Leçon 13 : équations de Maxwell

E. Capitaine

TSI 2 - Lycée Charles Coëffin

15 janvier 2026

Plan

Plan

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

Revenons sur un des postulats fondamentaux en physique :

.

Revenons sur un des postulats fondamentaux en physique : **la conservation de la charge**.

Celui implique une relation entre la densité de courant volumique $\vec{j}$, lié au déplacement des charges, et la densité de charge volumique ρ, liée au stockage des charges. Il s'agit d'une équation aux dérivées spatiales et temporelles nommées

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

Revenons sur un des postulats fondamentaux en physique : **la conservation de la charge**.

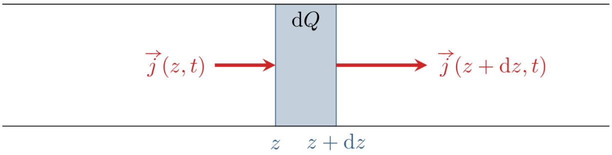
Celui implique une relation entre la densité de courant volumique $\vec{j}$, lié au déplacement des charges, et la densité de charge volumique ρ, liée au stockage des charges. Il s'agit d'une équation aux dérivées spatiales et temporelles nommées **équation de conservation de la charge**.

Nous allons démontrer cette équation à partir d'un modèle simple.

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

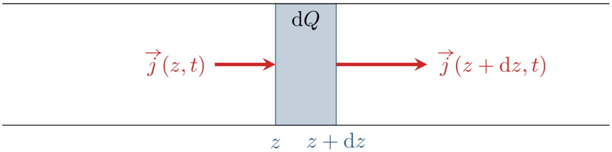
Considérons un conducteur cylindrique de section S et d'axe (Oz) parcouru par une densité de courant volumique $\vec{j} = j_z \vec{e}_z$ uniforme sur toute la section.



Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

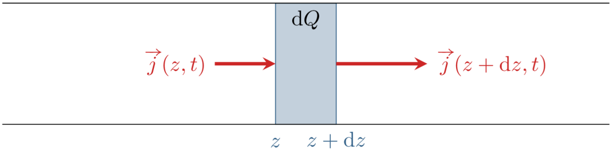
Considérons un conducteur cylindrique de section S et d'axe (Oz) parcouru par une densité de courant volumique $\vec{j} = j_z \vec{e}_z$ uniforme sur toute la section.



Nous allons établir **une méthode de bilan** que l'on va appliquer aux charges électriques, mais que nous pourront appliquer plus tard pour des bilans de matière ou d'énergie.

Conservation de la charge

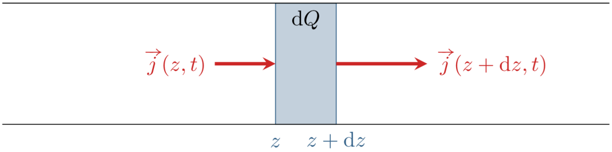
Démonstration à 1 dimension



Comme on veut établir une équation aux dérivées spatiales et temporelles on va raisonner sur ces deux aspects

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

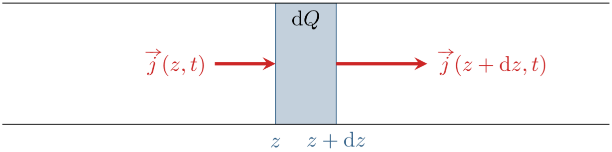


Comme on veut établir une équation aux dérivées spatiales et temporelles on va raisonner sur ces deux aspects

- spatial : on étudie **un volume de contrôle mésoscopique** $\mathrm{d}\tau$: une tranche de cylindre comprise entre z et $z+\mathrm{d}z$ du grand cylindre

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

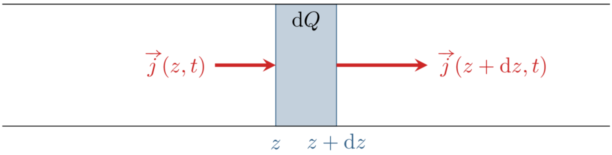


Comme on veut établir une équation aux dérivées spatiales et temporelles on va raisonner sur ces deux aspects

- spatial : on étudie **un volume de contrôle mésoscopique** $\mathrm{d}\tau$: une tranche de cylindre comprise entre z et $z+\mathrm{d}z$ du grand cylindre
- temporel : on étudie entre deux instants t et $t+\mathrm{d}t$, soit sur une durée infinitésimale $\mathrm{d}t$, la quantité de charges qui passent dans le volume de contrôle. À un instant t, la quantité de charges totales dans le volume est $\mathrm{d}Q(t)$.

