



Lycée Charles Coëffin — Sciences physique

Fiche de travaux pratiques — CPGE TSI2

TD 6 : Superpositions de deux ondes lumineuses

Objectifs

- Justifier et exploiter l'additivité des intensités.
- Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies.
- Établir et exploiter la formule de Fresnel.
- Associer un bon contraste à des intensités voisines.
- Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences dues à un dispositif de trous d'Young et justifier la forme des franges observées.

Pré-requis : sources lumineuses ; modèle de l'optique géométrique ; modèle scalaire de la lumière.

1 Entraînements

Entraînement 10.3 — Valeurs moyennes (I).



Un détecteur mesure la moyenne temporelle d'un signal périodique $s(t)$ de période T .

Cette moyenne, notée $\langle s(t) \rangle$, est définie par

$$\langle s(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt.$$

On donne les relations trigonométriques suivantes :

$$\begin{aligned} \bullet \cos(a) \cos(b) &= \frac{\cos(a-b) + \cos(a+b)}{2} & \bullet \sin(a) \cos(b) &= \frac{\sin(a-b) - \sin(a+b)}{2} \\ \bullet \sin(a) \sin(b) &= \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2} \end{aligned}$$

On étudie les signaux suivants :

$$s_1(t) = S_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x) \quad \text{et} \quad s_2(t) = S_2 \sin(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_2).$$

a) Exprimer la période T_1 de $s_1(t)$ en fonction de ω_1 .

.....

b) À partir de la définition fournie, calculer $\langle s_1(t) \rangle$ sur T_1 .

.....

c) Exprimer la période T_2 de $s_2(t)$ en fonction de ω_2 .

.....

d) À partir de la définition fournie, calculer $\langle s_2(t) \rangle$ sur T_2 .

.....

e) Exprimer la période T_3 de $f_1(t) = s_1^2(t)$ en fonction de ω_1 .

.....

f) À partir de la définition fournie, calculer $\langle f_1(t) \rangle$ sur T_3 .

.....

g) Exprimer la période T_4 de $f_2(t) = s_2^2(t)$ en fonction de ω_2 .

.....

h) À partir de la définition fournie, calculer $\langle f_2(t) \rangle$ sur T_4 .

.....

 Entraînement 10.5 — Bataille de contrastes.



On mesure les maxima et les minima d'éclairements de différentes figures d'interférences.

Quelle est celle qui présente le plus fort contraste $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$?

On rappelle que $1 \text{ pW} = 1 \times 10^{-12} \text{ W}$.

- (a) $I_{\max} = 10,0 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ et $I_{\min} = 1,00 \text{ MW} \cdot \text{m}^{-2}$
 (b) $I_{\max} = 660 \text{ mW} \cdot \text{mm}^{-2}$ et $I_{\min} = 0,220 \text{ kW} \cdot \text{dm}^{-2}$
 (c) $I_{\max} = 5,00 \text{ mW} \cdot \text{mm}^{-2}$ et $I_{\min} = 2,00 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$
 (d) $I_{\max} = 72,0 \text{ pW} \cdot \mu\text{m}^{-2}$ et $I_{\min} = 3,00 \text{ MW} \cdot \text{km}^{-2}$

.....

Entraînement 10.6 — Signaux isophases.



Une source émet deux vibrations lumineuses $s(x, t) = S_0 \cos(\omega t - kx)$ et $s'(x, t) = S_0 \cos(\omega t' - kx')$ de période temporelle T (associée à la pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$ et la fréquence $f = \frac{1}{T}$) et de longueur d'onde λ (associée à la pulsation spatiale $k = \frac{2\pi}{\lambda}$). On note $n \in \mathbb{Z}$.

a) Exprimer $\Delta\varphi$ le retard de phase entre s et s' pour $t = t' = t_0$

b) Pour $t = t' = t_0$, comment s'expriment les écarts de positions Δx_n lorsque s et s' ont la même excitation lumineuse ?

- (a) $\Delta x_n = n\lambda$ (b) $\Delta x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$ (c) $\Delta x_n = n\frac{\lambda}{2}$

.....

c) Exprimer $\Delta\varphi$ le retard de phase entre s et s' pour $x = x' = x_0$

d) Pour $x = x' = x_0$, comment s'expriment les écarts d'instant Δt_n lorsque s et s' ont la même excitation lumineuse ?

- (a) $\Delta t_n = nT$ (b) $\Delta t_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)T$ (c) $\Delta t_n = n\frac{T}{2}$

.....

