

# DS

## TSI2

### Physique

#### 4h

#### 18 octobre 2024

*Ce sujet est en cinq parties indépendantes.*

**I. Puisage de l'eau pour l'irrigation (CCS TSI 2023)**

**II. Cogénération par centrale à vapeur (CCS TSI 2021)**

**III. Fort Boyard – Le conseil (CCINP PSI 2024)**

**IV. Un robot clarinettiste (CCS TSI 2024)**

**V. Dosage des ions dichromate (CCS TSI 2007)**

#### **Recommandations importantes**

*La plus grande attention sera apportée au soin, à la présentation et à la qualité de la rédaction.*

*Les résultats doivent être mis en valeur et exclusivement exprimés avec les notations de l'énoncé.*

*Si on introduit des notations personnelles, elles doivent toujours être soigneusement définies.*

*Un résultat non justifié ne sera, au mieux, que partiellement pris en compte.*

*Même si une valeur numérique est demandée, vous devez avant tout donner l'expression littérale.*

*Le calcul de la valeur numérique n'est jamais que la toute dernière étape.*

*Les résultats numériques doivent être accompagnés de leur unité.*

*Les parties peuvent être traitées dans un ordre quelconque, mais respectez la numérotation des questions.*

*Lisez l'énoncé en entier avant*

**(Calculatrice autorisée)**

# Partie I Puisage de l'eau pour irrigation

Pour l'irrigation des cultures sous serre, l'eau est puisée à une profondeur  $h = 30$  m. À la surface libre du puits, la pression de l'eau  $P_E$  équivaut à la pression atmosphérique  $P_0 = 1,0 \times 10^5$  Pa. La pression d'utilisation au niveau du sol est de  $P_S = 1,5 \times 10^5$  Pa. Le débit volumique est de  $Q = 1,0 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$ . La conduite possède une section  $\Sigma = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  constante.

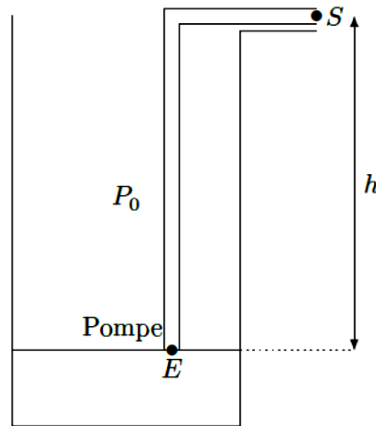


Figure 1

**Q 1.** On considère l'écoulement d'un fluide parfait incompressible en régime stationnaire. Exprimer la grandeur  $\mathcal{C}$  homogène à une pression qui se conserve le long d'une ligne de courant.

**Q 2.** Existe-t-il des situations pour lesquelles la grandeur  $\mathcal{C}$  n'est pas conservée ? Justifier votre réponse en utilisant le schéma de puisage ci-dessus.

On néglige par la suite les pertes de charge.

**Q 3.** Montrer que la vitesse de l'eau aux points  $E$  et  $S$  est identique :  $v_E = v_S$ .

**Q 4.** Exprimer le travail massique  $w_i$  que doit fournir la pompe. Effectuer l'application numérique.

**Q 5.** En déduire la puissance mécanique de la pompe  $P_{\text{meca}}$  nécessaire.

**Q 6.** Le rendement de la pompe vaut  $\eta = 0,8$ . En déduire la puissance électrique absorbée par la pompe. Effectuer l'application numérique.

La figure 2 présente les caractéristiques de différentes pompes. L'abscisse  $Q$  du graphe est le débit volumique de la pompe et son ordonnée  $H$  la hauteur manométrique. Ici,  $H = h + \frac{P_S - P_0}{\rho_{\text{eau}} g}$ .

**Q 7.** Parmi les pompes dont les caractéristiques sont présentées figure 2, quel est le numéro de la pompe la mieux adaptée à cette utilisation ? Justifier la réponse.

