Révisions d'électronique de sup

I. Bases de l'électrocinétique
- A. Intensité et tension électrique
- B. Puissance électrique
- C. Lois de Kirchhoff dans l'ARQS

II. Dipôles linéaires
- A. Résistance
- B. Condensateur
- C. Bobine
- D. Générateurs

III. Circuit linéaire en régime transitoire
- A. Étude du circuit RC soumis à un échelon de tension
- B. Étude du circuit RL soumis à un échelon de tension
- C. Étude du circuit RLC soumis à un échelon de tension

IV. Circuit linéaire en régime sinusoïdal forcé
- A. Le régime sinusoïdal forcé
- B. Représentation complexe
- C. Résonance d'un circuit RLC

V. Filtrage linéaire
- A. Décomposition de Fourier d'un signal périodique
- B. Généralités sur les filtres linéaires
- C. Exemples de filtres passifs
- D. Association de filtres
- E. Stabilité d'un système linéaire

I. Bases de l'électrocinétique

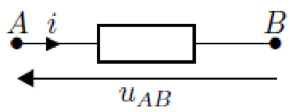
A. Intensité et tension électrique

L'intensité électrique (en Ampère) est la quantité de charge dq qui traverse la section d'un conducteur pendant un temps dt :

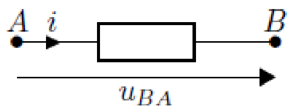
La tension électrique (en Volt) entre deux points A et B est la différence de potentiel électrique entre ces deux points :

B. Puissance électrique

La puissance reçue par un dipôle AB en convention récepteur est :



La puissance fournie par un dipôle AB en convention générateur est :

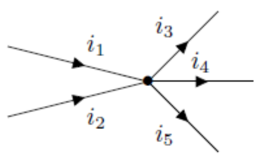


C. Lois de Kirchhoff dans l'ARQS

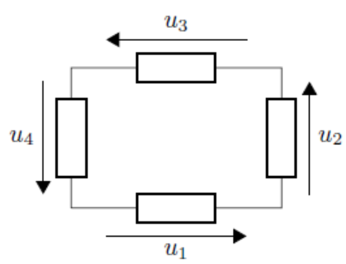
Dans l'**approximation des régimes quasi-stationnaires** (ARQS), on suppose que le temps de propagation des phénomènes électriques dans un circuit est négligeable devant la durée des variations temporelles de ces phénomènes.

Prenons l'exemple d'un circuit de longueur *L* dont l'intensité varie avec une période *T*, l'approximation des régimes quasi-stationnaires est vérifiée si *L/c<< T*, avec *c* la célérité de la lumière.

La **loi des nœuds** implique qu'en chaque nœud d'un circuit, la somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants :

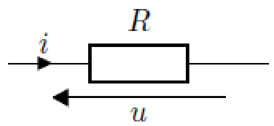


La **loi des mailles** implique que la somme des tensions le long d'une maille parcourue dans un sens donnée est nulle :



II. Dipôles linéaires

A. Résistance



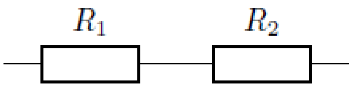
Loi d'Ohm et effet Joule

En convention récepteur, la tension aux bornes d'une résistance *R* (en Ohm) vérifie la loi d'Ohm :

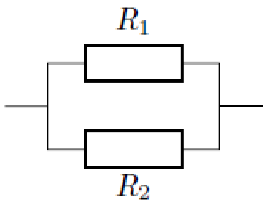
La puissance dissipée par **effet Joule** dans une résistance est :

Lois d'association des résistances

La résistance équivalente $R_{éq}$ aux résistances R_1 et R_2 en série est :

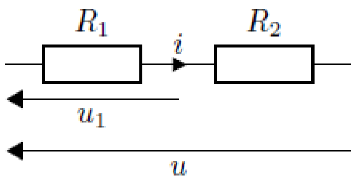


La résistance équivalente $R_{éq}$ aux résistances R_1 et R_2 en parallèle est telle que :

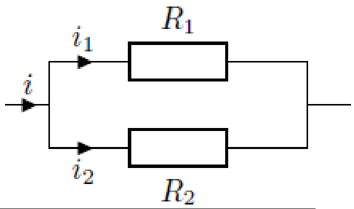


Ponts diviseurs

Le **pont diviseur de tension** implique que pour deux résistances en série :

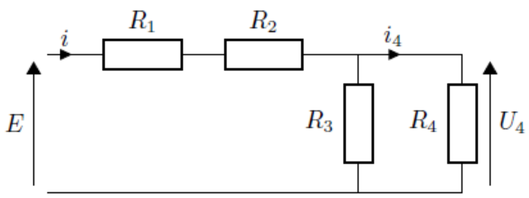


Le **pont diviseur de courant** implique que pour deux résistances en parallèle :



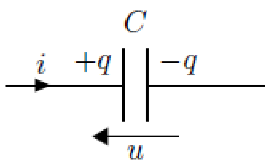
<u>Application 1 :</u>

Exprimons la tension U_4, puis l'intensité i_4, en fonction de E pour le circuit ci-contre.



