

Leçon 12 : magnétostatique

E. Capitaine

TSI 2 - Lycée Charles Coëffin

11 décembre 2025

Plan

- 1 Introduction
- 2 Densité de courant et intensité de courant
 - Définition
 - Symétries et invariances
- 3 Champ magnétique
 - Composantes et orientations du champ magnétique
 - Circulation du champ magnétique
 - Théorème d'Ampère
 - Lignes et tubes de champ

Plan

1 Introduction

2 Densité de courant et intensité de courant

- Définition
- Symétries et invariances

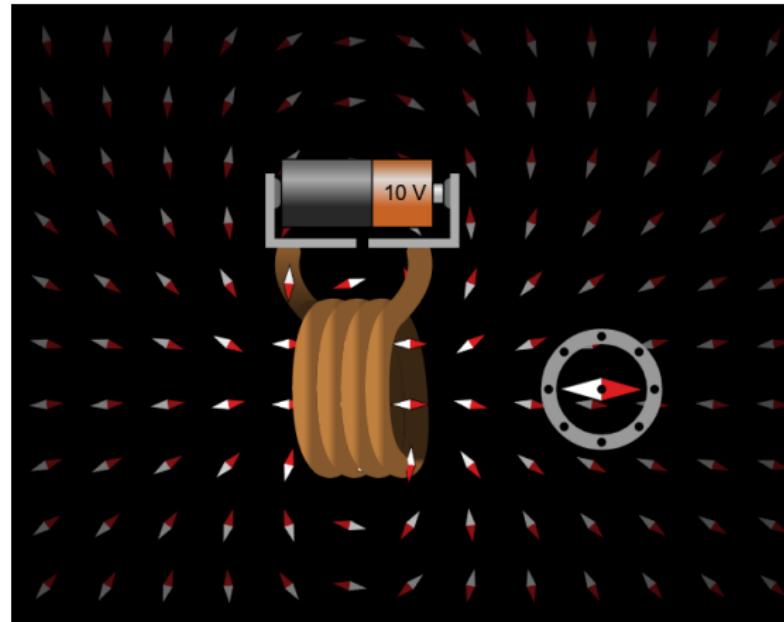
3 Champ magnétique

- Composantes et orientations du champ magnétique
- Circulation du champ magnétique
- Théorème d'Ampère
- Lignes et tubes de champ

Introduction

Cas introductif

Revenons sur un dipôle étudié l'année dernière : la bobine.

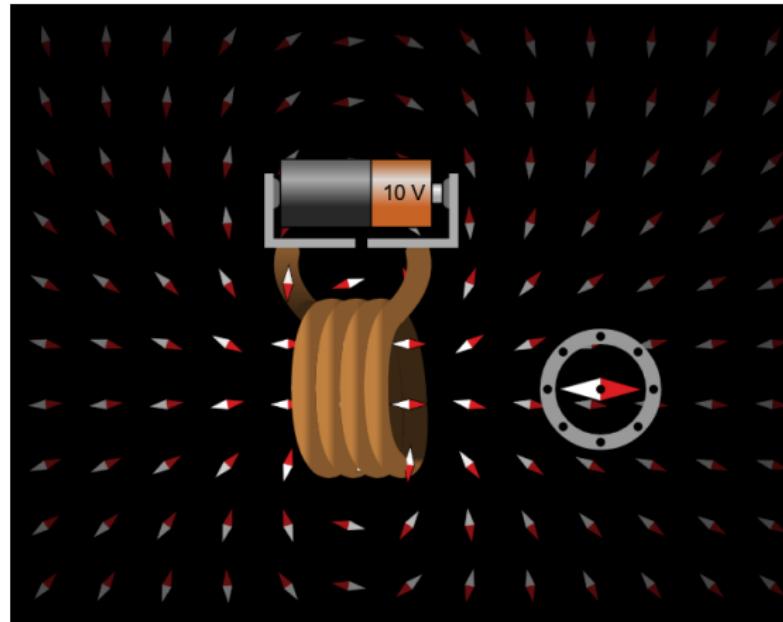


Source : [phet.colorado.](http://phet.colorado.edu)

Introduction

Cas introductif

Revenons sur un dipôle étudié l'année dernière : la bobine.



Source : [phet.colorado.](http://phet.colorado.edu)

Peut-on retrouver l'expression du champ magnétique produit par une bobine longue ?

Plan

1 Introduction

2 Densité de courant et intensité de courant

- Définition
- Symétries et invariances

3 Champ magnétique

- Composantes et orientations du champ magnétique
- Circulation du champ magnétique
- Théorème d'Ampère
- Lignes et tubes de champ

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était la **charge électrique**.

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est .

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était la **charge électrique**.

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est **le courant électrique**.

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était la **charge électrique**.

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est **le courant électrique**.

- cause : charge Q ; effet :

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était la **charge électrique**.

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est **le courant électrique**.

- cause : charge Q ; effet : champ électrique \vec{E}

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était la **charge électrique**.

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est **le courant électrique**.

- cause : charge Q ; effet : champ électrique \vec{E}
- cause : courant I ; effet :

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était la **charge électrique**.

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est **le courant électrique**.

- cause : charge Q ; effet : champ électrique \vec{E}
- cause : courant I ; effet : champ magnétique \vec{B} .

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On a vu dans la leçon précédente que la **source du champ électrique** était la **charge électrique**.

De manière analogue, comme on l'a vu l'année dernière, la **source du champ magnétique** est **le courant électrique**.

- cause : charge Q ; effet : champ électrique \vec{E}
- cause : courant I ; effet : champ magnétique \vec{B} .

Lorsque les **sources** de ces champs sont **statiques**, par exemple une distribution de charges Q immobile ou une distribution de courant I immobile, les champs produits seront qualifiés respectivement de **champ électrostatique** et de **champ magnétostatique**.

Densité de courant et intensité de courant

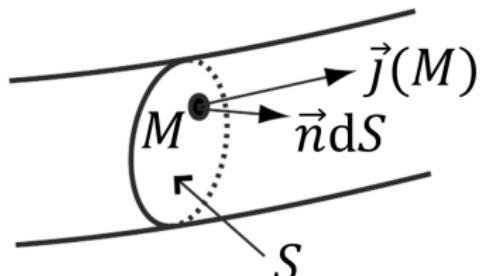
Définition

Comme on l'a fait pour une distribution de charge Q qu'on a caractérisée par une densité de charge volumique ρ , surfacique σ ou linéique λ , on peut définir une densité de courant volumique \vec{j} .

Densité de courant et intensité de courant

Définition

Comme on l'a fait pour une distribution de charge Q qu'on a caractérisée par une densité de charge volumique ρ , surfacique σ ou linéique λ , on peut définir une densité de courant volumique \vec{j} .



Soit un cylindre de surface S modélisant un fil électrique. Ce fil est parcouru par des différents porteurs de charge q_i (C) de vitesse \vec{V}_i ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) et de densité volumique n_i (m^{-3}). Le **vecteur densité volumique de courant** $\vec{j}(M)$ en un point M de la surface du cylindre est

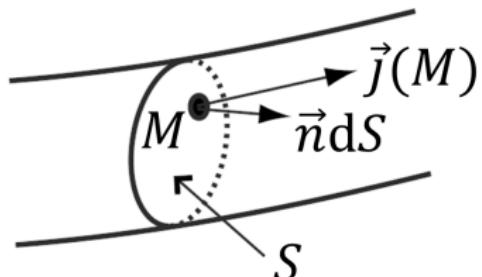
$$\vec{j}(M) = \sum_i n_i q_i \vec{V}_i.$$

Il s'exprime donc en

Densité de courant et intensité de courant

Définition

Comme on l'a fait pour une distribution de charge Q qu'on a caractérisée par une densité de charge volumique ρ , surfacique σ ou linéique λ , on peut définir une densité de courant volumique \vec{j} .



