Thermodynamique **Modèle d'un être humain.**

Sujet 2 – Bilan

Outils : Bilans thermiques. Résistance thermique.

1. Questions préliminaires

(1) ♦◊◊ Erreur(s) fréquente(s) : Attention : la convection nécessite un déplacement de matière, c'est le remplacement dans le système des molécules qui s'interprète comme un transfert thermique.

(2) ♦◊◊ En cas de doute, raisonner avec la relation de l'énoncé et la loi de Fourier.

2. Équation de diffusion thermique dans une paroi.

(3) ♦◊◊ Lisez les questions en avance : votre schéma doit permettre de répondre aux questions suivantes : faites le plus gros qu'un timbre poste !

(4) ♦◊◊ Point de rédaction : Vous pouvez profiter de cette question pour poser $\overrightarrow{j_{\text{th}}} = j_{\text{th}}(x,t)\overrightarrow{e_x}$, ce qui vous permettra d'utiliser directement la projection en l'ayant défini proprement et sans ambiguité.

(5) **(a)** ♦◊◊ On cherche le transfert thermique entrant dans le système : c'est la somme de ce qui entre en x et de ce qui entre en $x + dx$ c'est=à=dire la somme de ce qui entre en x moins ce qui sort en $x + \mathrm{d}x$.

Erreur(s) fréquente(s) : Attention à ne pas confondre flux (puissance) et transfert thermique (énergie)

Point de rédaction : Explicitez vos notations avec une courte phrase qui précède votre calcul, comme "Flux thermique entrant en x : $\Phi_x = \ldots$"

(b) ♦◊◊ Le système est solide et non mobile, il n'y a pas de travaux. Pour la capacité, utiliser la capacité massique, la masse volumique et le volume du système étudié.

3. Régime stationnaire

(6) ♦◊◊ Le flux thermique s'exprime à partir de la dérivée de T par rapport à x.

(7) ♦♦◊ Le flux est le même à la surface extérieure du matériau que dans le matériau. On ne veut pas T_{surface} dans le résultat : il faut donc l'exprimer en fonction du reste. Exprimer le flux dans le matériau se fait en exprimant $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$ connaissant la température dans la paroi en $x = 0$ et $x = e$.

Erreur(s) fréquente(s) : Attention, T_1 est la température en $x = 0$ du matériau (contact parfait), mais T_2 n'est pas la température en $x = e$ du matériau, c'est T_{surface}. T_2 est la température de l'air en $x > e$.

(8) ♦♦◊ La définition peut se donner simplement avec un schéma équivalent et un rapport de grandeurs.

(9) ♦♦◊ Les résistances thermiques des six parois sont-elles en parallèle (même différence de température) ou en série (même flux les traversant) ?

4. Régime quasi-stationnaire

(10) ♦♦◊ Choisir comme système le contenu de la boite. Appliquer un premier principe pendant $\mathrm{d}t$ en supposant le fluide incompressible, et évaluer la puissance quittant la boite, puis le transfert thermique quittant la boite.

(11) ♦♦◊ Point de rédaction : Pour le tracé et l'allure de la courbe, il faut mettre en évidence des grandeurs d'intérêt sur chaque axe (τ sur l'axe des abscisses, $T_{1,0}$ sur l'axe des ordonnées...)

(12) ♦♦◊ Ajouter dans le bilan une puissance supplémentaire, et déterminer ce qu'elle doit valoir pour que la température reste inchangée.

(13) ♦♦♦ Il faut estimer le côté du carré qui représente un être humain, et l'épaisseur de sa peau.

(14) ♦♦♦ Ce circuit électrique doit comporter une résistance et un condensateur.

Réponses (sans rédaction et sans justification)

(1) Conduction (une barre de fer plongée dans une flamme). Convection : les mouvements de l'air chaud et de l'air froid dans une pièce. Rayonnement : énergie électromagnétique émise par le Soleil.

(2) h en W.m^{-2}.K^{-1}. λ en W.m^{-1}.K^{-1}.

(4) $\overrightarrow{j_{\text{th}}} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \dfrac{\partial T}{\partial x} \overrightarrow{e_x}$.

(5) **(a)** $\delta Q = \lambda \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} a^2 \mathrm{d}t \mathrm{d}x$

(b) $c\mu \dfrac{\partial T}{\partial t} = \lambda \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

(6) Flux à travers la section en x dans le matériau : $\Phi = -\lambda \dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} a^2 = cst$ car $\dfrac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} = 0$.

(7) $\Phi = \dfrac{ha^2(T_1 - T_2)}{1 + \dfrac{eh}{\lambda}}$

(8) $R_{\text{th}} = \dfrac{1 + \dfrac{eh}{\lambda}}{ha^2}$

(9) $R_{\text{th,tot}} = \dfrac{1 + \dfrac{eh}{\lambda}}{6ha^2}$

(10) $\dfrac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t} + \dfrac{T_1}{c_{\text{liq}} \rho a^3 R_{\text{th,tot}}} = \dfrac{T_2}{c_{\text{liq}} \rho a^3 R_{\text{th,tot}}}$

(11) $\tau = c_{\text{liq}} \rho a^3 R_{\text{th,tot}}$.

(12) $\mathscr{P} = \dfrac{T_{1,0} - T_2}{R_{\text{th,tot}}}$

(13) Estimation : $e \approx 1\,\text{cm}$, $a \approx 3\,\text{dm}$. Sans vent : $R_{\text{th,tot,sans}} = 0{,}21\,\text{K.W}^{-1}$. Avec vent : $R_{\text{th,tot,avec}} = 0{,}05\,\text{K.W}^{-1}$. Avec $T_1 - T_2 = 30\,\text{K}$, on trouve une puissance en l'absence de vent : $\mathscr{P}_{\text{sans}} = 0{,}15\,\text{kW}$ en présence de vent :$\mathscr{P}_{\text{sans}} = 0{,}6\,\text{kW}$. C'est logique que la consommation d'énergie soit plus importante pour réguler le corps humain en présence de vent.

(14) Avec le circuit ci-dessous, on a bien aux bornes du condensateur (en convention générateur) : $c_{\text{liq}} \rho a^3 \dfrac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t} = -\Phi = -\dfrac{T_1 - T_2}{R_{\text{th,tot}}}$