B. <u>Condensateur</u>

La charge portée par l'une des armatures d'un condensateur parfait est :



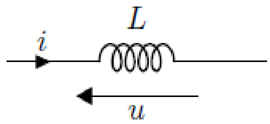
avec C la capacité du condensateur (en Farad).
En convention récepteur, l'intensité traversant un condensateur est :

En régime permanent, on en déduit que i = 0, un condensateur est alors équivalent à un interrupteur ouvert.
La tension aux bornes d'un condensateur évolue toujours de façon continue, elle ne peut pas présenter de discontinuité.
La puissance reçue par un condensateur est :

d'où l'énergie électrostatique emmagasinée dans un condensateur :

C. Bobine

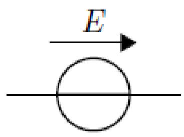
En convention récepteur, la tension aux bornes d'une bobine parfaite est :



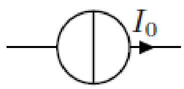
avec *L* l'inductance de la bobine (en Henry).
En régime permanent, on en déduit que u = 0, une bobine est alors équivalente à un fil.
L'intensité traversant une bobine évolue toujours de façon continue, elle ne peut pas présenter de discontinuité.
La puissance reçue par une bobine est :

d'où l'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine :

D. Générateurs

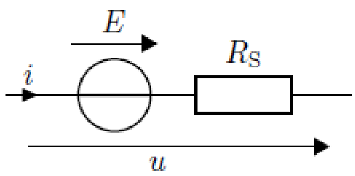


Un **générateur de tension idéal** impose à ses bornes une tension E, appelée force électromotrice (fem).



Un **générateur de courant idéal** impose dans le circuit une intensité I_0, appelée courant électromoteur.

Tout générateur réel peut être modélisé par un **générateur de Thévenin**, constitué d'une force électromotrice E en série avec une résistance de sortie R_S. La tension imposée à ses bornes est :



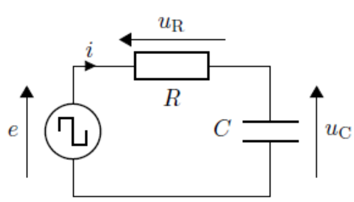
Un GBF possède une résistance de sortie R_S = 50Ω. Celle n'est pas forcément négligeable en fonction du circuit étudié, et il est parfois nécessaire de la prendre en compte.

III. Circuit linéaire en régime transitoire

A. Étude du circuit RC soumis à un échelon de tension

Application 2 :

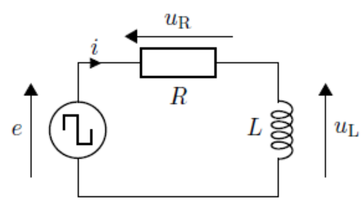
On considère un circuit RC série où un générateur de tension délivre une tension $e(t < 0) = 0$ et $e(t \geqslant 0) = E$.
Déterminons l'évolution de la tension $u_C(t)$ pour $t \geqslant 0$, et son temps caractéristique τ.
Réalisons un bilan énergétique au cours de la charge du condensateur



B. Étude du circuit RL soumis à un échelon de tension

Application 3 :

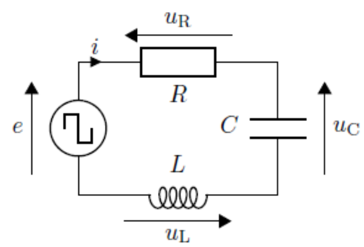
On considère un circuit RL série où un générateur de tension délivre une tension $e(t<0)=0$ et $e(t \geqslant 0)=E$.
On peut déterminer de façon analogue l'évolution de l'intensité $i(t)$ pour $t \geqslant 0$, et son temps caractéristique τ.



C. Étude du circuit RLC soumis à un échelon de tension

Application 4 :

On considère un circuit RLC série où un générateur de tension délivre une tension $e(t<0)=0$ et $e(t \geqslant 0)=E$.
Déterminons l'évolution de la tension $u_C(t)$ pour $t \geqslant 0$ dans le cas où on observe un régime pseudo-périodique.
Réalisons un bilan énergétique au cours de la charge du condensateur



IV. Circuit linéaire en régime sinusoïdal forcé

A. Le régime sinusoïdal forcé

Le **régime sinusoïdal forcé** est le régime permanent obtenu lorsqu'un système est soumis à une excitation sinusoïdale de la forme $e(t) = E\cos(\omega t)$.