Soit un cylindre de surface S modélisant un fil électrique. Ce fil est parcouru par des différents porteurs de charge q_i (C) de vitesse \vec{V}_i ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) et de densité volumique n_i (m^{-3}). Le **vecteur densité volumique de courant** $\vec{j}(M)$ en un point M de la surface du cylindre est

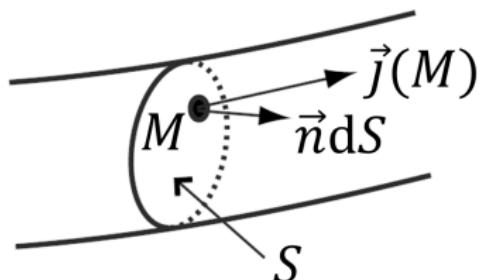
$$\vec{j}(M) = \sum_i n_i q_i \vec{V}_i.$$

Il s'exprime donc en $\text{C} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ soit en $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$.

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On peut montrer que le courant I parcourant le cylindre peut être décomposé en une somme continue de produit scalaire entre un petit élément de surface orientée $\vec{n}dS$ en un point M quelconque de la surface, et la densité de courant volumique $\vec{j}(M)$ en ce même point

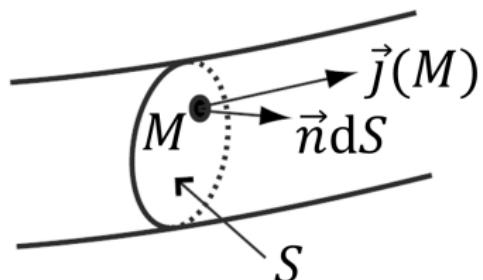


$$I = \iint_S \vec{j}(M) \cdot \vec{n} dS. \quad \heartsuit$$

Densité de courant et intensité de courant

Définition

On peut montrer que le courant I parcourant le cylindre peut être décomposé en une somme continue de produit scalaire entre un petit élément de surface orientée $\vec{n}dS$ en un point M quelconque de la surface, et la densité de courant volumique $\vec{j}(M)$ en ce même point



$$I = \iint_S \vec{j}(M) \cdot \vec{n} dS.$$



Le courant I correspond au **flux du vecteur densité de courant** \vec{j} au travers de la surface S .



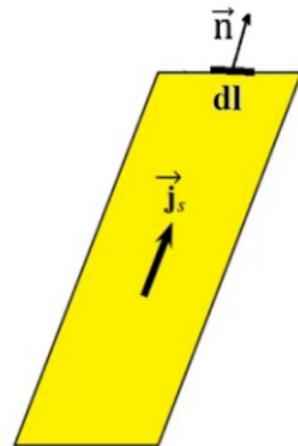
Le choix de l'orientation du vecteur normale à la surface \vec{n} correspond au choix d'un sens positif pour I le long du fil.

Densité de courant et intensité de courant

Définition

Lorsqu'on a affaire, non plus à un cylindre, mais à **une nappe**, on utilise la densité de courant surfacique \vec{j}_S et dans ce cas l'intensité du courant dans la nappe est

$$I = \int_{\mathcal{L}} \vec{j}_S \cdot \vec{n} d\ell$$



avec \mathcal{L} la largeur de la nappe et $d\ell$ l'élément d'intégration linéique le long de cette largeur.

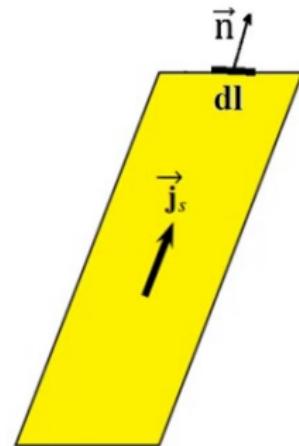
Dans ce cas le vecteur densité de courant surfacique \vec{j}_S s'exprime en

Densité de courant et intensité de courant

Définition

Lorsqu'on a affaire, non plus à un cylindre, mais à **une nappe**, on utilise la densité de courant surfacique \vec{j}_S et dans ce cas l'intensité du courant dans la nappe est

$$I = \int_{\mathcal{L}} \vec{j}_S \cdot \vec{n} d\ell$$



avec \mathcal{L} la largeur de la nappe et $d\ell$ l'élément d'intégration linéique le long de cette largeur.

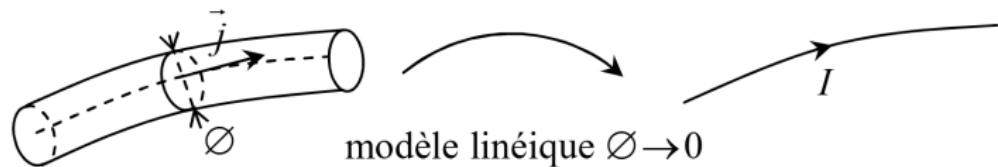
Dans ce cas le vecteur densité de courant surfacique \vec{j}_S s'exprime en $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ et le courant I correspond à la **circulation du vecteur densité de courant surfacique**.

Densité de courant et intensité de courant

Définition

Lorsqu'on a affaire, ni à un fil, ni à une nappe, mais à **un fil**, la valeur de la densité linéique de courant \vec{j}_L s'identifie à l'intensité du courant

$$\vec{j}_L = I \vec{n}.$$



Densité de courant et intensité de courant

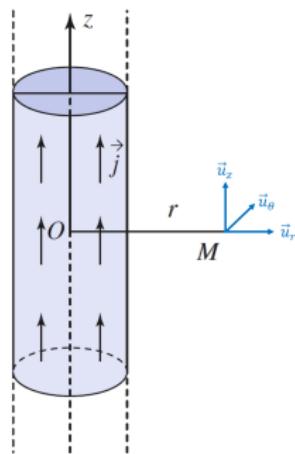
Symétries et invariances

Certaines distributions continues de courant présentent certaines **symétries et invariances** qu'il faut connaître car elles permettent d'**obtenir rapidement des informations sur le champ magnétique qu'elles produisent**.

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .

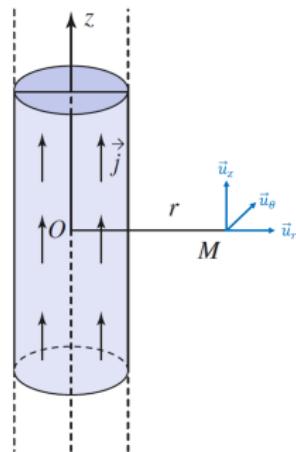


Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .

Étudions les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution passant par un point M quelconque. On constate



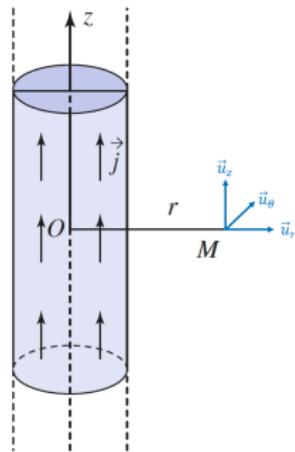
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_z peut couper le fil en deux parties symétriques (\vec{j} est en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .

Étudions les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution passant par un point M quelconque. On constate



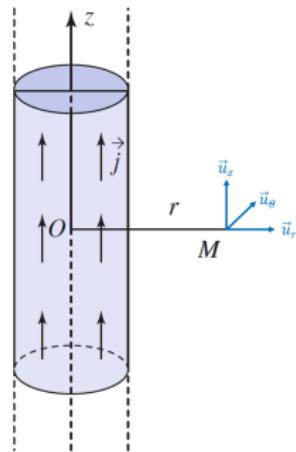
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_z peut couper le fil en deux parties symétriques (\vec{j} est en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_θ peut couper le fil en deux parties anti-symétriques (\vec{j} n'est pas en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est plan d'antisymétrie

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .

Étudions les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution passant par un point M quelconque. On constate

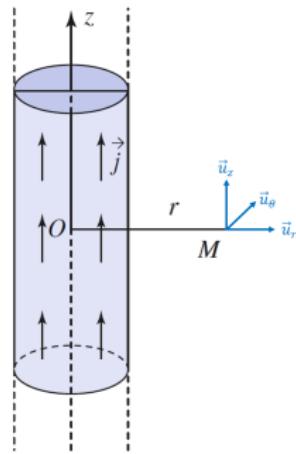


- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_z peut couper le fil en deux parties symétriques (\vec{j} est en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_θ peut couper le fil en deux parties anti-symétriques (\vec{j} n'est pas en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est plan d'antisymétrie
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_θ et \vec{u}_z ne peut pas couper le fil en deux parties égales : le plan $(M, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ n'est ni plan de symétrie ni plan d'antisymétrie.