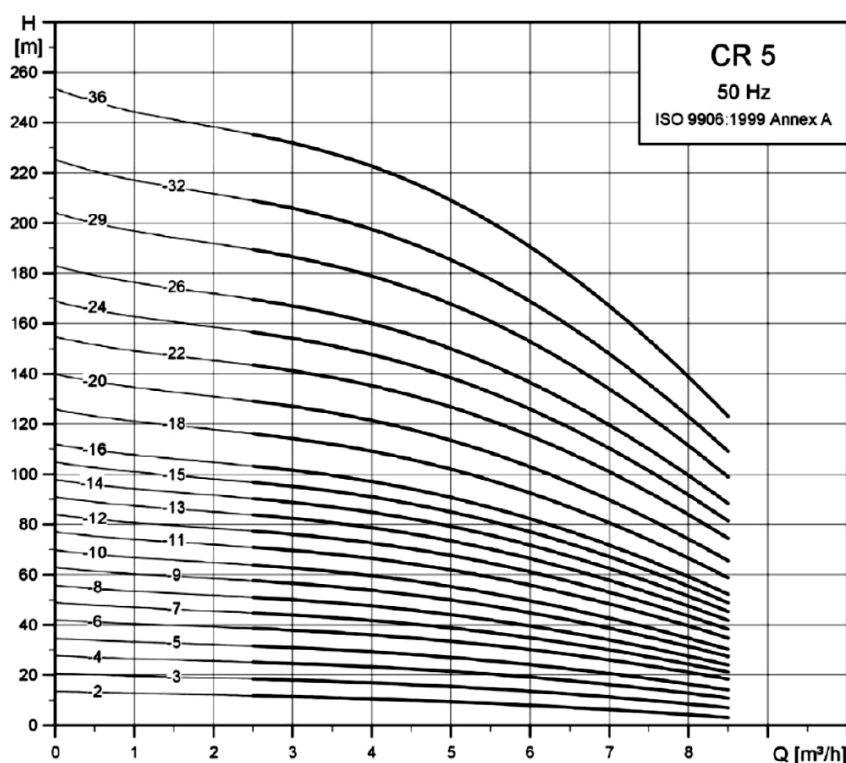
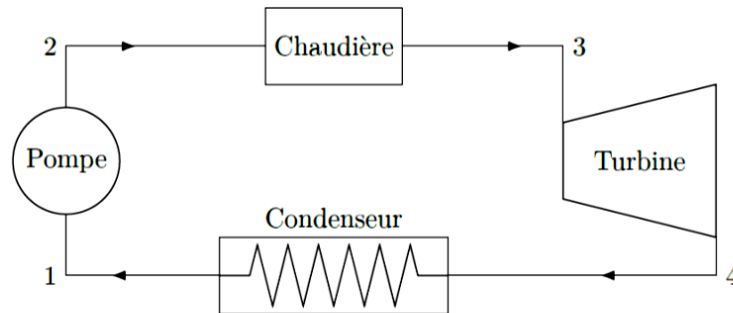


Figure 2

## Partie II Cogénération par centrale à vapeur

Le principe de la cogénération au gaz naturel est de produire à la fois de l'électricité et de l'eau chaude. On utilise pour cela une centrale à vapeur et on récupère de l'énergie mécanique dans sa turbine et de l'énergie thermique au niveau du condenseur. On s'intéresse dans un premier temps au fonctionnement général d'une telle centrale sans prendre en compte la valorisation de l'énergie dissipée dans le condenseur. Puis le III.B.3 étudie la récupération d'énergie thermique.

Le cycle de base d'une centrale à vapeur parcouru par de l'eau est schématisé figure 9. Il consiste essentiellement en une chaudière où le combustible est brûlé générant ainsi de la vapeur d'eau surchauffée ( $2 \rightarrow 3$ ) qui est ensuite détendue dans une turbine à vapeur dont l'arbre fournit le travail moteur ( $3 \rightarrow 4$ ). La vapeur d'eau sortant de la turbine est totalement liquéfiée dans un condenseur ( $4 \rightarrow 1$ ) avant qu'une pompe ne lui redonne la pression de chaudière ( $1 \rightarrow 2$ ). Le refroidissement du condenseur est assuré par une source froide externe.



**Figure 9** Schéma d'une centrale à vapeur

On supposera les transformations subies par le système dans la turbine et dans la pompe comme étant adiabatique et réversible. On négligera le travail de la pompe devant le travail de la turbine :  $|W_p| \ll |W_t|$ .

Le fluide est en écoulement stationnaire avec un débit massique  $D_{m1} = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ . On négligera les variations de vitesse et d'altitude du fluide.

