

Lycée Charles Coëffin — Sciences physique Fiche de travaux pratiques — CPGE TSI2

TD 8 : Thermodynamique d'un système siège d'une réaction chimique - partie 1

Objectifs

- Exprimer et utiliser le potentiel chimique d'un constituant.
- Déterminer la variation d'enthalpie libre d'un système physico-chimique entre deux états d'équilibre thermodynamique.

Pré-requis : système physico-chimique; transformation chimique d'un système; loi d'Arrhenius, énergie d'activation; réaction acide-bas; réaction de dissolution ou de précipitation; réaction d'oxydo-réduction.

Exercices

1 Solution idéale de benzène et de toluène

Le benzène et le toluène sont deux hydrocarbures aromatiques, liquides à $25\,^{\circ}\mathrm{C}$, de formules brutes respectives $\mathrm{C_6H_6}$, et $\mathrm{C_7H_8}$. Associées, les phases liquides forment un mélange qui peut être considéré comme idéal.

On réalise le mélange, à $25\,^{\circ}\mathrm{C}$, de $234\,\mathrm{g}$ de benzène et de $234\,\mathrm{g}$ de toluène.

Données : $M_{\rm H} = 1.0 \, {\rm g \cdot mol^{-1}}$ et $M_{\rm C} = 12.0 \, {\rm g \cdot mol^{-1}}$.

- 1. Exprimer le potentiel chimique du benzène liquide et du toluène liquide purs sous $1 \, \mathrm{bar}$.
- 2. Exprimer de même le potentiel chimique du benzène liquide et du toluène liquide dans le mélange, toujours sous $1\,\mathrm{bar}$.
- 3. Pour une fonction X, on appelle grandeur de mélange la différence

$$\Delta_{\text{mel}}X = X_{\text{après le mélange}} - X_{\text{avant le mélange}}.$$

Déterminer $\Delta_{\rm mel}G$, $\Delta_{\rm mel}S$ et $\Delta_{\rm mel}H$ lors du mélange après le mélange avant le mélange de ces deux hydrocarbures à $25\,^{\circ}{\rm C}$ sous $1\,{\rm bar}$. Conclure.

2 Grandeurs de mélange

Un récipient, placé dans un thermostat à la température T, est divisé en deux compartiments par une paroi amovible. Le premier, de volume V_1 , contient n_1 moles de diazote à la pression P_1 . Le second, de volume V_2 , contient n_2 , moles de dioxygène à la pression P_2 .

Données : $V_1 = 0.2 \,\mathrm{L}$, $V_2 = 0.3 \,\mathrm{L}$, $n_1 = 10^{-2} \,\mathrm{mol}$, $n_2 = 2 \times 10^{-2} \,\mathrm{mol}$ et $T = 300 \,\mathrm{K}$.

1. Évaluer l'enthalpie libre $G_{\rm ini}$ du système constitué des deux gaz séparés par la paroi.

- 2. Évaluer l'enthalpie libre $G_{\text{m\'el}}$ du mélange des deux gaz (une fois la paroi amovible retirée).
- 3. En déduire l'enthalpie libre de mélange $\Delta_{\text{m\'el}}G=G_{\text{m\'el}}-G_{\text{ini}}$. Effectuer l'application numérique.
- 4. Calculer $\Delta_{\text{m\'el}}S$, puis $\Delta_{\text{m\'el}}H$.

3 Équilibre liquide-vapeur de l'eau

Dans le domaine de stabilité de l'eau liquide, celle-ci est en équilibre avec la vapeur d'eau, à la pression de vapeur saturante $P_{\rm sat}$, qui dépend de la température par la relation :

$$\log P_{\text{sat}} = 17,07 - \frac{2768}{T} - 3,75 \log T$$

avec P_{sat} en bar et T en K.

1. En un point quelconque de la courbe $P_{\rm sat}(T)$, donner la relation entre les potentiels chimiques du corps pur dans chaque phase. Calculer la différence $\mu_\ell^\circ - \mu_v^\circ$ à $T = 400\,{\rm K}$.