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .

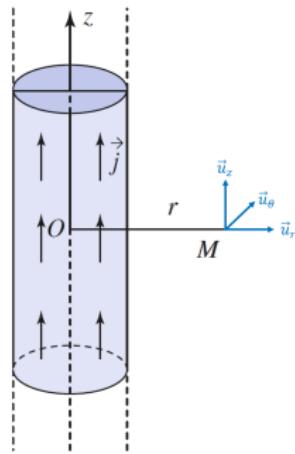


Étudions maintenant les invariances de la distributions. On constate

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .



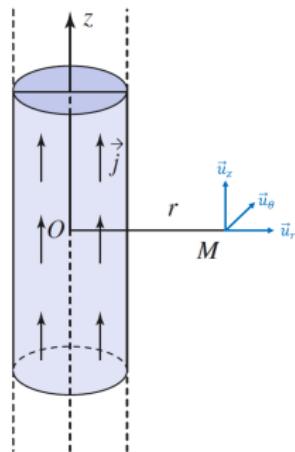
Étudions maintenant les invariances de la distributions. On constate

- que si on fait tourner le fil d'un angle θ quelconque, la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée θ

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .



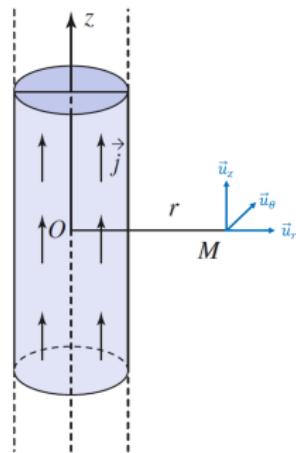
Étudions maintenant les invariances de la distributions. On constate

- que si on fait tourner le fil d'un angle θ quelconque, la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée θ
- que si on translate le fil le long de l'axe associé à la coordonnée z , la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée z

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La première distribution à connaître est la **fil rectiligne infini** : on considère un fil parcouru par un courant stationnaire I .



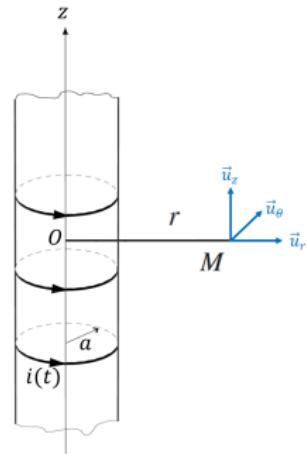
Étudions maintenant les invariances de la distributions. On constate

- que si on fait tourner le fil d'un angle θ quelconque, la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée θ
- que si on translate le fil le long de l'axe associé à la coordonnée z , la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée z
- que si on translate la fil le long de l'axe associé à la coordonnée r , alors la situation change du point de vue de M : le fil s'éloigne ou se rapproche, il n'y a pas invariance selon la coordonnée r .

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.

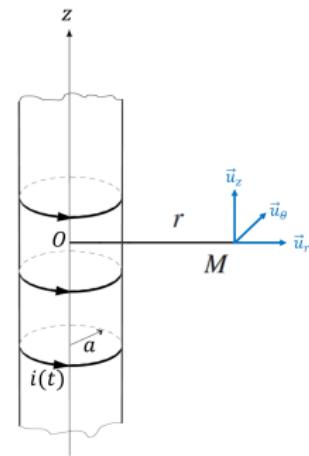


Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.

Étudions les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution passant par un point M quelconque. On constate

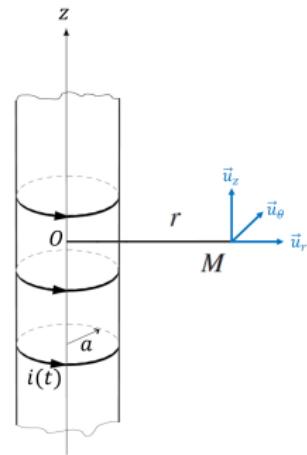


Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.

Étudions les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution passant par un point M quelconque. On constate



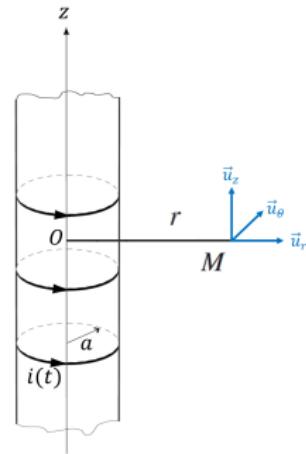
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_z coupe le cylindre en deux parties ati-symétrique ($i(t)$ n'est pas en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan d'anti-symétrie

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.

Étudions les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution passant par un point M quelconque. On constate



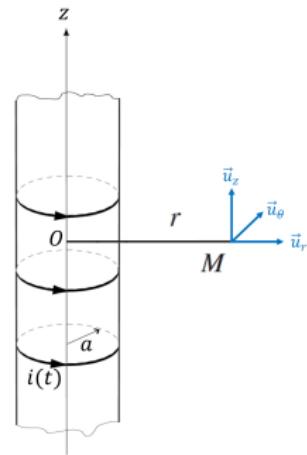
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_z coupe le cylindre en deux parties anti-symétrique ($i(t)$ n'est pas en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan d'anti-symétrie
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_θ peut couper le cylindre en deux parties miroirs : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est plan de symétrie

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.

Étudions les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution passant par un point M quelconque. On constate

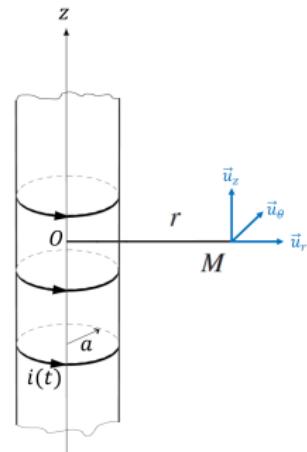


- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_z coupe le cylindre en deux parties ati-symétrique ($i(t)$ n'est pas en miroir) : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan d'anti-symétrie
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_r et \vec{u}_θ peut couper le cylindre en deux parties miroirs : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est plan de symétrie
- qu'un plan selon les vecteurs \vec{u}_θ et \vec{u}_z ne coupe pas le cylindre : le plan $(M, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ n'est ni plan de symétrie ni plan d'antisymétrie.

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.

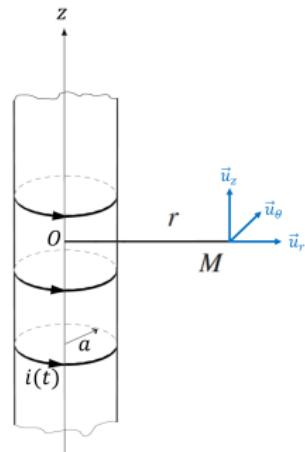


Étudions les invariances par rapport au point M . On constate

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.



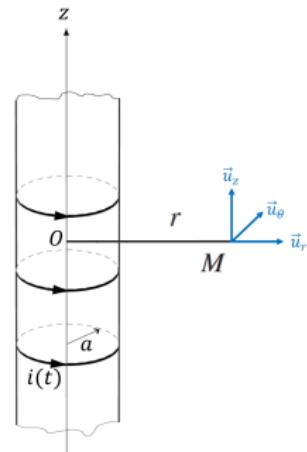
Étudions les invariances par rapport au point M . On constate

- que si on fait tourner le solénoïde d'un angle θ quelconque, la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée θ

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.



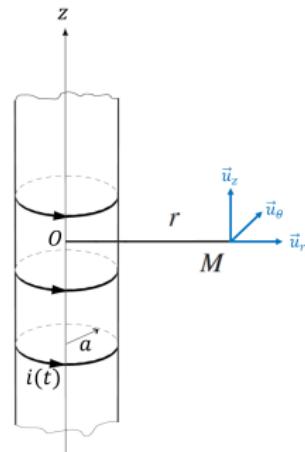
Étudions les invariances par rapport au point M . On constate

- que si on fait tourner le solénoïde d'un angle θ quelconque, la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée θ
- que si on translate le solénoïde le long de l'axe associé à la coordonnée z , la situation ne change pas du point de vue de M car le solénoïde est infini : il y a invariance selon la coordonnée z

Densité de courant et intensité de courant

Symétries et invariances

La deuxième distribution à connaître est celle d'un **solénoïde infini** : on considère une bobine parcouru par un courant $i(t)$.