On donne l'expression de l'entropie  $S$  en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$  d'une masse donnée d'eau liquide à la température  $T$ ,

$$S(T) = S(T_0) + C_{\text{eau}} \ln \left( \frac{T}{T_0} \right)$$

avec  $C_{\text{eau}}$  la capacité thermique de l'eau en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ . On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

### III.B.1) Description du cycle thermodynamique

On considère que le fluide circulant au cours d'un cycle reçoit les transferts thermiques  $Q_c$  et  $Q_f$  respectivement des sources chaude de température  $T_c$  et froide de température  $T_f$  ainsi que le travail mécanique de la turbine  $W_t$ .

**Q 30.** Préciser, en justifiant, les signes de  $Q_c$ ,  $Q_f$  et  $W_t$ .

**Q 31.** Pourquoi ce cycle est qualifié de cycle à combustion externe ? Quel avantage présente-t-il ? Donner un exemple de cycle à combustion interne.

**Q 32.** Exprimer le rendement  $r$  de la machine en fonction  $Q_c$  et  $W_t$ .

**Q 33.** En déduire l'expression du rendement  $r$  en fonction de  $T_f$ ,  $T_c$ ,  $Q_c$  et  $S_c$  l'entropie créée au cours d'un cycle.

**Q 34.** En déduire l'expression du rendement de Carnot  $r_c$ . Effectuer l'application numérique avec  $T_f = 300 \text{ K}$  et  $T_c = 603 \text{ K}$ .

## Partie III - Le Conseil

Après avoir récupéré suffisamment de clés, les candidats se rendent au Conseil pour y affronter les Maîtres du temps dans plusieurs duels afin de récupérer un maximum de temps dans la salle du trésor. L'un de ces duels est baptisé l'aquarium (**figure 5**).

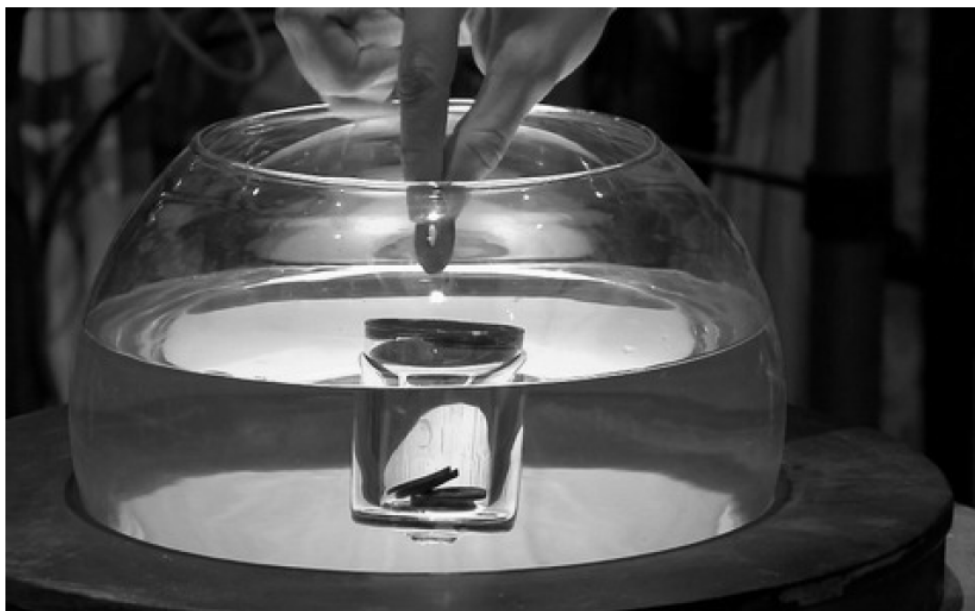


Figure 5 - Duel de l'aquarium

Dans ce duel, le candidat et le Maître du temps ajoutent chacun à leur tour un boyard (une pièce) dans un verre, initialement vide, flottant dans un aquarium. Le premier à faire couler le verre a perdu.