2 Annale

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) + \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) - \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

$$ch^2(x) - sh^2(x) = 1$$

Premier problème :

Interférences lumineuses : dispositif des trous d'Young

On réalise, dans l'air, l'expérience des trous d'Young à l'aide du dispositif décrit et schématisé ci-dessous.

Un laser, de longueur d'onde dans le vide λ , émet un faisceau lumineux cylindrique d'axe $z'z$.

On suppose par la suite, sauf mention contraire dans la question 1/, que le faisceau du laser éclaire entièrement et de manière uniforme les différentes ouvertures qui sont placées sur son passage.

Une plaque opaque (P), percée de deux trous circulaires S_1 et S_2 de même taille et de faibles dimensions, est placée perpendiculairement à l'axe $z'z$.

On note O' le milieu du segment $[S_1S_2]$. Le point O' appartient à l'axe $z'z$.

La distance entre les centres des deux trous S_1 et S_2 est notée a .

Le phénomène d'interférences est observé sur un écran (E) placé perpendiculairement à l'axe $z'z$.

Soit O le point de l'écran (E) appartenant à l'axe $z'z$.

La distance entre la plaque (P) et l'écran (E) est égale à D . On a ainsi $D = O'O$.

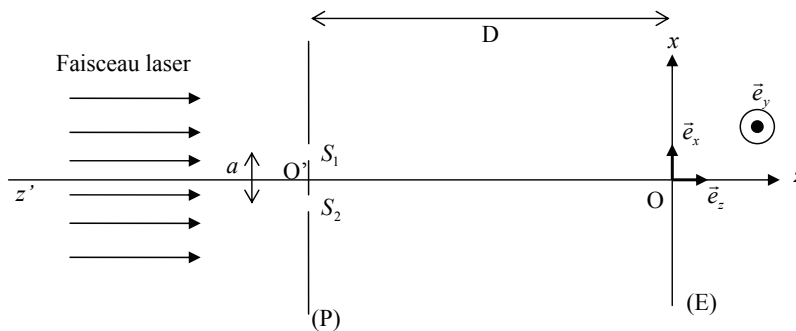
L'espace est rapporté au repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ défini comme suit :

$\vec{e}_z$: vecteur unitaire de l'axe Oz , orienté de la plaque (P) vers l'écran (E).

$\vec{e}_x$: vecteur unitaire de l'axe Ox , parallèle à $[S_1S_2]$ et orienté de S_2 vers S_1 .

$\vec{e}_y$: vecteur unitaire de l'axe Oy tel que la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ soit orthonormée directe.

Dans tout le problème, l'indice de réfraction de l'air sera pris égal à 1.



2/14

Troisième partie : description quantitative du phénomène

5/ Différence de chemin optique

Soit un point M de l'écran (E), de coordonnées $(x, y, 0)$ dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

5.1/ Exprimer les coordonnées des trous S_1 et S_2 dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Exprimer les distances S_1M et S_2M , respectivement entre les trous S_1 et S_2 et le point M . On exprimera S_1M et S_2M en fonction de a, D, x et y .

En déduire l'expression de la différence de chemin optique $\delta(M) = S_2M - S_1M$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2 . On exprimera $\delta(M)$ en fonction de a, D, x et y . Le calcul sera mené sans aucune approximation.

5.2/ La distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D , et le point M étant proche du point O , on peut considérer que a, x, y sont très petits devant D .

En faisant un développement limité au premier ordre de l'expression de $\delta(M)$ obtenue précédemment, en déduire l'expression simplifiée de $\delta(M)$ en fonction de a, D et x .

5.3/ En prenant en compte l'expression de $\delta(M)$ calculée à la question précédente, expliquer comment serait modifiée la figure d'interférences si on remplaçait les deux trous par deux fentes très fines appartenant à la plaque (P), parallèles à l'axe Oy et distantes de a ?

6/ Intensité lumineuse de l'onde résultante

On représente par $s_1(t) = s_2(t) = s_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t\right)$ l'expression des ondes respectivement aux points S_1 et S_2 .

s_0 représente l'amplitude de l'onde considérée, c représente la célérité de la lumière dans le vide et t le temps.

On néglige l'atténuation de l'onde entre les trous et le point M .

6.1/ Déterminer l'expression $s_{1M}(t)$ de l'onde issue du trou S_1 lorsqu'elle arrive au point M . On exprimera $s_{1M}(t)$ en fonction de s_0, S_1M, c, λ et t .