Étudions les invariances par rapport au point M . On constate

- que si on fait tourner le solénoïde d'un angle θ quelconque, la situation ne change pas du point de vue de M : il y a invariance selon la coordonnée θ
- que si on translate le solénoïde le long de l'axe associé à la coordonnée z , la situation ne change pas du point de vue de M car le solénoïde est infini : il y a invariance selon la coordonnée z
- que si on translate le solénoïde le long de l'axe associé à la coordonnée r , alors la situation change du point de vue de M : le solénoïde s'éloigne ou se rapproche, il n'y a pas invariance selon la coordonnée r .

Plan

1 Introduction

2 Densité de courant et intensité de courant

- Définition
- Symétries et invariances

3 Champ magnétique

- Composantes et orientations du champ magnétique
- Circulation du champ magnétique
- Théorème d'Ampère
- Lignes et tubes de champ

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

À partir des **symétries et invariances des distributions de courants**, on peut déterminer **les orientations et les composantes du champ magnétique**.

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

À partir des **symétries et invariances des distributions de courants**, on peut déterminer **les orientations et les composantes du champ magnétique**.

Dans le cas du **champ électrique** on a vu que ce dernier est **contenu dans les plans de symétrie** et donc **normal aux plans d'antisymétrie** de la distribution de charges.

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

À partir des **symétries et invariances des distributions de courants**, on peut déterminer **les orientations et les composantes du champ magnétique**.

Dans le cas du **champ électrique** on a vu que ce dernier est **contenu dans les plans de symétrie** et donc **normal aux plans d'antisymétrie** de la distribution de charges.

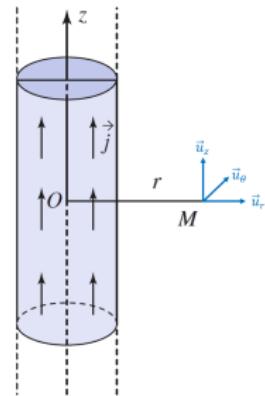
Dans le cas du **champ magnétique**, ce dernier est **contenu dans les plans d'antisymétrie** et donc **normal aux plans de symétrie** de la distribution de courants.

On retiendra que la normale d'un plan d'antisymétrie d'une distribution de charges donne directement la direction du champ électrique qu'elle produit. Et que la normale d'un plan de symétrie d'une distribution de courant donne directement la direction du champ magnétique qu'elle produit. 

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

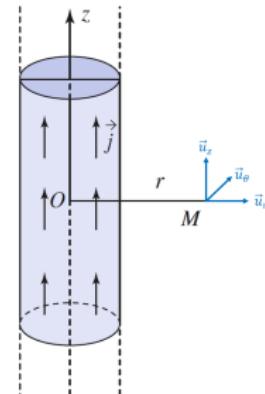
$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de courant.

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de courant.

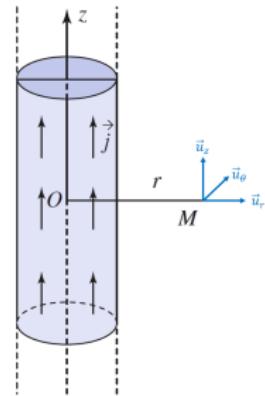
On utilise **les symétries de courant pour obtenir l'orientation du champ** : le champ magnétique est contenu dans les plans d'antisymétrie et perpendiculaire aux plans de symétrie de la distribution de charges.



Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

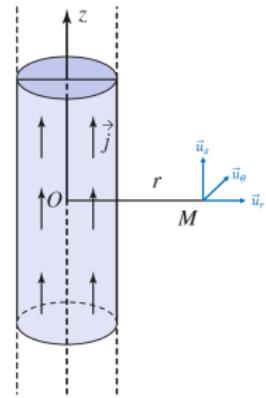
On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de courant.

On a vu que le plan de symétries du fil est $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$, ainsi le champ est orienté selon

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de courant.

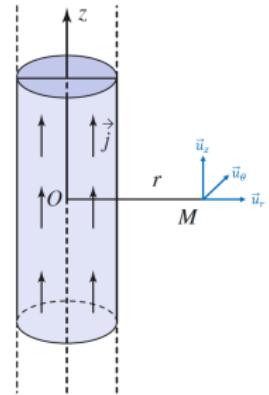
On a vu que le plan de symétries du fil est $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$, ainsi le champ est orienté selon le vecteur unitaire \vec{u}_θ , ainsi

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta.$$

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

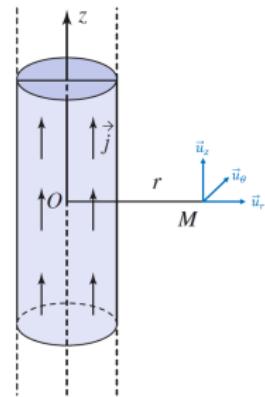
On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de courant.

On utilise maintenant **les invariances de la distribution de courant pour obtenir les composantes dont ne dépend pas le champ.** 

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de courant.

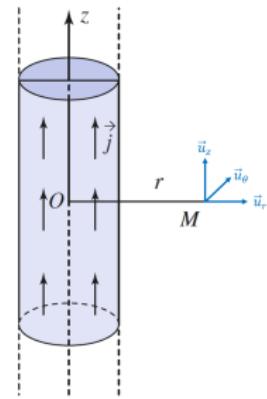
On a vu que la distribution était invariantes par rotation selon l'angle θ et par translation selon z , ainsi le champ ne dépend pas de ses coordonnées

$$\vec{B}(M) =$$

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de courant.

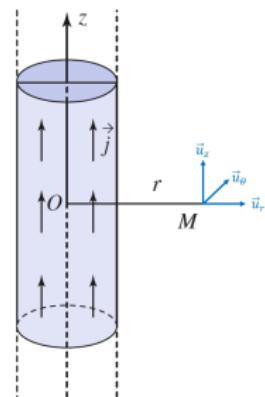
On a vu que la distribution était invariantes par rotation selon l'angle θ et par translation selon z , ainsi le champ ne dépend pas de ses coordonnées

$$\vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_\theta. \quad \text{Heart icon}$$

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le fil infini parcouru par un courant I .

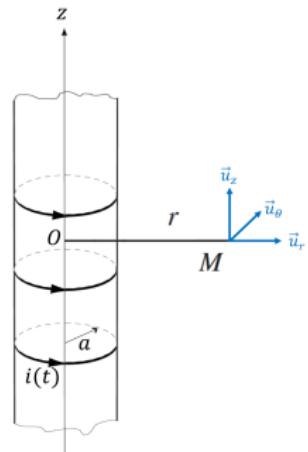


On peut confirmer que le champ est bien $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$ à partir de la règle de la main droite en plaçant le pouce selon $i(t)$ ou \vec{j} , soit \vec{u}_z : les autres doigts sont bien orientés selon \vec{u}_θ .

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

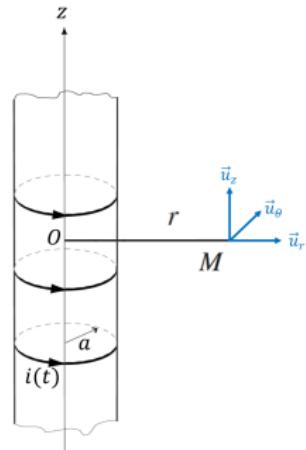
$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de charges.

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

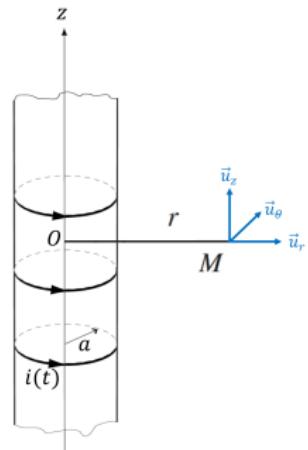
On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de charges.

On utilise **les symétries de courant pour obtenir l'orientation du champ** : le champ magnétique est contenu dans les plans d'antisymétrie et perpendiculaire aux plans de symétrie de la distribution de charges.

