ L, initialement vide, est remplie progressivement par ajout d'ammoniac. On note m la masse totale d'ammoniac insérée dans la bouteille. Le remplissage est supposé être effectué à la température ambiante constante de 300 K.
 - (a) À partir de quelle masse introduite m_{min} la bouteille comportera-t-elle nécessairement un peu d'ammoniac liquide?
 - (b) Supposons le liquide incompressible : quelle masse maximale d'ammoniac peut-on introduire dans cette bouteille?

- (4) On considère deux bouteilles de 100 L : l'une remplie avec une masse $m_1 = 50$ kg, l'autre avec une masse $m_2 = 5,0$ kg. Laissez à l'air libre en été, la température des bouteilles augmente.

- (a) Justifier grâce au diagramme que, si l'élévation de température est suffisante, dans la première bouteille, une liquéfaction va avoir lieu, alors que dans la deuxième bouteille c'est une vaporisation.

Pour les deux bouteilles précédentes, on a tracé l'évolution de la pression en fonction de la température. On obtient les courbes de la figure VIII.2 ci-dessous.

- (b) Justifier l'allure commune des courbes de la figure VIII.2 pour des températures assez faibles et retrouver les valeurs de pression de rupture de l'allure pour chaque bouteille en comparant avec la figure VIII.1.
- (c) Expliquer en quoi le sur-remplissage de la bouteille 1 est un danger en cas d'élévation violente de température.
- (d) Conclure : au-dessus de quel volume massique limite faut-il se placer lors du remplissage pour éviter ce problème ?

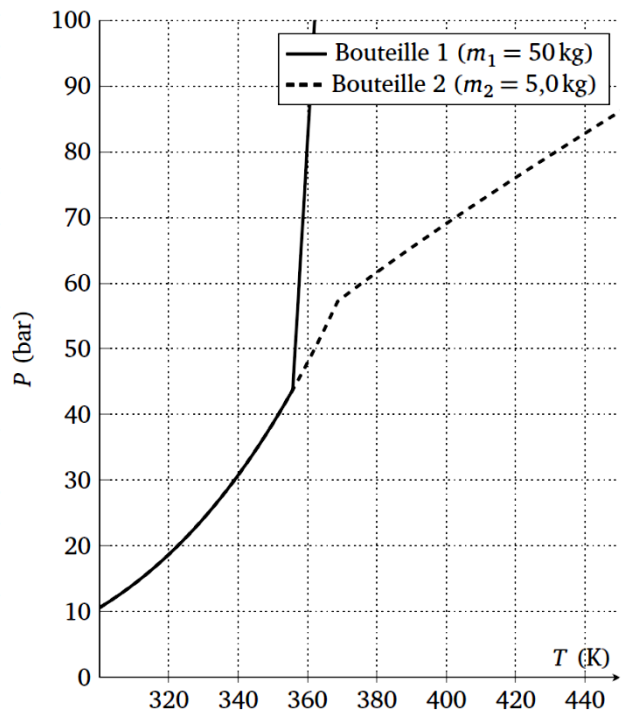
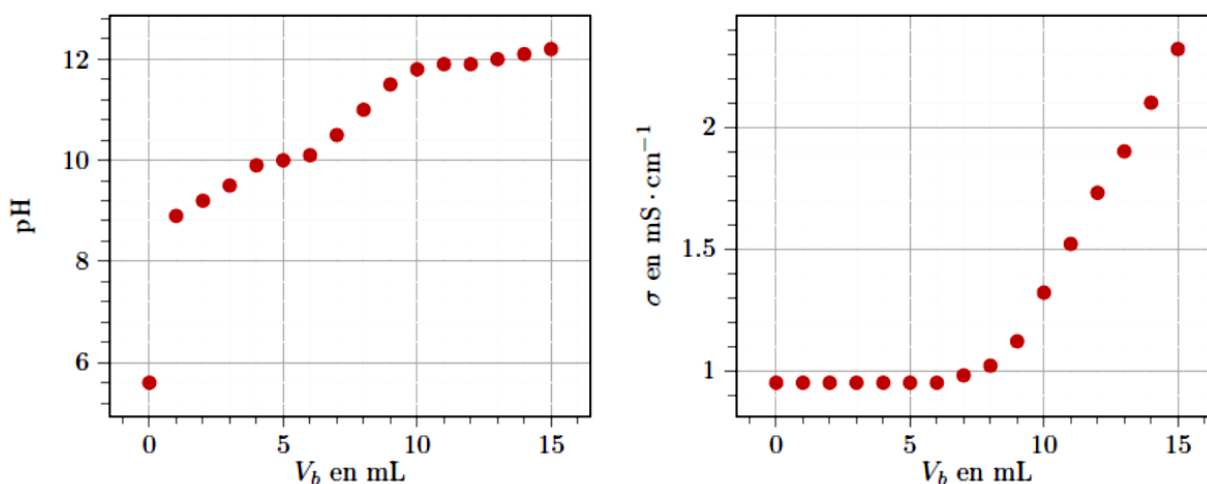


Figure VIII.2 – Tracé de la pression en fonction de la température pour les deux bouteilles.