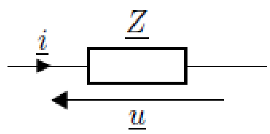
Pour un circuit linéaire, on peut alors montrer que les différents signaux du circuit (tension et intensité notamment) seront de la forme $s(t) = S\cos(\omega t + \varphi)$, avec :

- une moyenne nulle sur une période :
- une valeur efficace sur une période :

B. Représentation complexe

En représentation complexe, on associe à tout signal sinusoïdal réel de la forme $s(t) = S\cos(\omega t + \varphi)$ un signal complexe

$\underline{s}(t) = S\,e^{j(\omega t+\varphi)} = \underline{S}\,e^{j\omega t}$, avec $\underline{S} = S\,e^{j\omega}$ son amplitude complexe.



Par analogie avec la loi d'Ohm, on définit l'**impédance complexe** d'un dipôle en convention récepteur :

On définit de même l'**admittance complexe** d'un dipôle en convention récepteur :

L'impédance complexe d'une résistance est :

L'impédance complexe d'un condensateur est :

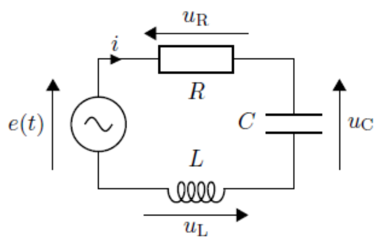
L'impédance complexe d'une bobine est :

Les lois linéaires de l'électrocinétique restent valables en régime sinusoïdale forcé avec la représentation complexe :
- les lois de Kirchhoff sont valables,
- les lois d'association des résistances sont généralisables avec les impédances complexes,
- les lois des ponts diviseurs sont généralisables avec les impédances complexes.

C. Résonance d'un circuit RLC

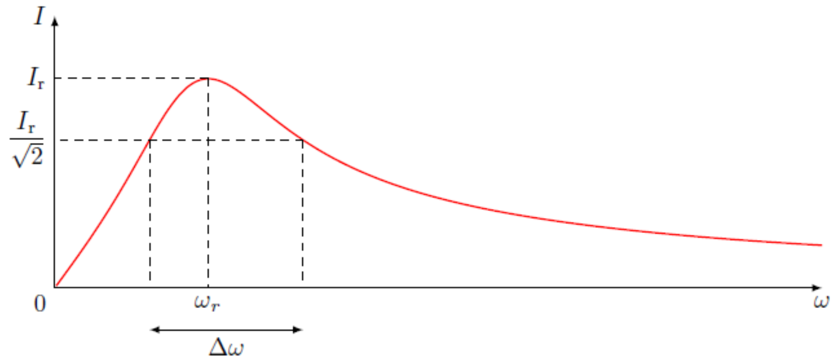
Application 5 :

On considère un circuit RLC série où un générateur de tension délivre une tension $e(t) = E\cos(\omega t)$.
Déterminons l'amplitude de l'intensité $i(t)$ en représentation complexe, puis la pulsation de résonance en intensité du circuit.



On peut réaliser une étude analogue de la résonance en tension aux bornes du condensateur.

La résonance en intensité existe toujours :
- la pulsation de résonance est $\omega_r = \omega_0$,
- l'amplitude à la résonance est $I_r = I(\omega_0) = \dfrac{E}{R}$,
- l'intensité $i(t)$ est en phase avec la tension $e(t)$ à la résonance car $\underline{I}$ est réelle.



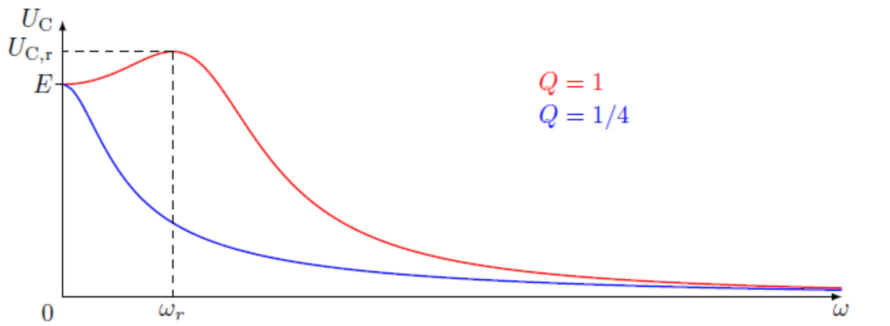
La largeur de la résonance, ou **bande passante**, est la bande de pulsation $\Delta\omega$ pour lesquelles on a $I \geqslant \dfrac{I_r}{\sqrt{2}}$. On peut montrer que $\Delta\omega = \dfrac{\omega_0}{Q}$.