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

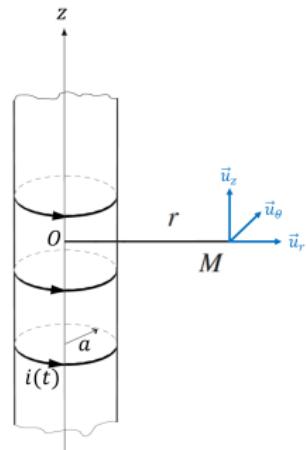
On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de charges.

On a vu que le plan de symétrie du cylindre est $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, ainsi le champ est orienté selon

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de charges.

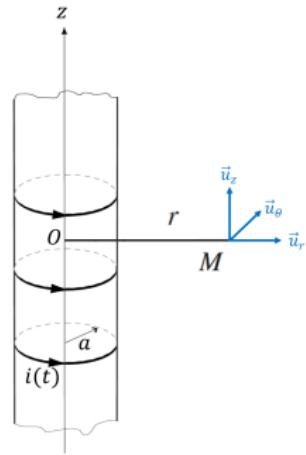
On a vu que le plan de symétrie du cylindre est $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, ainsi le champ est orienté selon le vecteur unitaire \vec{u}_z , ainsi

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de charges.

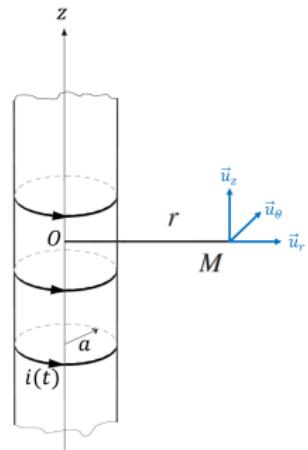
On utilise maintenant **les invariances de la distribution de courants pour obtenir les composantes dont ne dépend pas le champ.**



Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de charges.

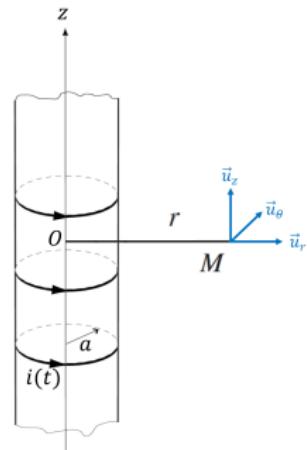
On a vu que la distribution était invariantes par rotation selon l'angle θ et par translation selon z , ainsi le champ ne dépend pas de ses coordonnées

$$\vec{B}(M) =$$

Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



A priori, on ne sait rien du champ magnétique au point M , on le note

$$\vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \vec{u}_r + B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta + B(r, \theta, z) \vec{u}_z.$$

On peut simplifier cette expression à partir des symétries et des invariances de la distribution de charges.

On a vu que la distribution était invariantes par rotation selon l'angle θ et par translation selon z , ainsi le champ ne dépend pas de ses coordonnées

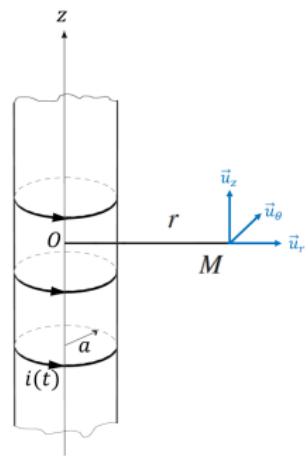
$$\vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_z.$$



Champ magnétique

Composantes et orientations du champ magnétique

Considérons le solénoïde infini parcouru par un courant I .



On peut confirmer que le champ est bien $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_z$ à partir de la règle de la main droite en plaçant les doigts autres que le pouce selon $i(t)$ ou \vec{j} , soit \vec{u}_θ : le pouce est bien orienté selon \vec{u}_z .

Champ magnétique

Circulation du champ magnétique

Afin d'employer le théorème au cœur de cette leçon, il nous revenir sur une notion que l'on a déjà rencontrée : **la circulation d'un champ**, ici celui du champ magnétique le long d'un contour \mathcal{L} que l'on notera $\mathcal{C}(\vec{B})_{\mathcal{L}}$

$$\mathcal{C}(\vec{B})_{\mathcal{L}} = \int_{\mathcal{L}} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\ell} \quad \heartsuit$$

avec $d\vec{\ell}$ correspond l'élément de contour orienté.

Champ magnétique

Circulation du champ magnétique

Afin d'employer le théorème au cœur de cette leçon, il nous revenir sur une notion que l'on a déjà rencontrée : **la circulation d'un champ**, ici celui du champ magnétique le long d'un contour \mathcal{L} que l'on notera $\mathcal{C}(\vec{B})_{\mathcal{L}}$

$$\mathcal{C}(\vec{B})_{\mathcal{L}} = \int_{\mathcal{L}} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\ell} \quad \heartsuit$$

avec $d\vec{\ell}$ correspond l'élément de contour orienté.

En fonction de la géométrie du contour choisi, **il faut sélectionner la bonne expression** de $d\vec{\ell}$.

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Le théorème que l'on utilise pour obtenir l'expression du champ magnétostatique dû à une distribution de courant est **le théorème d'Ampère** :

la circulation du champ magnétique le long d'une boucle fermée \mathcal{C} est égale au courants électriques enlacés par la boucle $\sum_i I_{\text{en}, i}$ multiplié par la constante μ_0 

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_i I_i. \quad \text{$$

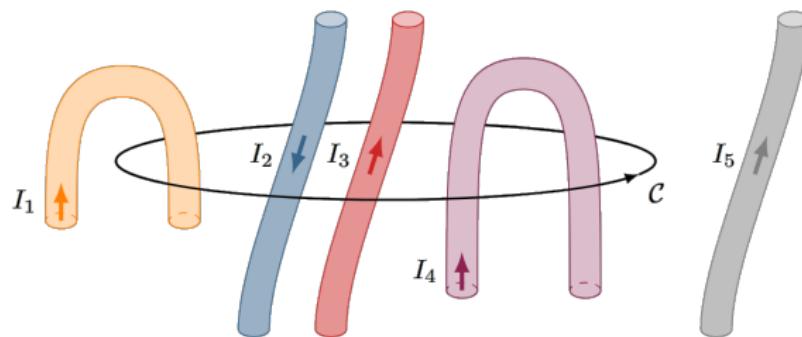
Attention, **les courants enlacés sont algébriques** : comptés positivement s'ils traversent le contour d'Ampère dans le sens donné par la règle de la main droite et négativement sinon.

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Quelle est la somme de courants enlacés ?

$$\sum_i I_i =$$

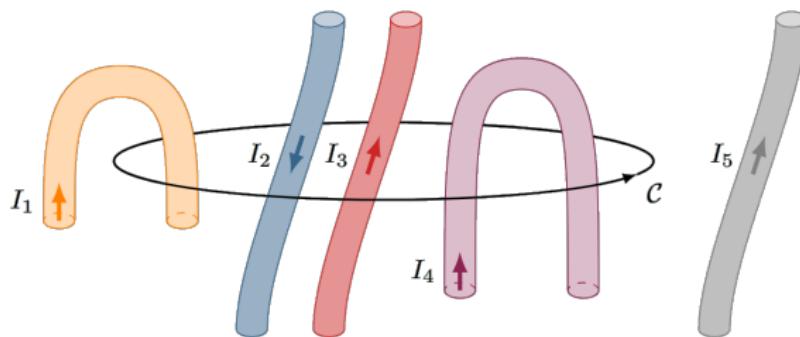


Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Quelle est la somme de courants enlacés ?

$$\sum_i I_i = -I_1 - I_2 + I_3 + I_4 - I_4.$$

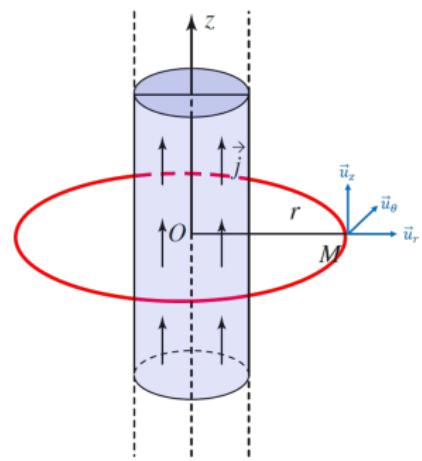


À l'aide du contour \mathcal{C} et de la main droite on obtient le sens selon lequel on compte les courants positivement : **vers le haut**.