Partie V : Dosage de l'ammoniac

Les ammonitrates (NH_4NO_3) sont des engrais ; ils se présentent sous forme de granulats existant à différentes teneurs de l'ordre de 20 à 34,5 % en élément azote.

Pour doser un engrais commercial, on prépare un litre d'une solution notée *A*, contenant 6,35 g d'ammonitrates commercial. Le dosage des ions ammonium de la solution *A* par une solution titrée d'hydroxyde de sodium (solution *B*) de concentration exacte égale à $0,096 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est suivi par pH-métrie et par conductimétrie.



1. Quelles électrodes sont nécessaires à la mesure du pH d'une solution aqueuse ?
2. Est-il utile d'étalonner le conductimètre pour réaliser un dosage conductimétrique ?
3. Écrire l'équation de la réaction entre les ions hydroxyde et les ions ammonium.

Dans un bécher, sont placés :

- les électrodes du pH-mètre ;
- la cellule de conductimétrie ;
- $V_a = 10 \text{ mL}$ de solution *A* ;
- $V_{\text{H}_2\text{O}} = 90 \text{ mL}$ d'eau distillée.

Un volume V_b de la solution *B* de soude est versé avec une burette graduée et la mesure simultanée de la valeur du pH et de la valeur de la conductivité (en $\text{mS} \cdot \text{cm}^{-1}$) de la solution est effectuée pour chaque ajout de soude. Les résultats obtenus ont été reportés sur le graphe ci-dessus.

4. Justifier l'allure de la courbe de conductimétrie et exprimer les coefficients directeurs des segments de droite en fonction des conductivités molaires ioniques à dilution infinie Λ° .
5. À partir des courbes, déterminer le volume équivalent de la solution *B*. Quelle méthode vous semble la plus judicieuse ? Justifier votre réponse.
6. Donner la concentration des ions ammonium de la solution *A* en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
7. Donner le pourcentage du produit commercial en ions ammonium, en nitrate d'ammonium, puis en élément azote ou azote total.

Données :

Conductivités molaires ioniques limites à 25°C :

- $\Lambda^\circ(\text{HO}^-) = 19,9 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$;
- $\Lambda^\circ(\text{Na}^+) = 5,0 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$;
- $\Lambda^\circ(\text{NH}_4^+) = 7,3 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$;
- $\Lambda^\circ(\text{NO}_3^-) = 7,1 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Partie VI : Etude d'un détecteur de métal

A / ETUDE D'UN OSCILLATEUR

Le circuit oscillant de la partie précédente est utilisé dans le montage électronique de la figure 6 où figure un amplificateur opérationnel idéal, fonctionnant en régime linéaire, et trois résistances, dont une réglable (R_3).

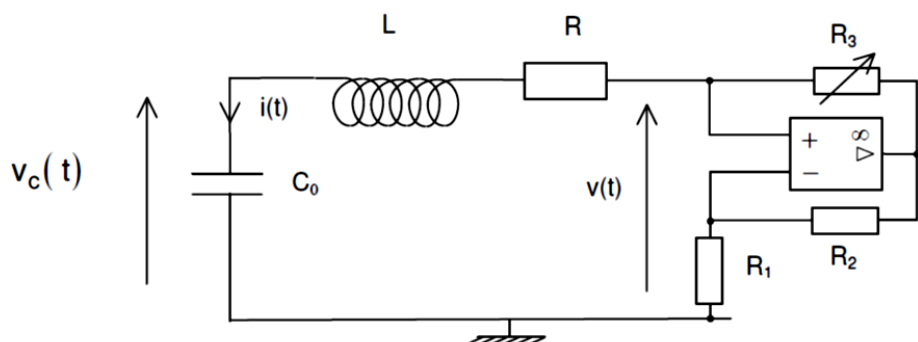


Figure 6

A1. Etablir la relation entre $i(t)$, $v(t)$, R_1 , R_2 et R_3 .

A2. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. On posera $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$, $m = \frac{R}{2L\omega_0}$ et

$$m' = \frac{R_3 R_1}{2R_2 L \omega_0}.$$

A3. Etudier qualitativement le fonctionnement du montage lorsque $m' < m$ et lorsque $m' > m$. Que se passe-t-il théoriquement si $m' = m$? Cette condition est-elle réalisable ? Quel est le rôle de la résistance réglable R_3 ?