Sur une courbe les deux domaines de stabilité cohabient, il y a donc équilibre et les potentiels chimiques des deux phases sont égaux

$$\begin{split} \mu_{\ell}(T) &= \mu_{v}(T) \\ \mu_{\ell}^{\circ}(T) + RT \ln a_{\ell} &= \mu_{g}^{\circ}(T) + RT \ln a_{g} \\ \mu_{\ell}^{\circ}(T) + RT \ln (1) &= \mu_{g}^{\circ}(T) + RT \ln \left(\frac{P_{sat}}{P^{\circ}}\right) \\ \mu_{\ell}^{\circ}(T) - \mu_{g}^{\circ}(T) &= RT \ln \left(\frac{P_{sat}}{P^{\circ}}\right). \end{split}$$

On calcule alors P_{sat} à la température d'étude

A.N.
$$P_{\text{sat}} = 10^{17,07 - \frac{2768}{400} - 3,75 \log(400)} = 2,47 \,\text{bar}.$$

Ainsi

A.N.
$$\mu_{\ell}^{\circ}(T) - \mu_{g}^{\circ}(T) = 8.314 \,\mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \times 400 \,\mathrm{K} \ln \left(\frac{2.47 \,\mathrm{bar}}{1 \,\mathrm{bar}} \right) = 3007 \,\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1}.$$

2. On dispose d'un mélange eau liquide-eau vapeur à $T=400\,\mathrm{K}$, sous $P=3.0\,\mathrm{bar}$. Déterminer si ce mélange peut être en équilibre.

À $T=400\,\mathrm{K}$, la pression de vapeur saturante P_{sat} vaut $2,47\,\mathrm{bar}$. Comme la pression $P=3\,\mathrm{bar}$ est supérieure à P_{sat} , le mélange est hors équilibre. Une transformation a donc lieu pour atteindre l'équilibre à $P=P_{sat}$, soit la diminution de P, soit la diminution de la quantité de matière sous forme gazeuse via condensation (transformation gaz vers liquide hors équilibre).

3. Calculer la différence $\mu_\ell - \mu_v$ et prévoir l'évolution du système.

$$\mu_{\ell} - \mu_{v} = \mu_{\ell}^{\circ} + RT \ln a_{\ell} - \mu_{g}^{\circ} + RT \ln a_{g}$$

$$\mu_{\ell} - \mu_{v} = \mu_{\ell}^{\circ} - \mu_{g}^{\circ} + RT \ln \left(\frac{a_{\ell}}{a_{g}}\right)$$

$$\mu_{\ell} - \mu_{v} = \mu_{\ell}^{\circ} - \mu_{g}^{\circ} + RT \ln \left(\frac{1}{\frac{P}{P^{\circ}}}\right)$$

$$\mu_{\ell} - \mu_{v} = \mu_{\ell}^{\circ} - \mu_{g}^{\circ} + RT \ln \left(\frac{P^{\circ}}{P}\right).$$

A.N.
$$\mu_{\ell}(T) - \mu_{v}(T) = 3007 \,\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} + 8{,}314 \,\mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \times 400 \,\mathrm{K} \ln \left(\frac{1 \,\mathrm{bar}}{3 \,\mathrm{bar}}\right) = -646 \,\mathrm{K}.$$

Ainsi $\mu_\ell(T) < \mu_g(T)$: la transformations se fait du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas, donc, conformément à la réponse précédente, de la phase vapeur vers la phase liquide.

Annale

Étude de la solubilité du diiode*

- 1. On considère une solution "diluée idéale" formée d'un unique soluté (noté avec l'indice 2) dans un solvant (noté avec l'indice 1). En négligeant la dépendance en pression, donner l'expression, à une température donnée :
 - (a) du potentiel chimique $\mu_{2,c}$ du soluté, en fonction de sa concentration molaire c_2 et du potentiel chimique standard $\mu_{2,c,\infty}^{\circ}$. défini par référence à l'état du soluté en solution infiniment diluée, dans l'échelle des concentrations molaires;

$$\mu_{2,c} = \mu_{2,c,\infty}^{\circ} + RT \ln a_2 = \mu_{2,c,\infty}^{\circ} + RT \ln \left(\frac{c_2}{c^{\circ}}\right).$$

(b) du potentiel chimique $\mu_{2,x}$, du soluté en fonction de sa fraction molaire x_2 , et du potentiel chimique standard $\mu_{2,x,\infty}^{\circ}$ défini par référence à l'état du soluté en solution infiniment diluée, dans l'échelle des fractions molaires;

Si on considéère le soluté comme un élément d'un mélange entre deux phases condensées solvant et soluté alors son activité est $a_2=x_2$. Ainsi

$$\mu_{2,x} = \mu_{2,x,\infty}^{\circ} + RT \ln a_2 = \mu_{2,x,\infty}^{\circ} + RT \ln (x_2).$$

(c) du potentiel chimique μ_1 , du solvant en fonction de sa fraction molaire x_1 , et du potentiel chimique standard μ_1° défini par référence au corps pur liquide.