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

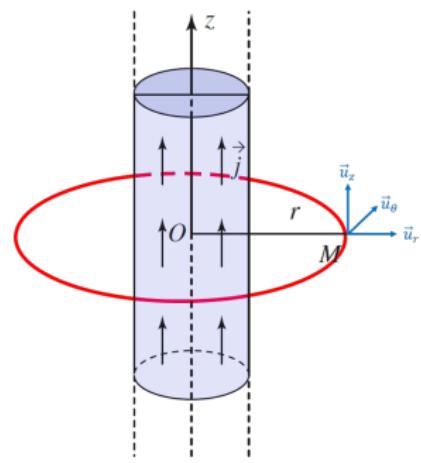


Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.**



Champ magnétique

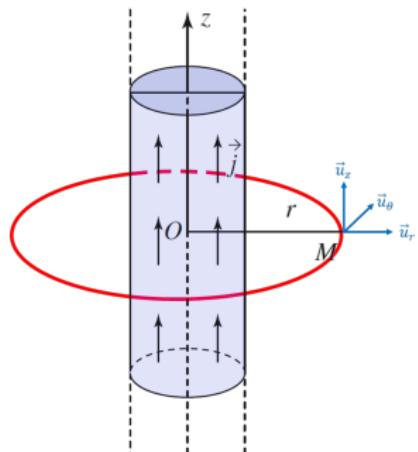
Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.**

Première étape : on a montré, d'après les symétries et les invariances de la distribution de courant dans le fil que le champ $\vec{B}(M)$ est tel que

$$\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta.$$



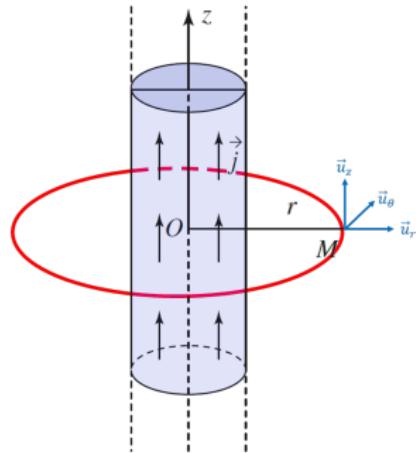
Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.**

D'après le théorème d'Ampère



$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

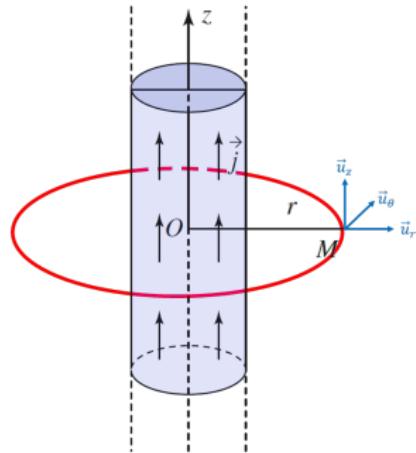
Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.**

D'après le théorème d'Ampère



$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M) \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

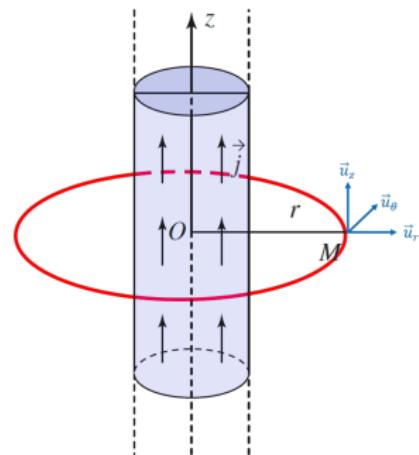
$$\int_0^{2\pi} B(r) \vec{u}_\theta \cdot \vec{u}_\theta r d\theta = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.**



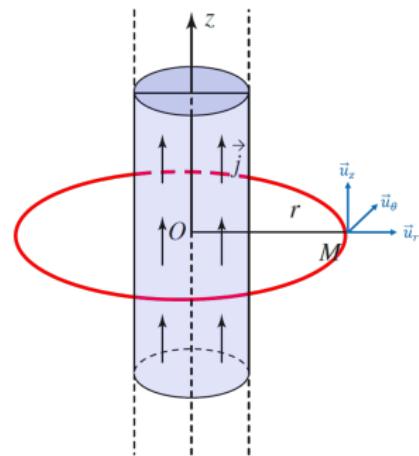
$$\int_0^{2\pi} B(r) \vec{u}_\theta \cdot \vec{u}_\theta r d\theta = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.**



$$\int_0^{2\pi} B(r) \vec{u}_\theta \cdot \vec{u}_\theta r d\theta = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

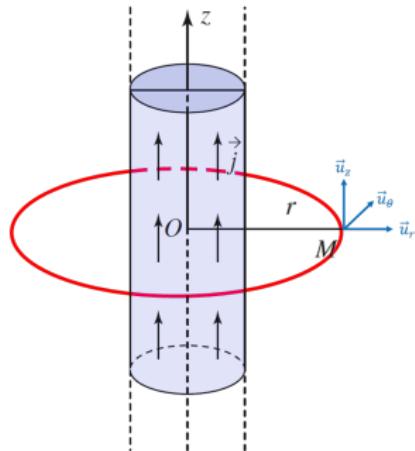
$$r B(r) \int_0^{2\pi} d\theta = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace.
Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.



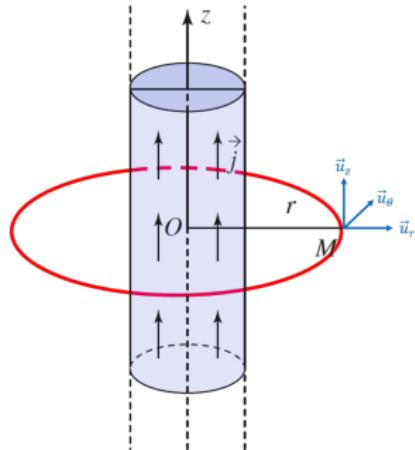
$$rB(r) \int_0^{2\pi} d\theta = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace.
Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.



$$rB(r) \int_0^{2\pi} d\theta = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$



On reconnaît l'expression du **périmètre d'un cercle** $\mathcal{L} = 2\pi r$.

Champ magnétique

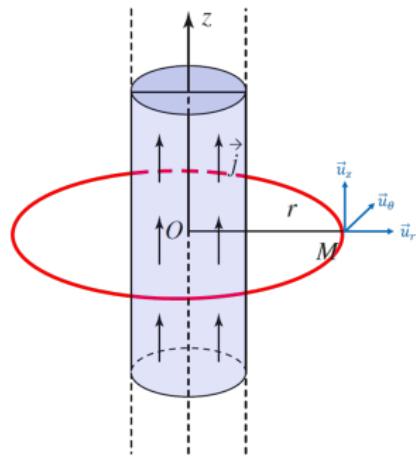
Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un fil infini parcouru par un courant d'intensité I .

Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un fil, on choisit pour contour, un cercle de rayon r entourant le fil.**

Au final, le champ magnétique produit par le fil infini est

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta. \quad \text{♥}$$



Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un solénoïde infini de rayon R et parcouru par un courant I .

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Exploitons le théorème d'Ampère pour obtenir l'expression du champ pour un solénoïde infini de rayon R et parcouru par un courant I .

