# Bassin d'arrosage



*Outils : Loi de l'hydrostatique. Force pressante. Relation de Bernoulli. Bilan d'énergie mécanique.*

## Indications et erreurs fréquentes

**(1)** ♦◊◊ Erreur(s) fréquente(s) : Repérer la coordonnée qui croît dans le sens vertical ascendant : si c'est $z$, alors $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\mu g$.

**(2)** ♦◊◊ Distinguer fluide incompressible d'écoulement incompressible (ce n'est pas la même définition). Pour obtenir l'expression, préciser que $\mu$ et $g$ sont constantes et (Méthode 1) trouver l'unique primitive qui convient, ou (Méthode 2) intégrer l'expression entre une latitude où $P$ est connue, et l'altitude $z$.

**(3)** ♦♦◊ La pression n'est pas uniforme sur la surface $\mathscr{S}$ de contact eau-plastique : il faut venir faire un découpage de la paroi en éléments de surface mésoscopiques, de sorte que la force totale soit :

$$\overrightarrow{F_{\text{eau}}} = \iint_{M \in \mathscr{S}} P(M)\mathrm{d}S\overrightarrow{e_x}$$

Il faut alors préciser les bornes d'intégration, et les variables qui varient lorsque M se déplace le long de $\mathscr{S}$.

Point de rédaction : Faire un schéma paramétré de la surface sur laquelle on intègre est bienvenu.

**(4)** ♦◊◊ La différence de force est $\Delta F = \left\|\overrightarrow{F_{\text{eau}}}\right\| - \left\|\overrightarrow{F_{\text{air}}}\right\|$ avec $\overrightarrow{F_{\text{air}}}$ la force exercée par l'air sur l'autre côté de la paroi. La pression de l'air est uniforme.

**(5)** ♦♦◊ Question à laquelle si on ne sait pas, on ne répond pas (il ne faut pas y réfléchir 20000 ans).

**(7)** ♦◊◊ Cours. (*pas de question 6 dans le sujet... ;)* )

**(8)** ♦◊◊ Re-cours.

**(9)** ♦◊◊ Point de rédaction : Faire un schéma de la ligne de courant pour appuyer son raisonnement est un apport bienvenu à la rédaction.

Un jet dans l'air extérieur peut être supposé à la pression atmosphérique. La vitesse d'une particule proche de la surface d'un bassin dont la hauteur ne varie pas est voisine de 0.

**(10)** ♦♦◊ Utiliser la conservation du débit volumique pour un écoulement incompressible pour trouver $v_R$. Terminer avec Bernoulli entre R et E.

**(11)** ♦♦◊ Appliquer Bernoulli depuis la surface jusqu'à un des trous pour conclure. Utiliser la conservation du débit volumique entre l'entrée et toutes les sorties (une sorte de "loi des noeuds").

**(12)** ♦♦◊ Le débit volumique est constant ici.

**(13)** ♦◊◊ Le fluide est toujours le même, mais l'écoulement n'est plus vraiment stationnaire.

**(14)** ♦♦◊ Utiliser la conservation du débit volumique en considérant un tube de courant partant de toute la surface libre du bassin jusqu'à l'extrémité du tuyau.

**(15)** ♦♦♦ Pendant une durée infinitésimale $\mathrm{d}t$, relier le débit volumique à la variation de hauteur $\mathrm{d}h$ dans le bassin. Par ailleurs, exprimer le débit volumique en fonction de $h$ à l'aide de la relation de Bernoulli.

**(16)** ♦♦♦ Résoudre l'équation différentielle, et trouver l'instant où la hauteur dans le bassin est telle qu'un volume $V_{jour}$ se soit écoulé.

**(17)** ♦♦♦ Point de rédaction : Cette question nécessite de bien structurer sa rédaction, en détaillant les étapes, éventuellement avec des titres : voilà un exemple de structure

- Estimation du nombre de Reynolds
- Détermination du coefficient de perte de charge régulière
- Total des pertes de charges régulières
- Pour un coude, détermination du coefficient de perte de charge singulière
- Total des pertes de charges singulières
- Bilan

**(18)** ♦♦♦ $\Delta p_{\text{ch}}$ doit être très grand devant la pression atmosphérique.

**(19)** ♦♦♦ La puissance apportée par la pompe doit compenser la puissance des forces de viscosité liées aux pertes de charge.