L'acuité de la résonance est $A_r = \dfrac{\omega_r}{\Delta\omega}$, d'où $A_r = Q$.

On obtient une amplitude complexe $\underline{U_C} = \dfrac{E}{1 - x^2 + \mathrm{j}\,\frac{x}{Q}}$.

Le module de l'amplitude est $U_C = \dfrac{E}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}}$, il ne présente un maximum que lorsque $Q > \dfrac{1}{2}$.

La résonance en tension n'existe pas toujours :
- la condition de résonance est $Q > \dfrac{1}{2}$,
- la pulsation de résonance est $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}$,
- l'amplitude à la résonance est $U_{C,r} = U_C(\omega_r) = \dfrac{EQ}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$.



V. Filtrage linéaire

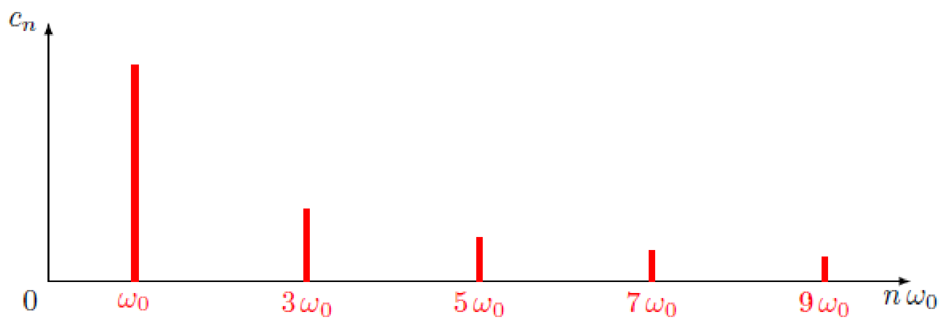
A. Décomposition de Fourier d'un signal périodique

Le **théorème de Fourier** indique que tout signal périodique $s(t)$ de période $T_0 = 2\pi/\omega_0$ peut s'écrire comme une somme de fonctions sinusoïdales de la forme :

- Le coefficient c_0 est la **composante continue** du signal, c'est-à-dire sa valeur moyenne.
- Le terme $n = 1$ de la somme est le **fondamental**, il est de pulsation ω_0.
- Le terme n de la somme est l'**harmonique** de rang n, il est de pulsation $n\omega_0$.

Le **spectre de Fourier** d'un signal est l'ensemble de ses coefficients c_n.

On obtient par exemple pour les premières harmoniques d'un signal créneau :



B. Généralités sur les filtres linéaires

Un filtre est **linéaire** si la tension en entrée $u_e(t)$ et la tension en sortie $u_s(t)$ sont reliées par une équation différentielle à coefficients constants.
La **fonction de transfert** du filtre linéaire est :

- Son module est le **gain** du filtre : $G(\omega) = |H(\omega)|$,
- Son argument est la **phase** du filtre, c'est-à-dire le déphasage entre $u_s(t)$ et $u_e(t)$: $\varphi(\omega) = \arg(H(\omega))$.

On définit également le **gain en décibels** :

Pour caractériser un filtre, on représente habituellement son **diagramme de Bode**, composé des tracés de son gain en décibels G_{dB} et de sa phase φ en fonction de ω en échelle logarithmique.
Les **pulsations de coupure** ω_c d'un filtre correspondent aux pulsations telles que $G(\omega_c) = G_{max}/\sqrt{2}$, avec G_{max} le gain maximal du filtre, soit avec le gain en décibels $G_{dB}(\omega_c) = G_{dB,max} - 3$.

La **bande passante Δω** d'un filtre est l'intervalle de pulsation tel que $G(\omega) > G(\omega c)$.

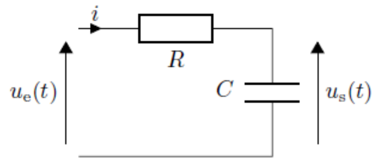
On distingue principalement quatre types de filtres :

- un **filtre passe-bas** laisse passer les basses fréquences mais coupe les hautes fréquences,
- un **filtre passe-haut** laisse passer les hautes fréquences mais coupe les basses fréquences,
- un **filtre passe-bande** ne laisse passer qu'une bande de fréquences intermédiaires,
- un **filtre coupe-bande** (ou réjecteur de bande) ne coupe qu'une bande de fréquences intermédiaires.

C. Exemples de filtres passifs

Application 6 : Filtre passe-bas d'ordre 1

Exprimons le gain et la phase du filtre RC série en prenant la tension de sortie aux bornes du condensateur.