Application numérique : $C_0 = 22 \text{ nF}$, $L = 20 \text{ mH}$. A quelle fréquence peut fonctionner cet oscillateur ?

A4. La tolérance sur la valeur de la capacité du condensateur est donnée à 5%. Quel écart relatif de fréquence pourra en découler ?

B / DETECTEUR DE METAL

On réalise deux oscillateurs sinusoïdaux du type étudié au A ci-dessus, avec deux bobines b_1 et b_2 de mêmes dimensions. Les deux bobines sont placées côte à côte dans la tête de détection de l'appareil mais leur couplage magnétique reste négligeable (l'inductance mutuelle entre les deux bobines est négligée). La tête de détection est sensiblement plane, et parallèle au sol. Les oscillateurs sont appelés osc_1 et osc_2 , leurs sorties respectives sont les tensions v_{c1} et v_{c2} aux bornes des condensateurs ; on supposera que ces deux tensions sont de même amplitude, notées V_0 , de l'ordre du volt, et on notera f_1 et f_2 leurs fréquences respectives.

En l'absence de pièce métallique et loin du sol, les fréquences d'oscillations sont f_{10} et f_{20} (f_{20} est supposée supérieure à f_{10}).

Le montage complet du détecteur est donné à la figure 7. Un multiplieur donne en sortie le signal $V_A = A \cdot v_{c1} \cdot v_{c2}$, il est suivi par un filtre passe-bande de fréquence centrale $f'_0 = f_{20} - f_{10}$, de gain G et de facteur de qualité Q' , et d'un convertisseur fréquence – tension. L'élément final de la chaîne est un voltmètre numérique qui reçoit du convertisseur fréquence-tension une tension égale à $B \cdot (f - f'_0)$, lorsque celui-ci reçoit un signal périodique de fréquence f .

Le montage fonctionne correctement si f'_0 est de l'ordre de grandeur de 100 Hz.

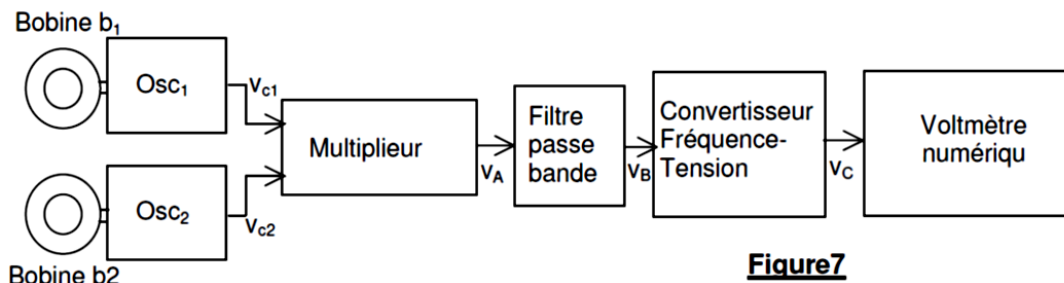


Figure7

B1. Quelles sont les unités des coefficients A (pour le multiplieur) et B (pour le convertisseur fréquence-tension) ?

B2. Quel est le rôle du multiplieur suivi du filtre passe bande ? Sachant que $Q' = 20$ et que f_{10} et f_{20} sont de l'ordre de 8 kHz, montrer, avec précisions quantitatives, que le signal à l'entrée du convertisseur fréquence-tension est assimilable à une tension sinusoïdale, dès lors que l'écart entre f_{10} et f_{20} est situé dans la bande passante du filtre.

B3. Pourquoi les deux fréquences f_{10} et f_{20} ont-elles peu de chance d'être identiques ? Comment peut-on ajuster l'écart entre ces deux fréquences ?

La présence du sol modifie les lignes de champ des bobines b_1 et b_2 . Il s'ensuit une variation de fréquence Δf -sensiblement identique sur chaque oscillateur- qui n'a pas d'influence sur la sortie du montage.

B4. Expliquer cette absence d'influence.

On suppose que la présence d'un objet métallique plus proche de la bobine b_1 que de la bobine b_2 induit une diminution de fréquence Δf sur f_1 , alors que f_2 reste quasi-constante..

Application numérique : $f_{10} = 7516$ Hz ; $f_{20} = 7653$ Hz ; $\Delta f = 5$ Hz ; $A = 0,1$ SI ; $B = 0,6$ SI ; $G = 12$.

Calculer la tension à l'entrée du voltmètre numérique suite à la détection de l'objet métallique.

B5. Expliquer en détails ce qu'observe l'utilisateur de ce détecteur de métaux lorsque la tête de détection se déplace de part et d'autre de l'objet métallique.