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

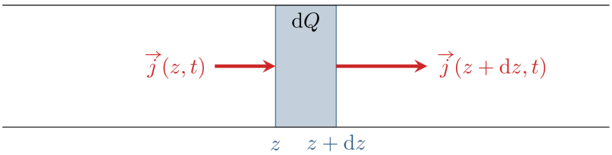


On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

$$\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t) = \qquad + \qquad + \qquad .$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



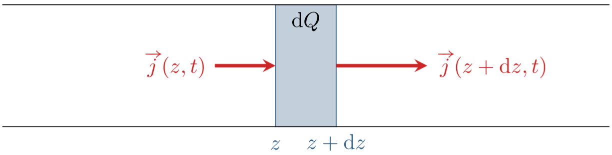
On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

$$\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t) = \mathrm{d}Q(t) + \qquad + \qquad .$$

- On sait que la quantité de charge finale dépend de la quantité de charge initiale $\mathrm{d}Q(t)$.

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

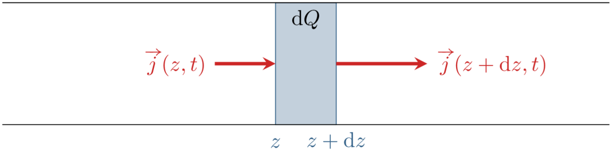
$$\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t) = \mathrm{d}Q(t) + \mathrm{d}Q_e + \qquad\qquad .$$

- De plus, on sait qu'il y a une certaine quantité de charges qui est entrée en z dans le volume durant la durée $\mathrm{d}t$. On peut l'exprimer grâce à $\vec{j}$:

$$\mathrm{d}Q_e = \iint_S \vec{j}(z,t)\cdot \mathrm{d}S\vec{e}_z\mathrm{d}t = j_z(z,t)S\mathrm{d}t.$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

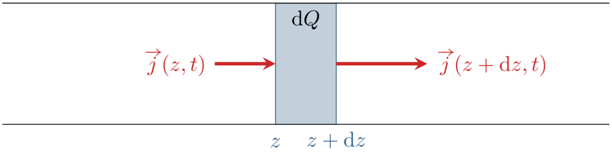
$$\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t) = \mathrm{d}Q(t) + \mathrm{d}Q_e + \; - \mathrm{d}Q_s.$$

- Enfin, on sait qu'il y a aussi une certaine quantité de charges qui est sortie en $z+\mathrm{d}z$ du volume durant la durée ddt. On peut l'exprimer grâce à $\vec{j}$:

$$\mathrm{d}Q_s = -\iint_S \vec{j}(z+\mathrm{d}z,t)\cdot \mathrm{d}S\vec{e}_z\mathrm{d}t = -j_z(z+\mathrm{d}z,t)S\mathrm{d}t.$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

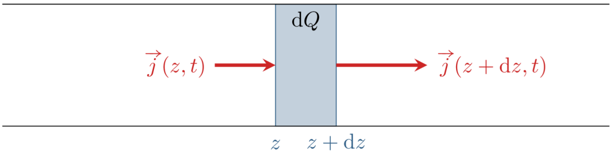
$$\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t) = \mathrm{d}Q(t) + j_z(z,t)S\mathrm{d}t - j_z(z+\mathrm{d}z,t)S\mathrm{d}t.$$

On peut exprimer les quantités de charges à t et $t+\mathrm{d}t$ en fonction de la densité de charges volumiques

$$\mathrm{d}Q(t) = \rho(z,t)\mathrm{d}\tau = \rho(z,t)S\mathrm{d}z$$
$$\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t) = \rho(z,t+\mathrm{d}t)\mathrm{d}\tau = \rho(z,t+\mathrm{d}t)S\mathrm{d}z.$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

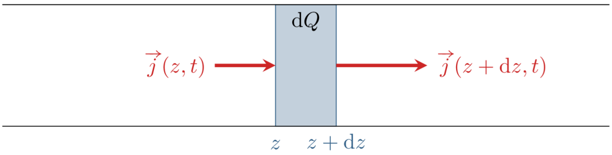


On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

$$\rho(z,t+\mathrm{d}t)S\mathrm{d}z = \rho(z,t)S\mathrm{d}z + j_z(z,t)S\mathrm{d}t - j_z(z+\mathrm{d}z,t)S\mathrm{d}t.$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