Si on considéère le solvant comme un élément d'un mélange entre deux phases condensées solvant et soluté alors son activité est $a_1 = x_1$. Ainsi

$$\mu_{1,x} = \mu_1^{\circ} + RT \ln a_1 = \mu_1^{\circ} + RT \ln (x_1).$$

2. Sachant que la solubilité du diiode dans l'eau pure à $25\,^{\circ}\mathrm{C}$ vaut $s=1,36\times 10^{-3}\,\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}$, en déduire les valeurs des potentiels chimiques standard dans l'eau du diiode $\mu_{2,c,\infty}^{0,\mathrm{aq}}$ et $\mu_{2,x,\infty}^{0,\mathrm{aq}}$. On pose $\mu_{1_2}^{0,s}=0\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$.

Le potentiel chimique du diiode dissout est

$$\mu_{\mathrm{I}_2}^{\mathrm{aq}} = \mu_{\mathrm{I}_2}^{\circ,\mathrm{aq}} + RT \ln a_{\mathrm{I}_2(\mathrm{aq})} = \mu_{\mathrm{I}_2}^{\circ,\mathrm{aq}} + RT \ln \left(\frac{s}{c^\circ}\right)$$

avec s la solubilité du diiode dans l'eau pure, ou concentration maximale de diiode pouvant être dissout

À l'équilibre, les potentiels chimiques du diiode dissout et du diiode sous forme solide (précipité)

sont égaux, ainsi

$$\begin{split} \mu_{2,c,\infty}^{\mathrm{aq}} &= \mu_{\mathrm{I}_2}^{\mathrm{s}} \\ \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} &+ RT \ln \left(\frac{s}{c^{\circ}}\right) = \mu_{\mathrm{I}_2}^{\circ,\mathrm{s}} + RT \ln a_{\mathrm{I}_{2(\mathrm{s})}} \\ \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} &+ RT \ln \left(\frac{s}{c^{\circ}}\right) = 0 \\ \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} &= -RT \ln \left(\frac{s}{c^{\circ}}\right). \end{split}$$

A.N.
$$\mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} = -8{,}314\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{mol}^{-1}\times298\,\mathrm{K}\ln\left(\frac{1{,}36\times10^{-3}\,\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}}{1\,\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}}\right) = 16\times10^3\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{mol}^{-1}.$$

Pour calculer $\mu_{2,x,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}}$, on doit d'abord exprimer x_2 . Par définition

$$x_2 = \frac{n_2}{n_{tot}} \approx \frac{sV}{\frac{m_{\rm H_2O}}{M_{\rm H_2O}}}$$

où on approxime la quantité de matière totale à la quantité de matière du solvant $n_{tot} \approx n_{\rm H_2O}$. Ainsi

$$x_2 \approx \frac{sV}{\frac{\rho_{\rm H_2O}V}{M_{\rm H_2O}}} = \frac{sM_{\rm H_2O}}{\rho_{\rm H_2O}}.$$

A.N.
$$x_2 \approx \frac{1,36 \times 10^{-3} \,\mathrm{mol} \cdot \mathrm{L}^{-1} \times 18 \times 10^{-3} \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{mol}^{-1}}{1 \,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{L}^{-1}} = 2,5 \times 10^{-5}.$$

On peut alors calculer le potentiel chimique $\mu_{2,x,\infty}^\circ$ en utilisant l'égalité entre $\mu_{2,c,\infty}$ et $\mu_{2,x,\infty}$

$$\begin{split} \mu_{2,c,\infty} &= \mu_{2,x,\infty} \\ \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} + RT \ln \left(\frac{s}{c^{\circ}} \right) &= \mu_{2,x,\infty}^{\circ} + RT \ln \left(x_2 \right) \\ \mu_{2,x,\infty}^{\circ} &= \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} + RT \ln \left(\frac{s}{x_2 c^{\circ}} \right). \end{split}$$

A.N.
$$\mu_{2,x,\infty}^{\circ} = 16 \times 10^{3} \,\mathrm{J \cdot mol^{-1}} + 8{,}314 \,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}} \times 298 \,\mathrm{K \, ln} \left(\frac{1{,}36 \times 10^{-3} \,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}}{2{,}5 \times 10^{-5} \times 1 \,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}} \right) = 26 \times 10^{3} \,\mathrm{J \cdot mol^{-1}}.$$