Déterminer, de même, l'expression $s_{2M}(t)$ de l'onde issue du trou S_2 lorsqu'elle arrive au point M . On exprimera $s_{2M}(t)$ en fonction de s_0, S_2M, c, λ et t .

6.2/ En déduire l'expression $s_M(t)$ de l'onde qui résulte de la superposition des deux ondes $s_{1M}(t)$ et $s_{2M}(t)$ au point M . On exprimera $s_M(t)$ en fonction de $s_0, S_1M, S_2M, c, \lambda$ et t .

Mettre l'expression de $s_M(t)$ sous la forme du produit d'un terme indépendant du temps (amplitude de l'onde) et d'un terme dépendant du temps.

6.3/ Sachant que l'intensité lumineuse I_M (appelée aussi éclairement) qui résulte, au point M , de l'onde $s_M(t)$ est proportionnelle au carré de l'amplitude de $s_M(t)$ avec K constante de proportionnalité, exprimer l'intensité lumineuse I_M au point M en fonction de s_0, K, δ et λ puis en fonction de s_0, K, a, x, λ et D .

6.4/ Calculer, en détaillant clairement le raisonnement effectué, l'expression de l'interfrange i de la figure d'interférences. Exprimer i en fonction de a , λ et D .

6.5/ Tracer l'allure du graphe de I_M en fonction de x .

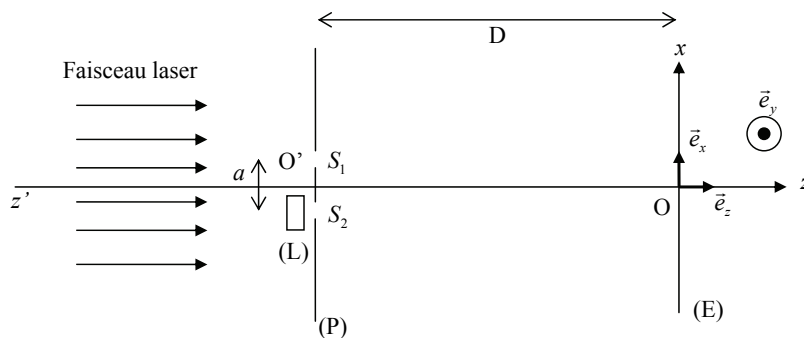
6.6/ Quelle est la position de la frange d'ordre 0 ?

Quatrième partie : modification du dispositif interférentiel

Nous nous plaçons encore pour cette partie dans le cas où la distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D , et le point M étant proche du point O , on peut considérer que a , x , y sont très petits devant D .

7/ Interposition d'une lame à faces parallèles

Dans cette question uniquement, on rajoute devant le trou S_2 une petite lame (L) (verre ou mica) à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n pour la longueur d'onde λ utilisée. Le faisceau laser arrive toujours perpendiculairement à la plaque (P) et traverse la lame (L) sous incidence normale.



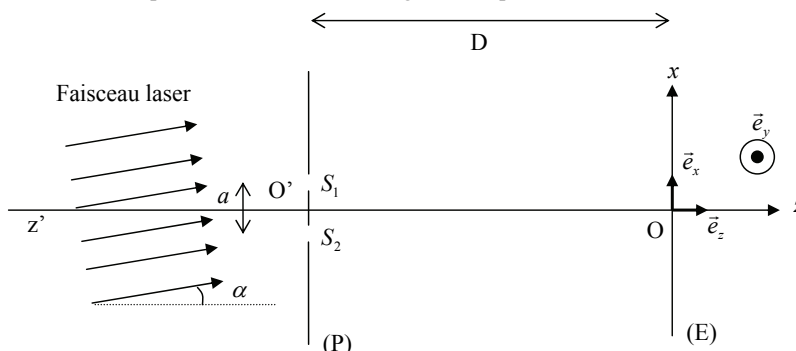
Calculer la différence de chemin optique $\delta'(M)$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2 . Exprimer $\delta'(M)$ en fonction de n , e , a , x et D .

En déduire, en utilisant les résultats de la partie précédente, de quelle distance d la figure d'interférences sera translatée. On exprimera d en fonction de n , e , a et D .

Dans quel sens se déplace la figure d'interférences par rapport au cas de la question précédente ?

8/ Inclinaison du faisceau laser

Les rayons du faisceau laser ne sont plus parallèles à l'axe z' . Ils sont inclinés d'un angle α par rapport à cet axe. On se placera dans le cas où l'angle α est petit.



Comment est modifiée la figure d'interférences ?

Quelle est dans ce cas la position de la frange d'ordre 0 ?