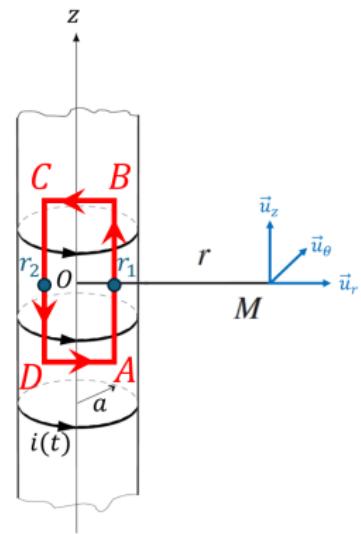
Pour ce faire, il faut **choisir un contour d'Ampère** : une ligne fermée passant par un point M de l'espace. **Pour un solénoïde, on choisit pour contour, un rectangle.**

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Première étape : contour à l'intérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

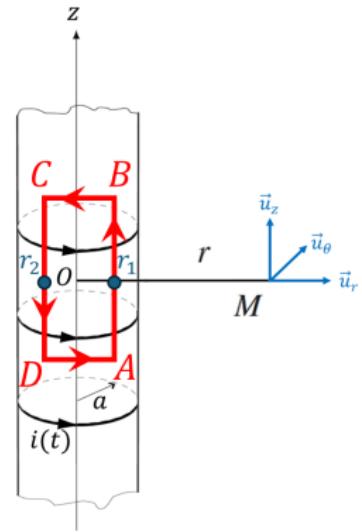


Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Première étape : contour à l'intérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



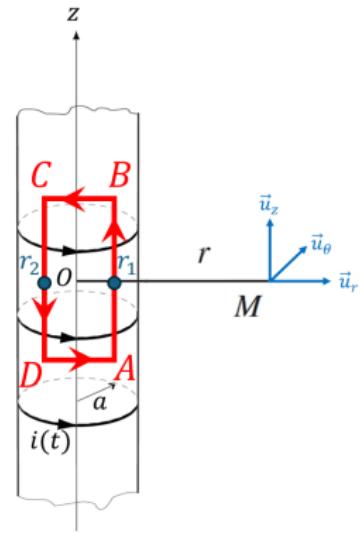
$$\begin{aligned} & \int_A^B B(r) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_z dz + \int_B^C B(r) \vec{u}_z \cdot (-\vec{u}_r) dr \\ & + \int_C^D B(r) \vec{u}_z \cdot (-\vec{u}_z) dz + \int_D^A B(r) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_r dr = \mu_0 I \end{aligned}$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Première étape : contour à l'intérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



$$B(r_1) \int_A^B dz - B(r_2) \int_C^D dz = \mu_0 I_{\text{enl}} \quad ; \quad B(r_1)AB - B(r_2)CD = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

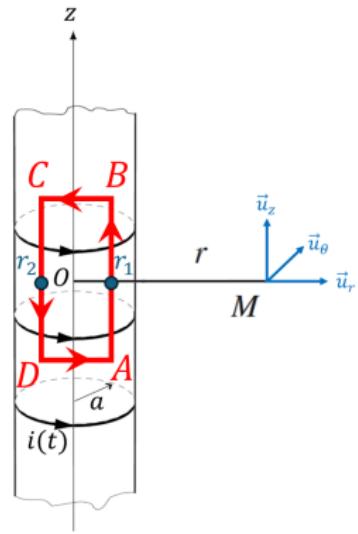
$$B(r_1) - B(r_2) = \frac{\mu_0 I_{\text{enl}}}{AB} \quad \text{car } AB = CD.$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Première étape : contour à l'intérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



$$B(r_1) - B(r_2) = \frac{\mu_0 I_{\text{enl}}}{AB} = 0 \quad \text{soit} \quad B(r_1) = B(r_2).$$

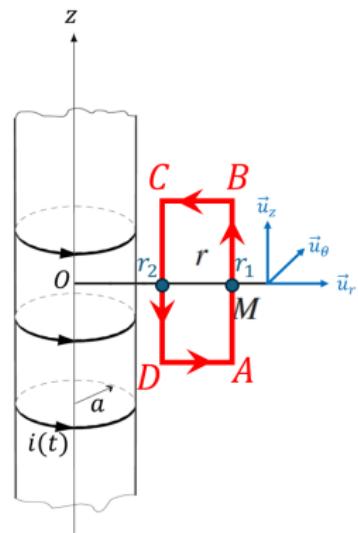
car le rectangle n'enlace aucun courant $I_{\text{enl}} = 0$. **Le champ magnétique est le même en tout point à l'intérieur du solénoïde.** ❤

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Deuxième étape : contour à l'extérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

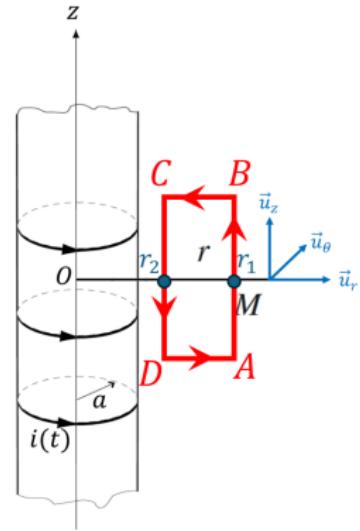


Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Deuxième étape : contour à l'extérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



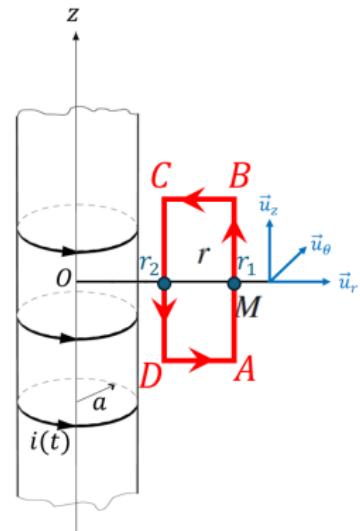
$$\begin{aligned} & \int_A^B B(r) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_z dz + \int_B^C B(r) \vec{u}_z \cdot (-\vec{u}_r) dr \\ & + \int_C^D B(r) \vec{u}_z \cdot (-\vec{u}_z) dz + \int_D^A B(r) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_r dr = \mu_0 I \end{aligned}$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Deuxième étape : contour à l'extérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



$$B(r_1) \int_A^B dz - B(r_2) \int_C^D dz = \mu_0 I_{\text{enl}} \quad ; \quad B(r_1)AB - B(r_2)CD = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

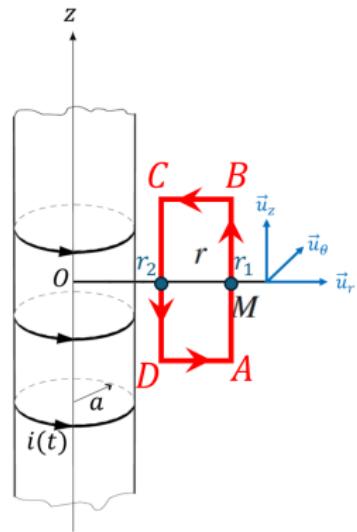
$$B(r_1) - B(r_2) = \frac{\mu_0 I_{\text{enl}}}{AB} \quad \text{car } AB = CD.$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Deuxième étape : contour à l'extérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



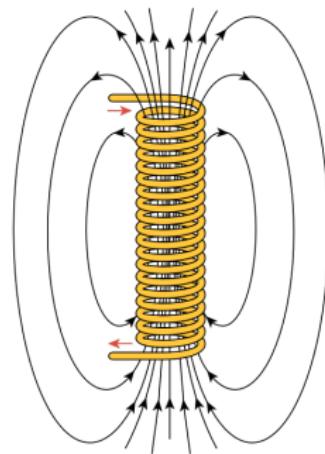
$$B(r_1) - B(r_2) = \frac{\mu_0 I_{\text{enl}}}{AB} = 0 \quad \text{soit} \quad B(r_1) = B(r_2).$$

car le rectangle n'enlace aucun courant $I_{\text{enl}} = 0$. **Le champ magnétique est le même en tout point à l'extérieur du solénoïde.** ❤️

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

On peut connaître la valeur du champ magnétique à l'extérieur à partir des lignes de champs.



Dans le cas d'un solénoïde fini, **la valeur du champ diminue plus on s'éloigne de la source** : ce qui se traduit par des lignes de champs de plus en plus éloignées les unes des autres.

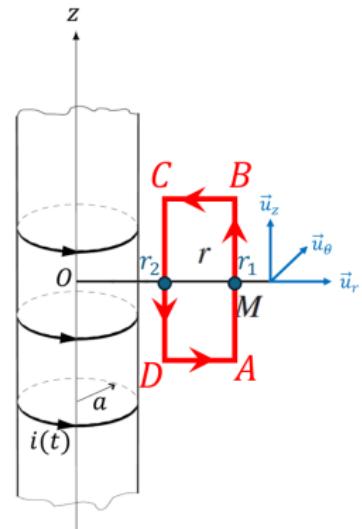
Dans le cas d'un solénoïde infini, **les lignes de champs se rejoignent à l'infini** : ce qui traduit **une valeur de champ nul à l'extérieur du solénoïde**.