On retrouve bien la forme canonique d'un filtre passe-bas d'ordre 1 :

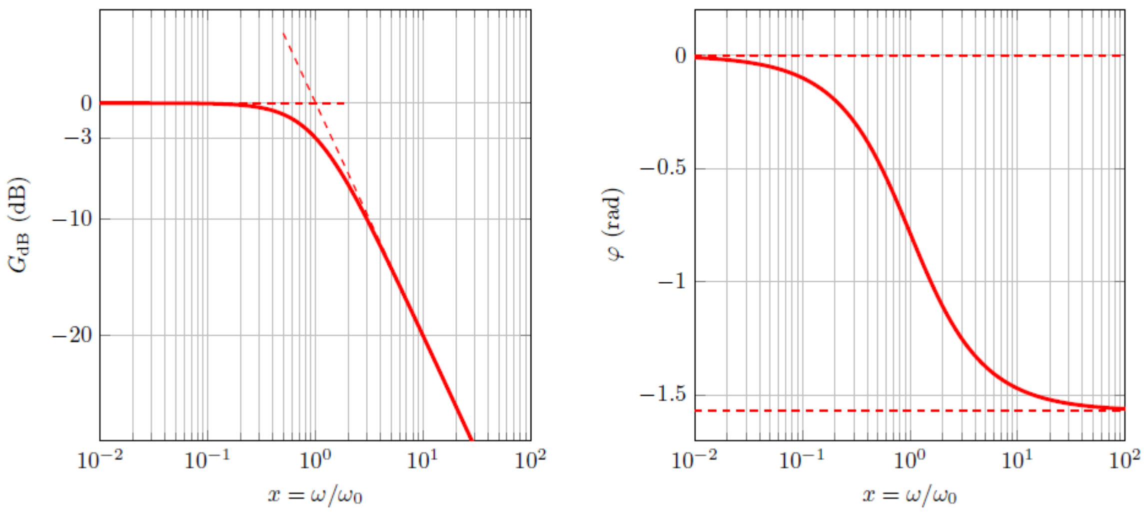
$$\underline{H}(x) = H_0 \frac{1}{1 + \mathrm{j}\,x},$$

avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite, en posant $H_0 = 1$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$.

Pour tracer son diagramme de Bode, on étudie son comportement asymptotique :

- aux basses fréquences ($x \ll 1$), on a $\underline{H} \to H_0$, d'où $G_{\mathrm{dB}} \to 20 \log H_0$ et $\varphi \to 0$,
- aux hautes fréquences ($x \gg 1$), on a $\underline{H} \to -\mathrm{j}\,\dfrac{H_0}{x}$, d'où $G_{\mathrm{dB}} \to 20 \log H_0 - 20 \log x$ et $\varphi \to -\dfrac{\pi}{2}$.

Pour $H_0 = 1$, soit $\log H_0 = 0$, le diagramme de Bode obtenu est :

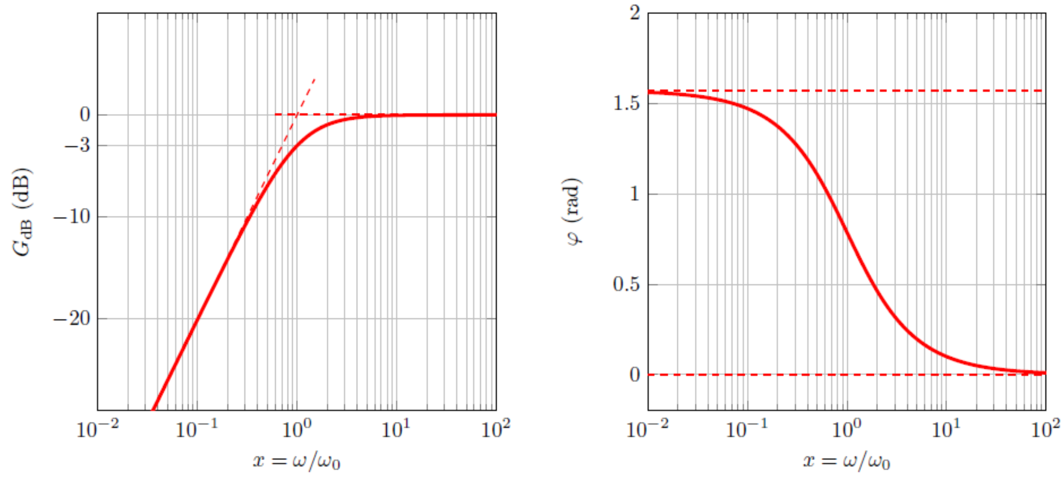


Filtre passe-haut d'ordre 1

La forme canonique d'un filtre passe-haut d'ordre 1 est : $\underline{H(x)} = H_0 \frac{jx}{1+jx}$

On l'obtient par exemple avec un filtre RC série en prenant la tension de sortie aux bornes de la résistance, ou avec un filtre RL série en prenant la tension de sortie aux bornes de la bobine.