**On suppose que :**

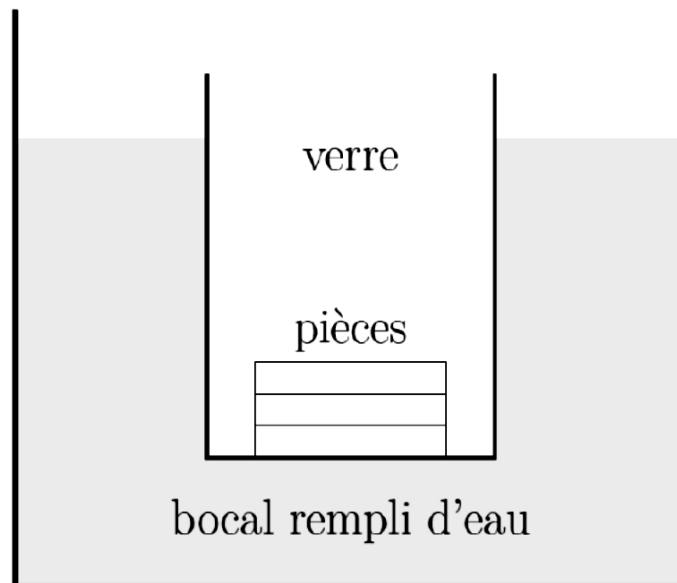
- le bocal est suffisamment profond pour que le verre puisse couler intégralement ;
- le verre reste au centre du bocal et ne touche jamais les bords ;
- le verre, de masse  $M$ , est cylindrique de hauteur  $h$  et de base circulaire d'aire  $S$  ;
- le fond du verre reste toujours horizontal (il ne peut pas s'incliner comme sur la **figure 5**) ;
- les pièces ont une masse  $m$  et sont toutes horizontales, empilées les unes sur les autres au fond du verre, bien alignées (pas comme sur la **figure 5**).

Le système ainsi modélisé est représenté **figure 6** (avec  $n = 3$  pièces).

**Données numériques :**

- masse du verre :  $M = 125 \text{ g}$  ;
- surface de la base du verre :  $S = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$  ;
- hauteur du verre :  $h = 10 \text{ cm}$  ;
- masse d'une pièce :  $m = 10 \text{ g}$  ;
- épaisseur d'une pièce :  $e = 2,0 \text{ mm}$  ;
- masse volumique de l'eau :  $\mu = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

- Q25.** Sachant que le Maître du temps joue en premier, qui remporte le duel ? *S'agissant d'une question de type " résolution de problème ", un raisonnement détaillé et rigoureux est attendu. Tout élément de raisonnement correct, même partiel, sera récompensé.*
- Q26.** Exprimer, puis calculer la variation d'altitude  $\Delta z$  du sommet de la pile de pièce par rapport à la surface de l'eau lors de l'ajout d'une pièce. Le sommet de la pile est-il monté ou descendu ?



**Figure 6** - Schéma du système avec 3 pièces



## Partie IV Un robot clarinettiste

En novembre 2007, le laboratoire d'acoustique musicale de l'Université de Nouvelle-Galles du Sud (University of New South Wales, UNSW) situé à Sydney, s'est associé avec NICTA, un institut de recherche en télécommunication, pour construire un robot clarinettiste.

La fabrication d'un robot jouant d'un instrument de musique est un véritable défi lorsque l'on sait qu'un musicien met plusieurs années à maîtriser parfaitement son instrument.

Ce projet a été entrepris avec plusieurs objectifs :

- Participer à un concours international de robots jouant d'un instrument non modifié : l'« Artemis Orchestra Competition ». Cette participation s'est conclue par la victoire du robot clarinettiste en juin 2008. Il était en concurrence avec un robot guitariste et un robot violoniste.
- Intéresser de jeunes étudiants aux télécommunications par des présentations du robot dans les écoles.
- Pour le laboratoire d'acoustique musicale, ce robot représente un outil expérimental pour étudier la clarinette, le clarinettiste ainsi que leurs interactions mutuelles. Ce type d'étude permet l'élaboration de conseils techniques pour l'enseignement de la clarinette.

Ce robot, tout comme un vrai musicien, possède une « bouche » avec une pompe pour poumons ainsi qu'une lèvre et une langue mécaniques. Ses « doigts » sont des pistons et son « cerveau » est sous forme d'électronique embarquée.