- 3. On réalise, à $25\,^{\circ}\mathrm{C}$, un équilibre de partage du diiode entre une phase aqueuse et une phase constituée de tétrachlorométhane $\mathrm{CCl_4}$, non miscible à l'eau.
 - La concentration du diiode dans la phase organique, déterminée par spectrophotométrie, est égale à $c_{2,\rm org}=7.40\times 10^{-2}\,{\rm mol\cdot L^{-1}}$.
 - La concentration du diiode dans la phase aqueuse est déterminée par titrage. On titre $V_s=100,0\,\mathrm{mL}$ de cette solution aqueuse préalablement séparée de la phase organique par une solution de thiosulfate de sodium $\mathrm{Na_2S_2O_3}$ de concentration égale à $1,24\times10^{-2}\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$.

L'équivalence de la réaction de dosage $\rm I_2 + 2\,S_2O_3^{2-} \rightarrow 2\,I^- + S_4O_6^{2-}$ est observée à $V_{\rm \acute{e}q} = 13.7\,mL$.

(a) Déterminer la concentration $c_{2,\mathrm{aq}}$ du diiode dans la phase aqueuse.

À l'équilibre les réactifs ont disparus de proportions stoechiométriques, ainsi

$$\begin{split} \frac{n_{\rm I_{2(aq)}}}{1} &= \frac{n_{\rm S_2O_3^{2-}(aq)}}{2} \\ n_{\rm I_{2(aq)}} &= \frac{\left[{\rm S_2O_3^{2-}(aq)}\right] \times V_{\rm \acute{e}q}}{2} \\ c_{\rm 2,aq} &= \frac{\left[{\rm S_2O_3^{2-}(aq)}\right] \times V_{\rm \acute{e}q}}{2V_{\rm e}}. \end{split}$$

A.N.
$$c_{2,aq} = \frac{1,24 \times 10^{-2} \,\mathrm{mol} \cdot \mathrm{L}^{-1} \times 13,7 \times 10^{-3} \,\mathrm{L}}{2 \times 100 \times 10^{-3} \,\mathrm{L}} = 8,5 \times 10^{-4} \,\mathrm{mol} \cdot \mathrm{L}^{-1}.$$

(b) À partir des résultats obtenus, calculer le potentiel chimique standard du diiode dans CCl_4 : $\mu_{2,c,\infty}^{0,\text{org}}$.

Le diiode dissout dans le tétrachlorométhane et le dioode dissout dans l'eau sont en équilibre, ainsi leur potentiel chimique sont égaux

$$\begin{split} \mu_{2,c,\infty}^{\mathrm{org}} &= \mu_{2,c,\infty}^{\mathrm{aq}} \\ \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{org}} + RT \ln \left(\frac{c_{2,\mathrm{org}}}{c^{\circ}} \right) &= \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} + RT \ln \left(\frac{c_{2,\mathrm{aq}}}{c^{\circ}} \right) \\ \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{org}} &= \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{aq}} + RT \ln \left(\frac{c_{2,\mathrm{aq}}}{c_{2,\mathrm{org}}} \right). \end{split}$$

A.N.
$$\mu_{2,c,\infty}^{\circ, \text{org}} = 16 \times 10^3 \,\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} + 8{,}314 \,\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298 \,\text{K} \ln \left(\frac{8.5 \times 10^{-4} \,\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}{7{,}40 \times 10^{-2} \,\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}} \right)$$

= $5 \times 10^3 \,\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$.

4. Calculer la solubilité du diiode dans CCl₄, à 25 °C.

Pour obtenir la solubilité du diiode dans la phase organique CCl_4 on exprime l'égalité des potentiels entre le diiode dissout dans cette phase et le diiode solide (précipité) dans cette phase, soit

$$\begin{split} \mu_{2,c,\infty}^{\mathrm{org}} &= \mu_{\mathrm{I}_2}^s \\ \mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{org}} &+ RT \ln \left(\frac{s^{\mathrm{org}}}{c^{\circ}} \right) = 0 \\ s^{\mathrm{org}} &= c^{\circ} \mathrm{e}^{-\frac{\mu_{2,c,\infty}^{\circ,\mathrm{org}}}{RT}} \end{split}$$

car le potentiel chimique du diiode solide est nul.

$$\textbf{A.N.} \quad s^{\text{org}} = 1\, \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{e}^{-\frac{5 \times 10^3\, \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}}{8,314\, \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298\, \text{K}}} = 0,13\, \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

Le diiode est plus soluble dans le tétrachlorométhane que dans l'eau.