Son diagramme de Bode est de la forme :



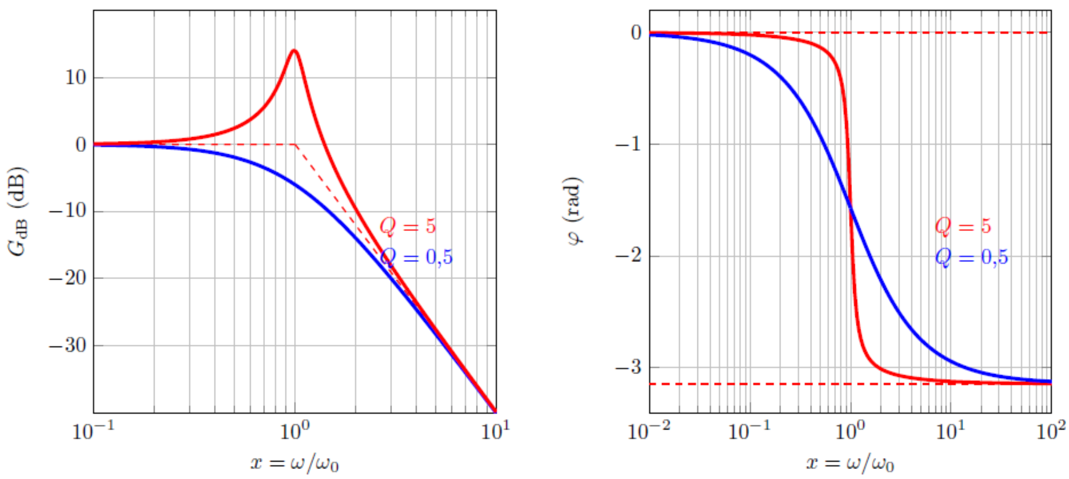
Filtre passe-bas d'ordre 2 :

La forme canonique d'un filtre passe-bas d'ordre 2 est : $\underline{H(x)} = H_0 \frac{1}{1-x^2+j\frac{x}{Q}}$

On peut alors montrer que le gain présente une résonance si *Q >1/√2*.

On l'obtient par exemple avec un filtre RLC série en prenant la tension de sortie aux bornes du condensateur.

Son diagramme de Bode est de la forme :

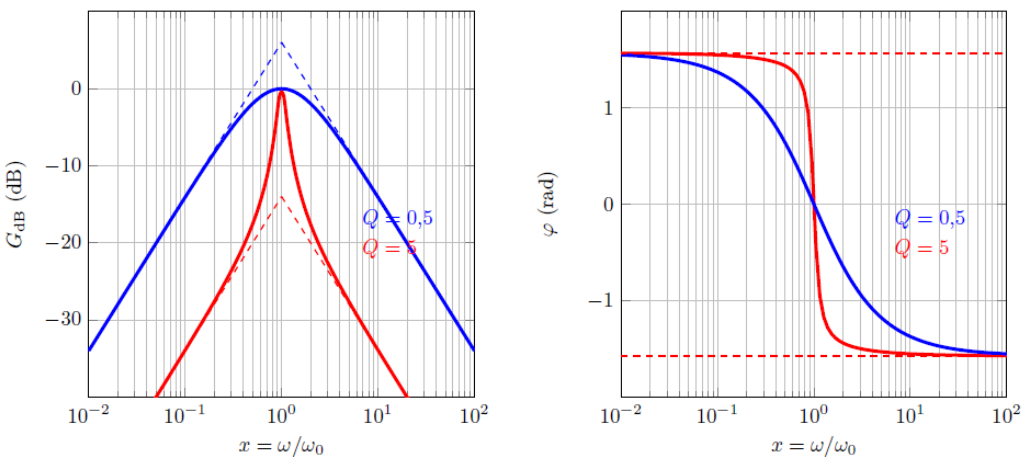


Filtre passe-bande d'ordre 2 :

La forme canonique d'un filtre passe-bas d'ordre 2 est : $\underline{H(x)} = H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1-x^2+j\frac{x}{Q}} = H_0 \frac{1}{1+jQ(x-\frac{1}{x})}$

On l'obtient par exemple avec un filtre RLC série en prenant la tension de sortie aux bornes de la résistance.