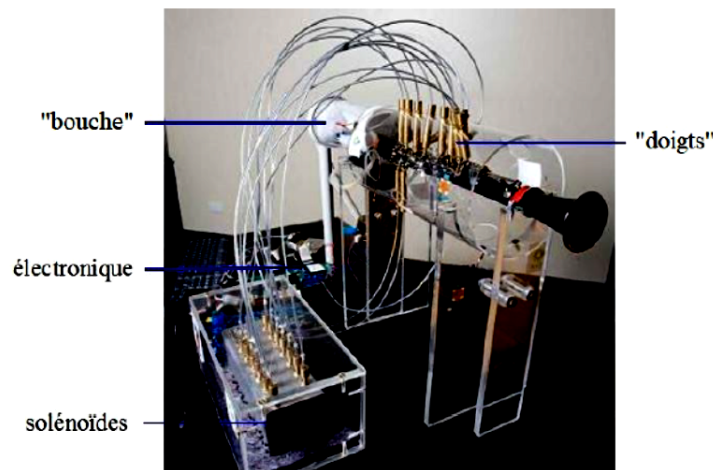


Figure 1 Robot clarinettiste construit par le laboratoire d'acoustique musicale de l'UNSW et par l'institut de recherche en télécommunication NICTA.

Ce sujet propose l'étude de différents éléments constitutifs du robot, puis, dans un second temps, l'acquisition et l'analyse du son produit par la clarinette.

### *I.B – La « bouche » : contrôle de la pression*

La « bouche » du robot est constituée d'une enceinte dans laquelle la pression est régulée par un asservissement. Une pompe y injecte de l'air avec un débit réglable et une valve laisse sortir une quantité plus ou moins importante d'air de manière à respecter la commande. Envoyée par l'ordinateur au système de régulation de la pression, la commande est représentée par un nombre entier compris entre 0 et 1024. Un étalonnage a été réalisé pour connaître le lien entre la commande envoyée et la pression obtenue dans la « bouche ».

La méthode utilisée pour mesurer la pression dans la « bouche » est la suivante : on installe un tuyau entre la « bouche » et une colonne d'eau dans un tube en forme de U (figure 8) ; ce tube est solidaire d'un mètre gradué, qui permet de lire la différence de hauteur entre les deux parties rectilignes du tube. La différence de hauteur d'eau a été relevée pour différentes commandes envoyées.

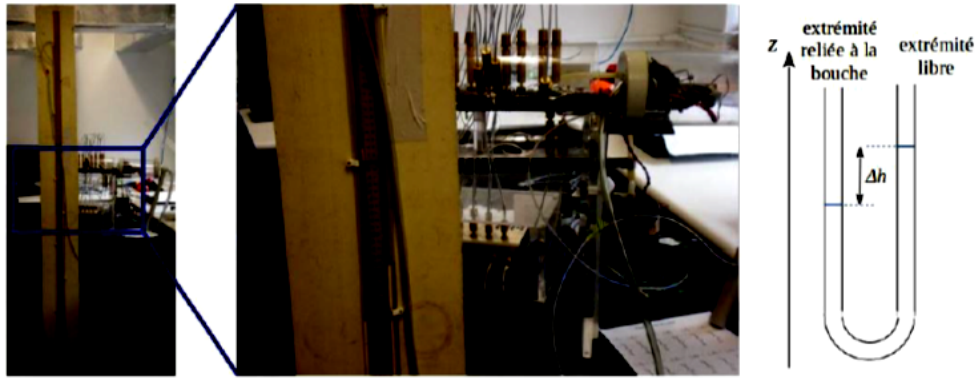


Figure 8 Colonne d'eau en U utilisée pour calibrer le capteur de pression.

Q 19. Déterminer sur combien de bits est codée la commande en pression.

#### I.B.1) Lien entre la différence de hauteur d'eau et la pression

On considère un volume mésoscopique d'eau, compris entre les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $x + dx$ ,  $y$  et  $y + dy$ ,  $z$  et  $z + dz$ . L'axe  $Oz$  est orienté selon la verticale ascendante. On note  $P$  la pression dans l'eau et on considère que celle-ci ne dépend que de la coordonnée  $z$ . L'eau est assimilée à un fluide incompressible.

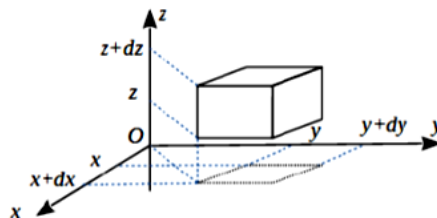


Figure 9 Volume mésoscopique d'eau considéré.

Q 20. Exprimer la résultante des forces de pression  $\overline{dF}_p$  subie par le volume mésoscopique d'eau en fonction de la pression en  $z$  et  $z + dz$  et d'une surface infinitésimale adaptée.

