

PROGRAMME DE COLLE SEMAINE n° 15

CHAPITRE 12 : FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES**1. Topologie de \mathbb{R}^n , pour $n = 2$ ou $n = 3$.**

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^n .

Boules. Partie bornée de \mathbb{R}^n . Partie ouverte, partie fermée.

Point intérieur, point extérieur, point adhérent. Frontière (ou bord) d'une partie de \mathbb{R}^n .

Les caractérisations séquentielles sont hors programme.

2. Limite et continuité.

Limite en un point adhérent, continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations.

L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.

Sur quelques exemples, j'ai montré aux étudiants comment montrer qu'une fonction n'est pas continue en prenant deux chemins qui conduisent à des résultats différents.

Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.

3. Dérivées partielles, applications de classe \mathcal{C}^1 sur une partie ouverte.

Dérivées partielles d'ordre 1. Notations $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$, $\partial_i f(a)$ ou $D_i f(a)$.

La notion de différentielle en un point est hors programme.

Gradient. Notation ∇f . Point critique. Applications de classe \mathcal{C}^1 . Opérations.

Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 .

4. Extremums locaux d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.

Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée.

Les élèves doivent pouvoir démontrer l'existence d'un extremum en a en étudiant le signe de $f(u) - f(a)$ au voisinage de a. Les élèves doivent pouvoir démontrer l'existence d'un point col en a en étudiant deux chemins qui conduisent à des signes différents au voisinage de a.