Son diagramme de Bode est de la forme :



D. Association de filtres

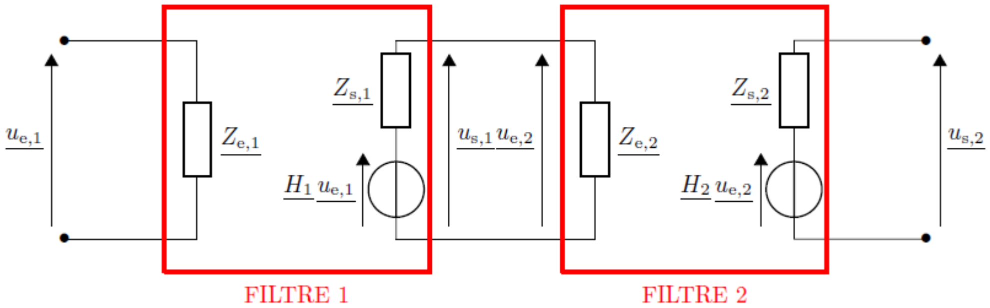
L'entrée d'un filtre peut être modélisée par une **impédance d'entrée** $\underline{Ze}$.

La sortie d'un filtre peut être modélisée par un générateur de Thévenin de force électromotrice $\underline{us} = \underline{H}\ \underline{ue}$ en série avec une **impédance de sortie** $\underline{Zs}$.

En association plusieurs filtres les uns à la suite des autres, le comportement de chaque filtre peut influencer les filtres voisins.

Application 7 :

Déterminons les conditions pour que la fonction de transfert totale de cette association de deux filtres soit $\underline{H} = \underline{H_1}\,\underline{H_2}$.



La fonction de transfert d'une association de filtres est égale au produit des fonctions de transfert de chaque filtre uniquement si les impédances de sorties sont faibles et si les impédances d'entrées sont importantes.

E. Stabilité d'un système linéaire

La résolution de l'équation différentielle reliant la tension en entrée $u_e(t)$ et la tension en sortie $u_s(t)$ d'un système linéaire mène à une solution générale de la forme $u_s(t) = u_{s,h}(t) + u_{s,p}(t)$, avec $u_{s,h}(t)$ la solution homogène et $us,\mathrm{p}(t)$ la solution particulière.

Le système est **stable** si $u_s(t)$ tend vers $u_{s,p}(t)$ au cours du temps, c'est-à-dire si $u_{s,h}(t)$ tend vers zéro.

On peut montrer qu'un système du premier ou du second ordre est stable si :

• tous les coefficients de son équation différentielle homogène sont de même signe,

• tous les coefficients au dénominateur de sa fonction de transfert H **sous forme canonique** sont de même signe.

On rappelle qu'une fonction de transfert s'exprime sous forme canonique :

Application 8 :

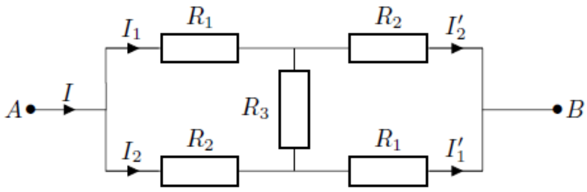
Déterminons la stabilité d'un système dont la fonction de transfert est $\underline{H}(x) = H_0\,\dfrac{1}{1+\mathrm{j}Q\left(x-\frac{1}{x}\right)}$.

Exercices d'application :

Exercice 1 : Résistance équivalente d'un dipôle

On considère le dipôle AB ci-contre.

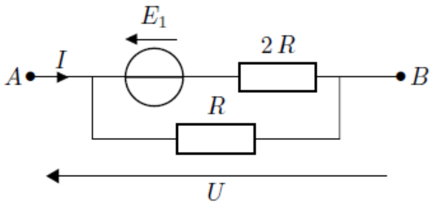
1. Justifier simplement que $I'_1 = I_1$ et $I'_2 = I_2$.
2. Déterminer la résistance équivalente au dipôle AB.



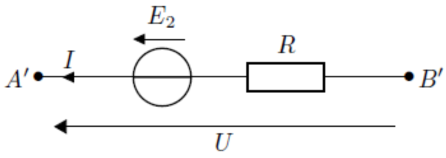
Exercice 2 : Caractéristiques de deux dipôles actifs

On considère les deux dipôles D_1 et D_2 représentés ci-dessous, avec $E_1 = 10\,\text{V}$, $E_2 = 2{,}0\,\text{V}$ et $R = 1\,000\,\Omega$.

Dipôle D_1



Dipôle D_2



1. Établir la caractéristique courant-tension du dipôle D_1.
2. Établir la caractéristique courant-tension du dipôle D_2.