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Deuxième étape : contour à l'extérieur du solénoïde On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



Le champ magnétique extérieur est nul l'extérieur du solénoïde infini.

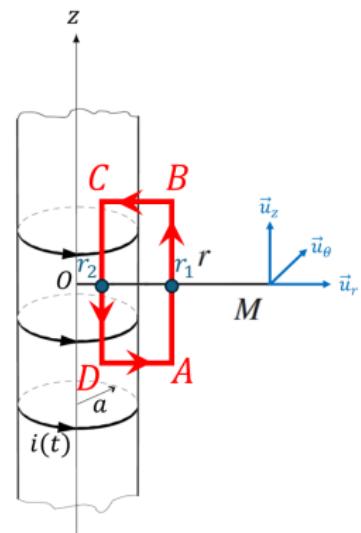


Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Troisième étape : contour à cheval sur le solénoïde et l'extérieur On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$

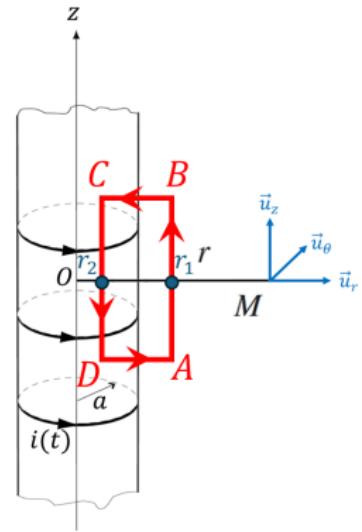


Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Troisième étape : contour à cheval sur le solénoïde et l'extérieur On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



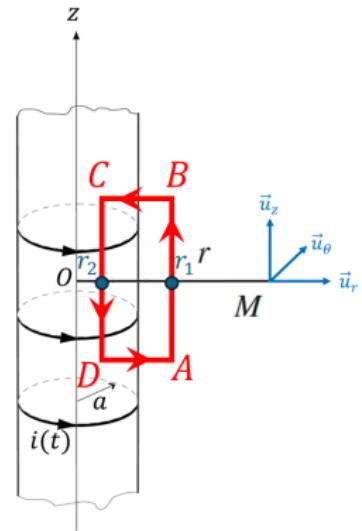
$$\begin{aligned} & \int_A^B B(r) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_z dz + \int_B^C B(r) \vec{u}_z \cdot (-\vec{u}_r) dr \\ & + \int_C^D B(r) \vec{u}_z \cdot (-\vec{u}_z) dz + \int_D^A B(r) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_r dr = \mu_0 I \end{aligned}$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Troisième étape : contour à cheval sur le solénoïde et l'extérieur On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



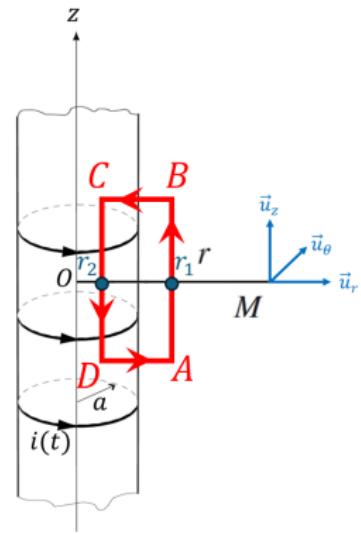
$$B(r_1) \int_A^B dz - B(r_2) \int_C^D dz = \mu_0 I_{\text{enl}} \quad ; \quad B(r_1)AB - B(r_2)CD = \mu_0 I_{\text{enl}}$$
$$B(r_1) - B(r_2) = \frac{\mu_0 NI}{AB} \quad \text{car } AB = CD.$$

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Troisième étape : contour à cheval sur le solénoïde et l'extérieur On décompose la circulation du champ sur le contour fermé qu'est le rectangle

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enl}}$$



$$B(r_1) - B(r_2) = \frac{\mu_0 N I}{\ell} = \mu_0 n I.$$

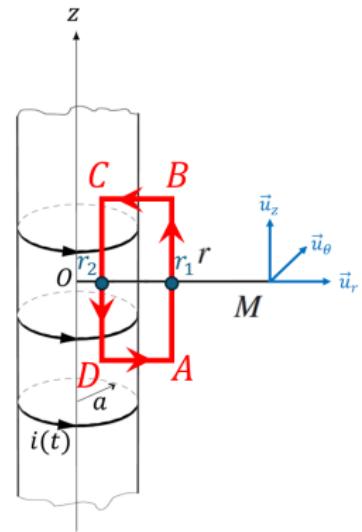
car le rectangle enlace N courants I sur une distance $\ell = AB$. **On retrouve l'expression du champ magnétique dans une bobine longue.**

Champ magnétique

Théorème d'Ampère

Comme on l'a vu l'année dernière cette expression du champ magnétique pour une bobine longue n'est valable que si l'on étudie le champ à l'intérieur du bobine longue, soit **en négligeant les effets de bords**.

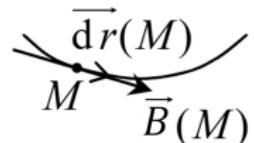
Dans le cas du condensateur ou de la bobine, **négliger les effets de bords revient à utiliser une distribution infinie**. On étudie uniquement ce qui se passe "loin" des bords de la bobine ou du condensateur.



Champ magnétique

Lignes et tubes de champ

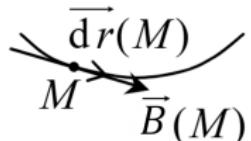
On définit une ligne de champ magnétostatique \vec{B} comme une courbe tangente au champ \vec{B} en chacun de ses point.



Champ magnétique

Lignes et tubes de champ

On définit une ligne de champ magnétostatique \vec{B} comme une courbe tangente au champ \vec{B} en chacun de ses points.



On obtient l'équation d'une ligne de champ en écrivant que le champ en un point M \vec{B} est tangent à l'élément de longueur orientée $d\vec{r}(M)$ de la ligne de champ en ce point, soit

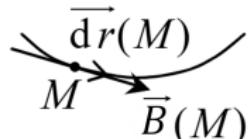
$$\vec{B}(M) \wedge d\vec{r}(M) = \vec{0}.$$



Champ magnétique

Lignes et tubes de champ

On définit une ligne de champ magnétostatique \vec{B} comme une courbe tangente au champ \vec{B} en chacun de ses points.



On obtient l'équation d'une ligne de champ en écrivant que le champ en un point M \vec{B} est tangent à l'élément de longueur orientée $d\vec{r}(M)$ de la ligne de champ en ce point, soit

$$\vec{B}(M) \wedge d\vec{r}(M) = \vec{0}. \quad \heartsuit$$

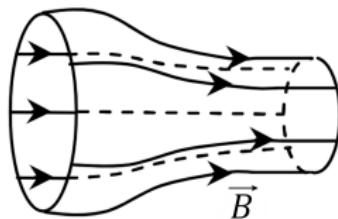
On retiendra que, comme les lignes de champs sont tangents aux champs magnétostatique, elles sont, comme lui, **contenues dans les plans d'antisymétrie et orthogonales aux plans de symétries de la distribution de courant.** \heartsuit

Champ magnétique

Lignes et tubes de champ

On peut définir un **tube de champ** comme les surfaces ouvertes formée par un ensemble de lignes de champs s'appuyant sur une courbe fermée. ❤

Dans l'exemple ci-contre, les courbes fermées sont deux cercles de diamètres différents.



Champ magnétique

Lignes et tubes de champ

On peut définir un **tube de champ** comme les surfaces ouvertes formée par un ensemble de lignes de champs s'appuyant sur une courbe fermée. ❤

Dans l'exemple ci-contre, les courbes fermées sont deux cercles de diamètres différents.

Une zone où les **lignes de champs sont resserrées** correspond à une zone où le **champ électrique est intense**, alors qu'une zone où les **lignes de champs sont espacées** correspond à une zone où le **champ électrique est faible**. ❤