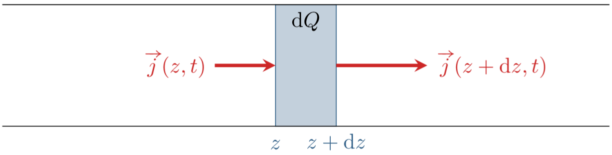
On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

En regroupant les termes en ρ et j_z, et en divisant par $S\mathrm{d}z\mathrm{d}t$ de chaque côté, il vient que

$$\frac{\rho(z,t+\mathrm{d}t)-\rho(z,t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{j_z(z+\mathrm{d}z,t)-j_z(z,t)}{\mathrm{d}z}.$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

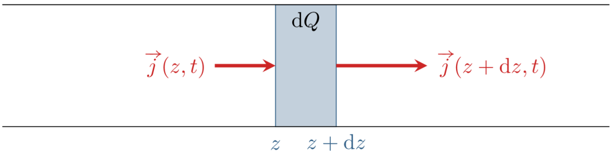
En regroupant les termes en ρ et j_z, et en divisant par $S\mathrm{d}z\mathrm{d}t$ de chaque côté, il vient que

$$\frac{\rho(z,t+\mathrm{d}t)-\rho(z,t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{j_z(z+\mathrm{d}z,t)-j_z(z,t)}{\mathrm{d}z}.$$

En faisant tendre les éléments de longueur $\mathrm{d}z$ et de temps $\mathrm{d}t$, ces taux d'accroissement tendent vers des dérivées.

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension

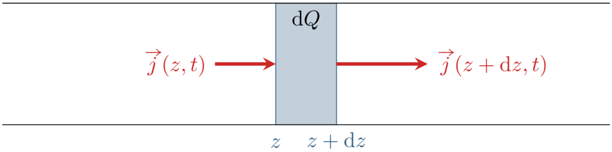


On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

$$\frac{\partial \rho(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial j_z(z,t)}{\partial z}.$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



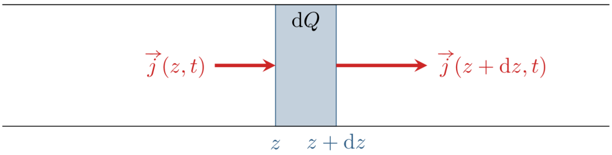
On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

Dans un système à **une dimension** la conservation de la charge se traduit localement par l'équation de conservation de la charge

$$\frac{\partial \rho(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial j_z(z,t)}{\partial z} = 0. \quad \heartsuit$$

Conservation de la charge

Démonstration à 1 dimension



On souhaite savoir quelle sera la quantité de charge totale dans le volume à la fin de la durée d'étude $\mathrm{d}t$, soit que vaut $\mathrm{d}Q(t+\mathrm{d}t)$?

Dans un système à **trois dimensions** la conservation de la charge se généralise localement par l'équation de conservation de la charge

$$\frac{\partial \rho(x,y,z,t)}{\partial t} + \frac{\partial j_x(x,y,z,t)}{\partial x} + \frac{\partial j_y(x,y,z,t)}{\partial y} + \frac{\partial j_z(x,y,z,t)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho(M,t)}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}(M,t) = 0.$$

Plan

La première équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-Gauss

$$\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$$ ♥

avec ρ la densité volumique de charges au point M à l'instant tt et ε_0 la permittivité du vide (on considère que le milieu considéré est le vide).

Equations de Maxwell

Maxwell-Gauss

La première équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-Gauss

$$\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$$

avec ρ la densité volumique de charges au point M à l'instant tt et ε_0 la permittivité du vide (on considère que le milieu considéré est le vide). Cette équation permet de faire le lien entre le champ électrique $\vec{E}(M,t)$ et la source de ce dernier : la densité volumique de charge $\rho(M,t)$.

Afin d'obtenir l'équation de Maxwell-Gauss sous **forme intégrale** il faut intégrer l'équation sur un volume $\mathcal{V}$

$$\iiint_{\mathcal{V}} \operatorname{div} \vec{E}(M,t)\mathrm{d}\tau = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}\mathrm{d}\tau$$

avec $\mathrm{d}\tau$ le volume infinitésimale d'intégration.