Q 21. On considère que ce volume d'eau est à l'équilibre mécanique dans le champ de pesanteur terrestre. Établir la relation fondamentale de la statique des fluides :  $\frac{dP(z)}{dz} = -\rho_{\text{eau}}g$ , où  $\rho_{\text{eau}}$  désigne la masse volumique de l'eau et  $g$  la norme de l'accélération de la pesanteur.

Q 22. En déduire l'expression de la différence de pression  $\Delta P$  entre la « bouche » et l'atmosphère en fonction de la masse volumique de l'eau  $\rho_{\text{eau}}$ , de l'accélération de la pesanteur  $g$  et la différence de hauteur d'eau  $\Delta h$ .

#### I.B.2) Étalonnage : lien entre la commande envoyée au système de régulation de la pression dans la « bouche » du robot et la pression réelle obtenue

La différence de hauteur d'eau  $\Delta h$  est relevée pour différentes commandes envoyées. Les mesures obtenues sont présentées dans la figure 10.

On choisit de modéliser, dans la plage testée, la relation entre la différence de hauteur  $\Delta h$  et la commande envoyée, par une loi linéaire. Un programme Python, dont le code est donné dans la figure 11, est utilisé pour obtenir la valeur du coefficient directeur correspondant et son incertitude.

Q 23. Compte tenu du programme de la figure 11, indiquer quelle est la valeur de la précision considérée pour la lecture de la hauteur du niveau d'eau. On rappelle que pour obtenir une différence de hauteurs, 2 lectures de hauteur sont nécessaires. Justifier clairement en précisant quelle ligne du programme a été utilisée. Des rappels sur les incertitudes sont donnés en fin de sujet.

Q 24. Expliquer si ce programme prend en compte une incertitude pour la commande envoyée. Justifier.

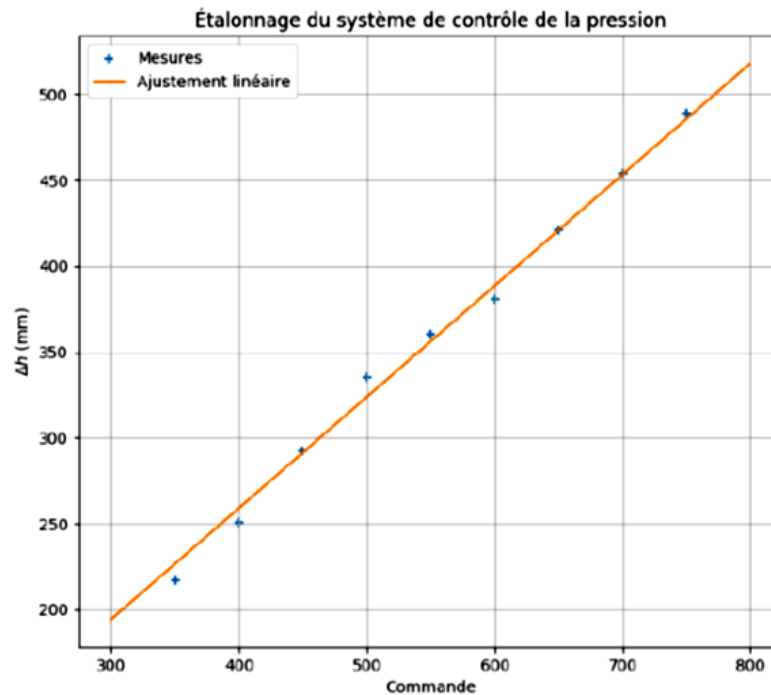
Q 25. La ligne 5 comporte une erreur. Proposer une écriture correcte de la commande de la ligne 5. Compléter les lignes 18 et 21.

Le programme Python affiche le résultat suivant :

Coef directeur : a = 0.6475357649091059 +- 0.0004969890859212488

Q 26. Indiquer, en justifiant la réponse, l'unité du coefficient directeur.

| Commande | $\Delta h$ |
|----------|------------|
| 350      | 217        |
| 400      | 251        |
| 450      | 292        |
| 500      | 335        |
| 550      | 360        |
| 600      | 381        |
| 650      | 421        |
| 700      | 454        |
| 750      | 489        |