On associe maintenant les deux dipôles en reliant les nœuds A et A' entre eux, ainsi que les nœuds B et B' entre eux.

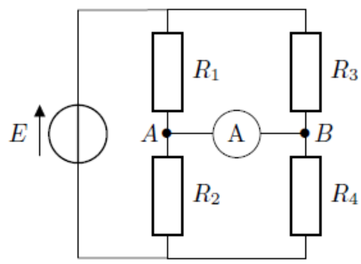
3. Déterminer le point de fonctionnement du circuit formé.
4. En considérant que le dipôle formé est parcouru par un courant I entrant en A et sortant en B, et qu'il est soumis à une tension U, établir la caractéristique courant-tension de ce dipôle.

Exercice 3 : Pont de Weatston

Le circuit ci-contre est un pont de Weatston. Il permet de réaliser des mesures de résistances assez précises. L'ampèremètre peut être modélisé du point de vue électrique comme une résistance r. On dit que le pont est équilibré lorsque le courant traversant l'ampèremètre est nul.

1. Exprimer la relation entre les quatre résistances pour que le pont soit équilibré.

La résistance R_1 est une thermistance, c'est-à-dire que sa valeur dépend de la température telle que $R_1(T) = R_0\,(1 + \alpha\,T)$, avec T la température (en °C) et $\alpha = 1{,}0.10^{-3}\,°\text{C}^{-1}$. On pose $x = \dfrac{R_4}{R_3}$.



2. Exprimer la valeur de R_0 en fonction de x permettant d'équilibrer le pont lorsque $T = 0\,°\text{C}$.

On remplace l'ampèremètre par un voltmètre idéal, dont la résistance est infinie.

3. Montrer que la tension mesurée s'exprime $U_{AB} = \dfrac{-\alpha\,T\,x\,E}{(1+x)\,(1+x+\alpha\,T)}$.
4. Comment peut-on simplifier cette expression pour des températures usuelles ($T \approx 20\,°\text{C}$) ? En déduire l'intérêt du montage.

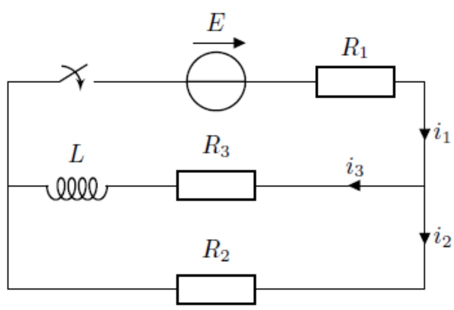
Pour maximiser la sensibilité du montage, on prend $R_3 = R_4$.

5. Déterminer la température si on mesure $U = -45\,\text{mV}$ pour une tension $E = 10\,\text{V}$.

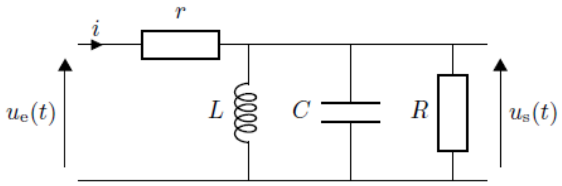
Exercice 4 : Conditions initiales et régime permanent

On ferme l'interrupteur du circuit ci-contre à l'instant $t = 0$, sachant qu'il est alimenté par une tension E constante.

1. Déterminer les intensités $i_{1,0}$, $i_{2,0}$ et $i_{3,0}$ juste après la fermeture de l'interrupteur.
2. Déterminer les intensités $i_{1,\infty}$, $i_{2,\infty}$ et $i_{3,\infty}$ lorsqu'un régime permanent s'est établi.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i_3(t)$ à chaque instant.
4. Résoudre l'équation différentielle pour obtenir l'expression de $i_3(t)$.
5. En déduire les expressions de $i_1(t)$ et $i_2(t)$ en fonction de leurs valeurs à l'instant initial et en régime permanent.



Exercice 5 : Résonateur électronique



Considérons le filtre ci-contre de tension d'entrée $u_e(t)$ et de tension de sortie $u_s(t)$.

1. Déterminer l'équation différentielle reliant $u_e(t)$ et $u_s(t)$.
2. Si u_e est une tension constante, comment évolue $u_s(t)$?

On considère dans la suite que $u_e(t)$ et $u_s(t)$ sont des tensions sinusoïdales de même pulsation ω.

3. Déterminer la fonction de transfert du filtre, et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme canonique :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}\,Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}.$$

4. Montrer qu'on peut retrouver cette fonction de transfert à partir de l'équation différentielle précédente.
5. Déterminer la nature du filtre en étudiant son comportement aux basses et hautes fréquences.
6. Caractériser sa fréquence de résonance, puis déterminer le gain maximal et la phase correspondante.