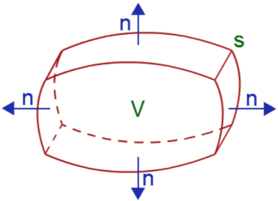
Equations de Maxwell

Maxwell-Gauss

On va ici utiliser le théorème de Green-Ostrogradski (qui vous sera toujours donné) afin de récrire l'intégrale volumique de l'opérateur divergence

$$\iiint_{\mathcal{V}} \mathrm{div}\, \vec{A}(M,t)\mathrm{d}\tau = \oiint_{\mathcal{S}} \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

avec $\mathcal{S}$ la surface fermée orientée vers l'extérieur délimitant le volume $\mathcal{V}$ utilisé.



Equations de Maxwell

Maxwell-Gauss

Ainsi, l'équation de Maxwell-Gauss sous forme intégrale se récrit

$$\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0} \mathrm{d}\tau$$

$$\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0} \quad \heartsuit$$

avec Q_{int} la charge électrique contenue dans le volume $\mathcal{V}$.

Equations de Maxwell

Maxwell-Gauss

Ainsi, l'équation de Maxwell-Gauss sous forme intégrale se récrit

$$\oint\!\!\!\oint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}\mathrm{d}\tau$$

$$\oint\!\!\!\oint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0}$$

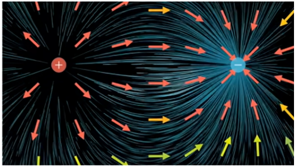
avec Q_{int} la charge électrique contenue dans le volume $\mathcal{V}$.

On reconnaît **le théorème de Gauss** qui n'est autre que la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Gauss.

Equations de Maxwell

Maxwell-Gauss

On sait qu'une **charge positive** crée un champ orienté vers l'extérieur de cette charge. On peut visualiser cela comme si la charge était une source de champ électrique : le champ provient de la charge. Ce qui se traduit par une **divergence positive du champ électrique** : les lignes de champ semblent être produit par la charge.

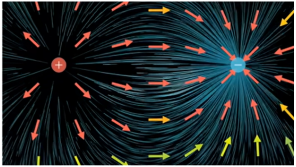


3Blue1Brown

Equations de Maxwell

Maxwell-Gauss

On sait qu'une **charge positive** crée un champ orienté vers l'extérieur de cette charge. On peut visualiser cela comme si la charge était une source de champ électrique : le champ provient de la charge. Ce qui se traduit par une **divergence positive du champ électrique** : les lignes de champ semblent être produit par la charge.



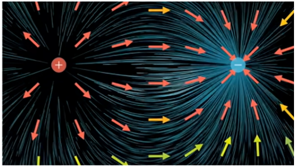
3Blue1Brown

De manière inverse, une **charge négative** crée un champ orienté vers cette charge. On peut visualiser cela comme si la charge était un puits de champ électrique : le champ est orienté vers la charge. Ce qui se traduit par une **divergence négative du champ électrique** : les lignes de champ convergent vers la charge.

Equations de Maxwell

Maxwell-Gauss

On sait qu'une **charge positive** crée un champ orienté vers l'extérieur de cette charge. On peut visualiser cela comme si la charge était une source de champ électrique : le champ provient de la charge. Ce qui se traduit par une **divergence positive du champ électrique** : les lignes de champ semblent être produit par la charge.



3Blue1Brown

De manière inverse, une **charge négative** crée un champ orienté vers cette charge. On peut visualiser cela comme si la charge était un puits de champ électrique : le champ est orienté vers la charge. Ce qui se traduit par une **divergence négative du champ électrique** : les lignes de champ convergent vers la charge.

Lorsqu'il n'y a pas de charge électrique, il n'y a pas de source ou de perte du champ électrique, ce dernier reste le même, il ne semble ni être produit ni être absorbé : **la divergence du champ électrique est nul**.

Equations de Maxwell

Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

La deuxième équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

$$\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0.$$

La deuxième équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

$$\operatorname{div} \vec{B}(M,t) = 0. \quad \heartsuit$$

Cette équation permet d'obtenir la structure du champ magnétique $\vec{B}(M,t)$. On verra comment cela se traduit sous forme intégrale.

Equations de Maxwell

Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

Afin d'obtenir l'équation de Maxwell-flux sous **forme intégrale** il faut intégrer l'équation sur un volume $\mathcal{V}$

$$\iiint_{\mathcal{V}} \operatorname{div} \vec{B}(M,t)\mathrm{d}\tau = 0$$

avec $\mathrm{d}\tau$ le volume infinitésimale d'intégration.