Une pression est une force surfacique, donc une énergie volumique.

## Réponses (sans rédaction et sans justification)

**(1)** $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\mu g$

**(2)** $P(z) = P_0 - \mu g(z-h)$

**(3)** $\overrightarrow{F_{\text{eau}}} = \left(P_0 a h + \dfrac{\mu g a h^2}{2}\right)\overrightarrow{e_x}$.

**(4)** $h_{\text{max}} = \sqrt{\dfrac{2\Delta F_{\text{max}}}{\mu g a}} = 1{,}75\,\text{m}$

**(5)** Utiliser un déversoir de trop plein est une solution acceptable.

**(9)** $v_{\text{E}} = \sqrt{2gh_0} = 5{,}4\,\text{m.s}^{-1}$

**(10)** $D_{\text{v}} = v_{\text{R}}\pi\dfrac{d^2}{4} = v_{\text{E}}\pi\dfrac{d^2}{4} \implies v_{\text{R}} = v_{\text{E}}$. $\quad P_{\text{R}} = P_0 - \mu g z_0$.

**(11)** $sNpv_{\text{E}} = v_{\text{E}}\pi\dfrac{d^2}{4} \implies s = \dfrac{\pi d^2}{4Np} = 4{,}3\,\text{mm}^2$

**(12)** $\Delta t_1 = \dfrac{4V_{\text{jour}}}{v_{\text{E}}\pi d^2} = 23\,\text{min}$

**(14)** $a^2 v_{\text{A}}(t) = \pi\dfrac{d^2}{4}v_{\text{E}}(t)$ donc $\dfrac{v_{\text{A}}(t)}{v_{\text{E}}(t)} \approx 5{,}9\cdot 10^{-4} \ll 1$.

**(15)** Bernoulli : $v_{\text{E}}(t) = \sqrt{2gh(t)}$ avec $v_{\text{A}} \ll v_{\text{E}}$ Débit volumique : $D_v(t) = -\dfrac{a^2\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$ On trouve l'équation avec $\alpha = \pi\dfrac{d^2}{4a^2}\sqrt{2g}$

**(16)** $\dfrac{\mathrm{d}h}{\sqrt{h}} = -\alpha\mathrm{d}t$. $h$ varie de $h_0$ à $h_0 - \dfrac{V_{\text{jour}}}{a^2} = h_{\text{fin}}$ pendant $\Delta t_2$. Réaliser l'intégration.

$\Delta t_2 = \dfrac{2}{\alpha}\left(\sqrt{h_0} - \sqrt{h_{\text{fin}}}\right)$. On trouve $\Delta t_2 = 31\,\text{min}$.

**(17)** Nombre de Reynolds : $Re \approx 5\cdot 10^4$. Rugosité relative : $\varepsilon/d \approx 1\cdot 10^{-3}$. On lit sur le diagramme $\lambda \approx 0{,}025$ (entre 0,02 et 0,03).

Pertes de charge régulières : $\Delta p_{\text{ch,reg}} = 7{,}3\,\text{bar}$

Coefficient de perte de charge singulière pour un coude : $K \approx 0{,}131$.

Au total, il y a $2N$ coudes, soit une perte de charge totale $\Delta p_{\text{ch,sing}} = 0{,}77\,\text{bar}$

Soit un total $\Delta p_{\text{ch}} = 8{,}1\,\text{bar}$

**(18)** La valeur est très grande devant la pression atmosphérique : le modèle précédent ne convient pas du tout. Le débit sera sans doute bien plus faible que prévu.

**(19)** Puissance reçue des forces de viscosité (négative) : $P_{\text{visc}} = -D_{\text{v}}\Delta p_{\text{ch}}$, donc pour compenser $P_i = -P_{\text{visc}} = 346\,\text{W}$.