**Figure 10** Résultats expérimentaux des mesures de différence de hauteur d'eau pour différentes commandes envoyées et graphique avec une modélisation linéaire des données.

```

1  import numpy as np
2
3  # Valeurs expérimentales
4  # Commandes envoyées au système
5  x = np.array([350 + i*25 for i in range(9)])
6  nx = len(x) # nombre de de mesures
7  # Différences de hauteur (mm)
8  Dh = np.array([217, 251, 292, 335, 360, 381, 421, 454, 489])
9  # incertitude-type sur les hauteurs (mm)
10 uDh = (1/3**0.5)*2**0.5
11
12 # régression linéaire en imposant une ordonnée à l'origine nulle
13
14 # Simulation Monte-Carlo
15 N = 1000 # nombre d'expériences simulées
16 aMC = [] # Liste contenant les coefficients directeurs des expériences simulées
17
18 for i in range(...):
19     # Tirage au sort des pressions
20     Dh_MC = []
21     for j in range(...):
22         #P_MC.append(np.random.normal(P[j], uP))
23         Dh_MC.append(np.random.normal(Dh[j], uDh))
24     Dh_MC=np.array(Dh_MC)
25     # Calcul du coefficient de proportionnalité optimal avec cette série de
26     #valeurs tirées au sort
27     aMC.append(np.dot(x,Dh_MC) / np.dot(x,x))
28
29 # Analyse statistique des valeurs de a et de b obtenues
30 print("Coef directeur : a = ", np.mean(aMC), "+-", np.std(aMC, ddof = 1))

```

**Figure 11** Programme Python pour obtenir la valeur du coefficient directeur de la loi linéaire qui modélise la relation entre la différence de hauteur et la commande envoyée au système.

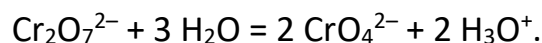


**Q 27.** Écrire la valeur du coefficient directeur avec son incertitude-type en conservant un seul chiffre significatif pour l'incertitude-type.

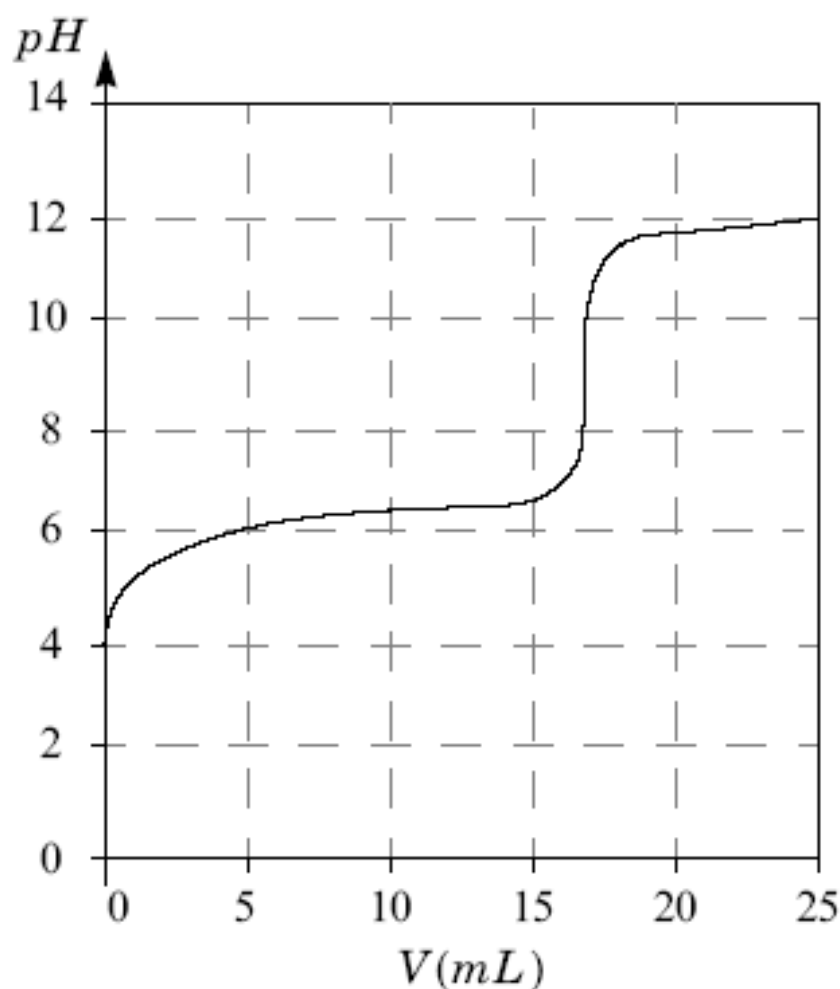
**Q 28.** En déduire la valeur de la commande à envoyer pour obtenir une différence de pression dont la valeur est la plus proche possible de 0,030 bar.