Equations de Maxwell

Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

D'après le théorème de Grenn-Ostrogradski, l'équation de Maxwell-flux sous forme intégrale se récrit

$$\oiint_{\mathcal{S}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0. \quad \heartsuit$$

Equations de Maxwell

Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

D'après le théorème de Grenn-Ostrogradski, l'équation de Maxwell-flux sous forme intégrale se récrit

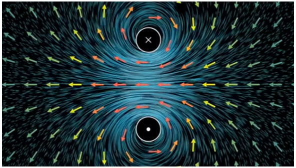
$$\oiint_{\mathcal{S}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0.$$

On reconnaît **le flux du champ magnétique**. Ce dernier est constamment nul : on dit que **le champ magnétique est à flux conservatif**.

Equations de Maxwell

Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

Comme on l'a vu pour une région sans charge électrique, la divergence du champ électrique est nul dans ce cas.



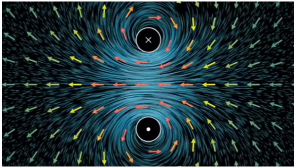
3Blue1Brown

Dans le cas du champ magnétique cela est toujours vrai, un peu comme si pour chaque pôle magnétique nord (terme source du champ magnétique, analogue à une charge positive) il y a avait forcément un pôle magnétique sud associé à lui (terme puits du champ magnétique, analogue à une charge négative).

Equations de Maxwell

Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

Comme on l'a vu pour une région sans charge électrique, la divergence du champ électrique est nul dans ce cas.



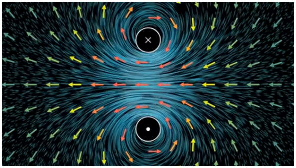
3Blue1Brown

Dans le cas du champ magnétique cela est toujours vrai, un peu comme si pour chaque pôle magnétique nord (terme source du champ magnétique, analogue à une charge positive) il y a avait forcément un pôle magnétique sud associé à lui (terme puits du champ magnétique, analogue à une charge négative).
Comme il y a toujours un terme source qui est compensé par un terme de perte du champ magnétique, on dit alors que **le champ magnétique est à flux conservatif**.

Equations de Maxwell

Maxwell-flux (ou Maxwell-Thomson)

Comme on l'a vu pour une région sans charge électrique, la divergence du champ électrique est nul dans ce cas.



3Blue1Brown

Dans le cas du champ magnétique cela est toujours vrai, un peu comme si pour chaque pôle magnétique nord (terme source du champ magnétique, analogue à une charge positive) il y a avait forcément un pôle magnétique sud associé à lui (terme puits du champ magnétique, analogue à une charge négative).
Comme il y a toujours un terme source qui est compensé par un terme de perte du champ magnétique, on dit alors que **le champ magnétique est à flux conservatif**.

On peut aussi dire qu'**il n'existe pas de monopôle magnétique** : il faut toujours qu'un pôle sud soit associé à un pôle nord (si on coupe en deux un aimant, on obtient deux aimants avec chacun des pôles nord et sud.)

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

La troisième équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}. \quad \heartsuit$$

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

La troisième équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}. \quad \heartsuit$$

Cette équation permet de faire le lien entre le champ électrique $\vec{E}(M,t)$ et le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$. En ce sens, le champ magnétique apparaît comme une source du champ électrique.

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

La troisième équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}.$$

Cette équation permet de faire le lien entre le champ électrique $\vec{E}(M,t)$ et le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$. En ce sens, le champ magnétique apparaît comme une source du champ électrique.

On donne la définition du rotationnel d'un vecteur en coordonnées cartésiennes

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{A}(M,t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}.$$

Afin d'obtenir l'équation de Maxwell-Ampère sous **forme intégrale** il faut intégrer l'équation sur une surface $\mathcal{S}$

$$\iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iint_{\mathcal{S}} -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

avec $\mathrm{d}\vec{S}$ l'élément de surface orientée infinitésimale.

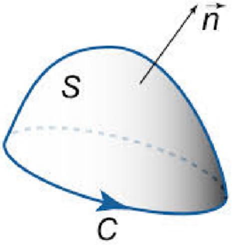
Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

On va ici utiliser le théorème de Stokes (qui vous sera toujours donné) afin de récrire l'intégrale surfacique de l'opérateur rotationnel

$$\iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{A}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_{\mathcal{L}} \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$$

avec $\mathcal{L}$ le contour fermé sur lequel s'appuie la surface $\mathcal{S}$ et orienté selon la règle de la main droite par rapport à la normale de la surface $\vec{n}$.



Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Ainsi, l'équation de Maxwell-Faraday sous forme intégrale se récrit

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \iint_{\mathcal{S}} -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\text{f.é.m.} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

avec Φ la flux du champ magnétique au travers de la surface $\mathcal{S}$.

On se rappelle qu'en électrostatique

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0.$$

Ce n'est plus le cas **en régime variable**. Dans ce cas le champ électrique n'est plus à circulation conservative : sa circulation est égale à une tension nommée force électromotrice. Elle est due à la variation du flux magnétique.

Ainsi, l'équation de Maxwell-Faraday sous forme intégrale se récrit

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \iint_{\mathcal{S}} -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\text{f.é.m.} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

avec Φ la flux du champ magnétique au travers de la surface $\mathcal{S}$.

On se rappelle qu'en électrostatique

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0.$$

Ce n'est plus le cas **en régime variable**. Dans ce cas le champ électrique n'est plus à circulation conservative : sa circulation est égale à une tension nommée force électromotrice. Elle est due à la variation du flux magnétique.

On reconnaît **la loi de Faraday** qui n'est autre que la forme intégrale de l'équation de Maxwell-Gauss.

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

La dernière équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0\vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}(M,t)}{\partial t}$$

avec ε_0 la perméabilité du vide.

La dernière équation sous **forme locale** est l'équation de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0 \vec{j}(M,t) + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} \quad \heartsuit$$

avec ε_0 la perméabilité du vide.
Cette équation permet de faire le lien entre le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ et les sources de ce champ : la densité de courant $\vec{j}$ et le champ électrique $\vec{E}(M,t)$.

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Afin d'obtenir l'équation de Maxwell-Ampère sous **forme intégrale** il faut intégrer l'équation sur une surface $\mathcal{S}$

$$\iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \mu_0 \iint_{\mathcal{S}} \vec{j}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \mu_0\varepsilon_0 \iint_{\mathcal{S}} \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

avec $\mathrm{d}\vec{S}$ l'élément de surface orientée infinitésimale.

En utilisant le théorème de Stokes, l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale se récrit

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 \iint_{\mathcal{S}} \vec{j}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_{\mathcal{S}} \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathrm{ent}} + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_{\mathcal{S}} \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}. \quad \heartsuit$$

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

En utilisant le théorème de Stokes, l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale se récrit

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 \iint_{\mathcal{S}} \vec{j}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_{\mathcal{S}} \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathrm{ent}} + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_{\mathcal{S}} \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}.$$

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Appliquons l'opérateur div sur l'équation de Maxwell-Ampère

$$\mathrm{div}\,\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t)\right) = \mu_0 \mathrm{div}\,\vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \mathrm{div}\,\vec{E}(M,t)}{\partial t}$$

on peut faire rentrer le div dans la dérivée partielle temporelle car les variables de temps et d'espace sont indépendantes.

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Appliquons l'opérateur div sur l'équation de Maxwell-Ampère

$$\mathrm{div}\,\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t)\right) = \mu_0 \mathrm{div}\,\vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \mathrm{div}\,\vec{E}(M,t)}{\partial t}$$

on peut faire rentrer le div dans la dérivée partielle temporelle car les variables de temps et d'espace sont indépendantes.

$$0 = \mu_0 \mathrm{div}\,\vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}\right)$$

car $\mathrm{div}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}} = 0$ et d'après Maxwell-Gauss $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$.

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Appliquons l'opérateur div sur l'équation de Maxwell-Ampère

$$\mathrm{div}\,\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t)\right) = \mu_0 \mathrm{div}\,\vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \mathrm{div}\,\vec{E}(M,t)}{\partial t}$$

on peut faire rentrer le div dans la dérivée partielle temporelle car les variables de temps et d'espace sont indépendantes.

$$0 = \mu_0 \mathrm{div}\,\vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}\right)$$

car $\mathrm{div}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}} = 0$ et d'après Maxwell-Gauss $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$.

$$0 = \mathrm{div}\,\vec{j}(M,t) + \frac{\partial \rho(M,t)}{\partial t}$$

on reconnaît **l'équation de conservation de la charge**.

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Le terme $\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}(M,t)}{\partial t}$ a été rajouté par Maxwell dans l'équation de Maxwell-Ampère afin de satisfaire la conservation de la charge. Ainsi

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0\vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}(M,t)}{\partial t}.$$

Par analogie on nomme le courant dû à la variation du champ électrique **le courant de déplacement** tel que $\vec{j}_d(M,t) = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}(M,t)}{\partial t}$, différent du **courant de conduction** $\vec{j}(M,t)$.

Equations de Maxwell

Maxwell-Ampère

Le terme $\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}$ a été rajouté par Maxwell dans l'équation de Maxwell-Ampère afin de satisfaire la conservation de la charge. Ainsi

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0 \vec{j}(M,t) + \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}.$$

Par analogie on nomme le courant dû à la variation du champ électrique **le courant de déplacement** tel que $\vec{j}_d(M,t) = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}$, différent du **courant de conduction** $\vec{j}(M,t)$.

Si l'on se place en **régime stationnaire** : c'est-à-dire que toute les dérivées temporelles sont prises nulles car toutes les grandeurs sont uniformes alors dans ce cas l'équation de Maxwell-Ampère devient sous forme locale et intégrale

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0 \vec{j}(M,t) \quad \text{et} \quad \oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathrm{ent}}.$$

On retrouve **le théorème d'Ampère de la magnétostatique**.

Plan

Les équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell-Ampère permettent de relier les champs électrique et magnétique à leur source : la densité de charge électrique $\rho(M,t)$ et la densité volumique de courant $\vec{j}(M,t)$.

Les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère permettent de montrer le couplage entre les champs électrique et magnétique : une variation temporelle d'un champ apparaît comme une source pour l'autre champ.

Propagation du champ électromagnétique

Relation qualitative

Les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère permettent de montrer le couplage entre les champs électrique et magnétique : une variation temporelle d'un champ apparaît comme une source pour l'autre champ.

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{M.F.}$$

D'après Maxwell-Faraday, une variation temporelle du champ magnétique provoque une variation spatial du champ électrique. Il se crée donc une perturbation du champ électrique. Ce dernier va alors varier dans le temps.

Propagation du champ électromagnétique

Relation qualitative

Les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère permettent de montrer le couplage entre les champs électrique et magnétique : une variation temporelle d'un champ apparaît comme une source pour l'autre champ.

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad \text{M.A.}$$

D'après Maxwell-Ampère, une variation temporelle du champ électrique provoque une variation spatial du champ magnétique. Il se crée donc une perturbation du champ magnétique également. Cette perturbation entraîne une variation dans le temps qui entraîne de nouveau une variation spatial du champ électrique, etc.

Ce couplage spatiotemporel entre champ électrique et champ magnétique provoque le phénomène de **propagation d'une onde électromagnétique**. ♥

Pour établir l'équation de propagation du champ électrique, on considère un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$. Dans ce cas les équations de Maxwell deviennent

Propagation du champ électromagnétique

Démonstration

Pour établir l'équation de propagation du champ électrique, on considère un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$. Dans ce cas les équations de Maxwell deviennent

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = 0$

Propagation du champ électromagnétique

Démonstration

Pour établir l'équation de propagation du champ électrique, on considère un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$. Dans ce cas les équations de Maxwell deviennent

- M.G. $\operatorname{div} \vec{E}(M,t) = 0$
- M.f. $\operatorname{div} \vec{B}(M,t) = 0$

Pour établir l'équation de propagation du champ électrique, on considère un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$. Dans ce cas les équations de Maxwell deviennent

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = 0$
- M.f. $\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$
- M.F. $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Pour établir l'équation de propagation du champ électrique, on considère un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$. Dans ce cas les équations de Maxwell deviennent

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = 0$
- M.f. $\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$
- M.F. $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- M.A. $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Propagation du champ électromagnétique

Démonstration

On applique l'opérateur rotationnel à l'équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E}(M,t)\right) = -\frac{\partial\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{B}}{\partial t}$$

on peut introduire l'opérateur rotationnel dans la dérivée temporelle car les variables spatiales et temporelle sont indépendantes.

Propagation du champ électromagnétique

Démonstration

On applique l'opérateur rotationnel à l'équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}(M,t)\right) = -\frac{\partial \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}}{\partial t}$$

on peut introduire l'opérateur rotationnel dans la dérivée temporelle car les variables spatiales et temporelle sont indépendantes.