## Partie V dosage des ions dichromate

Les ions chromate (jaune)  $\text{CrO}_4^{2-}$  et dichromate (orange)  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  donnent lieu à un équilibre acido-basique :



On dose 100,0 mL d'une solution de dichromate de potassium à la concentration  $C_1$  par une solution d'hydroxyde de sodium à la concentration  $C_2 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ . L'allure de la courbe de dosage est la suivante :



- 1) Préciser le nombre d'oxydation du chrome dans les ions chromate et dichromate.
- 2) Donner la structure de Lewis de l'ion dichromate, sachant que ce composé ne met en jeu que des liaisons  $\text{Cr}-\text{O}$ .
- 3) Quelles sont les électrodes utilisées pour le dosage ?
- 4) Quelle est la réaction de dosage ?
- 5) Déduire de la courbe de dosage la valeur de  $C_1$ .

# Formulaire

**Incertitudes-types** Notation :  $u$  désigne l'incertitude-type.

- incertitude-type pour une mesure analogique :  $u = \frac{\text{graduation}}{\sqrt{12}}$  ;
- incertitude-type pour une mesure de précision ou tolérance  $p$  :  $u = \frac{p}{\sqrt{3}}$ .

## Relation de propagation des incertitudes

- Pour une grandeur  $G$  de la forme  $G = k(\alpha a + \beta b)$  ( $k$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes), l'incertitude-type  $u(G)$  est calculée ainsi :  $u(G) = \sqrt{(\alpha u(a))^2 + (\beta u(b))^2}$ .
- Pour une grandeur  $G$  de la forme  $G = ka^\alpha b^\beta$  ( $k$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes), l'incertitude-type  $u(G)$  est calculée ainsi :  $u(G) = G \sqrt{\left(\alpha \frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\beta \frac{u(b)}{b}\right)^2}$ .

## Relations de passage pour le champ électrique

En un point  $M$  :

$$\vec{E}(M^+, t) - \vec{E}(M^-, t) = \frac{\sigma(M, t)}{\epsilon_0} \vec{n}_{M^- \rightarrow M^+},$$

avec  $\sigma(M, t)$  la charge surfacique en  $M$  à l'instant  $t$  et  $\vec{n}_{M^- \rightarrow M^+}$  un vecteur unitaire orienté de  $M^-$  vers  $M^+$ .

## Analyse vectorielle

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta \vec{A}.$$

## Correspondance note-fréquence fondamentale

| Note \ octave | 1      | 2      | 3      | 4      | 5       | 6       |
|---------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|
| do            | 65,41  | 130,81 | 261,63 | 523,25 | 1046,5  | 2093    |
| do#           | 69,3   | 138,59 | 277,18 | 554,37 | 1108,73 | 2217,46 |
| ré            | 73,42  | 146,83 | 293,66 | 587,33 | 1174,66 | 2349,32 |
| ré#           | 77,78  | 155,56 | 311,13 | 622,25 | 1244,51 | 2489,02 |
| mi            | 82,41  | 164,81 | 329,63 | 659,26 | 1318,51 | 2637,02 |
| fa            | 87,31  | 174,61 | 349,23 | 698,46 | 1396,91 | 2793,83 |
| fa#           | 92,5   | 185    | 369,99 | 739,99 | 1479,98 | 2959,96 |
| sol           | 98     | 196    | 392    | 783,99 | 1567,98 | 3135,96 |
| sol#          | 103,83 | 207,65 | 415,3  | 830,61 | 1661,22 | 3322,44 |
| la            | 110    | 220    | 440    | 880    | 1760    | 3520    |
| la#           | 116,54 | 233,08 | 466,16 | 932,33 | 1864,66 | 3729,31 |
| si            | 123,47 | 246,94 | 493,88 | 987,77 | 1975,53 | 3951,07 |

**Figure 20** Fréquences des notes (en Hz) dans la gamme tempérée. On rappelle que la note d'un son musical est donnée par la fréquence fondamentale de l'onde émise. (source : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Note\\_de\\_musique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Note_de_musique))