On utilise la formule d'analyse vectorielle qui sera toujours fournie

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A}(M,t)\right) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}\,\vec{A}(M,t)\right) - \Delta\vec{A}(M,t)$$

avec Δ l'opérateur laplacien qui est définit en coordonnées cartésiennes tel que

$$\Delta\vec{A}(M,t) = \frac{\partial^2 A_x(M,t)}{\partial x^2}\vec{e}_x + \frac{\partial^2 A_y(M,t)}{\partial y^2}\vec{e}_y + \frac{\partial^2 A_z(M,t)}{\partial z^2}\vec{e}_z.$$

Propagation du champ électromagnétique

Démonstration

Il vient que

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t)\right) - \Delta\vec{E}(M,t) = -\frac{\partial\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t)}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t)\right) - \Delta\vec{E}(M,t) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}(M,t)}{\partial t}\right)$$

$$-\Delta\vec{E}(M,t) = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}(M,t)}{\partial t^2}$$

$$\Delta\vec{E}(M,t) - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}(M,t)}{\partial t^2} = 0$$

car $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = 0$ d'après M.G. et $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}(M,t)}{\partial t}$.

On reconnaît **l'équation de d'Alembert** ou **équation d'onde du champ électrique**.

Cette équation démontre que le champ électrique se propage comme une onde de célérité $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c_0$, soit **la vitesse de la lumière dans le vide**.

Propagation du champ électromagnétique

Démonstration

On peut établir l'équation de propagation du champ magnétique en appliquant l'opérateur rotationnel à l'équation de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}(M,t)\right) = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t)\right) - \Delta\vec{B}(M,t) = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}\right)$$

$$-\Delta\vec{B}(M,t) = -\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(M,t)}{\partial t^2}$$

$$\Delta\vec{B}(M,t) - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(M,t)}{\partial t^2} = 0$$

car $\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$ d'après M.f. et $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}$.

On reconnaît **l'équation de d'Alembert** ou **équation d'onde du champ magnétique**.

Cette équation démontre que le champ magnétique se propage comme une onde de célérité $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c_0$, soit **la vitesse de la lumière dans le vide**.

Plan

Nous allons établir les équations de Maxwell dans le cas où les champs sont statiques : leur dérivée temporelle est nulle. Dans ce cas

Nous allons établir les équations de Maxwell dans le cas où les champs sont statiques : leur dérivée temporelle est nulle. Dans ce cas

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Champs statiques

Equations locales

Nous allons établir les équations de Maxwell dans le cas où les champs sont statiques : leur dérivée temporelle est nulle. Dans ce cas

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- M.f. $\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$

Champs statiques

Equations locales

Nous allons établir les équations de Maxwell dans le cas où les champs sont statiques : leur dérivée temporelle est nulle. Dans ce cas

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- M.f. $\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$
- M.F. $\mathrm{rot}\,\vec{E}(M,t) = 0$

Champs statiques

Equations locales

Nous allons établir les équations de Maxwell dans le cas où les champs sont statiques : leur dérivée temporelle est nulle. Dans ce cas

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- M.f. $\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$
- M.F. $\mathrm{rot}\,\vec{E}(M,t) = 0$
- M.A. $\mathrm{rot}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0 \vec{j}(M,t)$

Champs statiques

Equations locales

Nous allons établir les équations de Maxwell dans le cas où les champs sont statiques : leur dérivée temporelle est nulle. Dans ce cas

- M.G. $\operatorname{div}\vec{E}(M,t) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- M.f. $\operatorname{div}\vec{B}(M,t) = 0$
- M.F. $\operatorname{rot}\vec{E}(M,t) = 0$
- M.A. $\operatorname{rot}\vec{B}(M,t) = \mu_0\vec{j}(M,t)$
- c.c. $\operatorname{div}\vec{j}(M,t) = 0.$

Champs statiques

Equations locales

Nous allons établir les équations de Maxwell dans le cas où les champs sont statiques : leur dérivée temporelle est nulle. Dans ce cas

- M.G. $\mathrm{div}\,\vec{E}(M,t) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- M.f. $\mathrm{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$
- M.F. $\mathrm{rot}\,\vec{E}(M,t) = 0$
- M.A. $\mathrm{rot}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0 \vec{j}(M,t)$
- c.c. $\mathrm{div}\,\vec{j}(M,t) = 0.$

On constate que les champs électrique et magnétique ne sont plus couplés.

Champs statiques

Equations intégrales

Dans le cas où les champs sont statiques, les équations intégrales sont

Champs statiques

Equations intégrales

Dans le cas où les champs sont statiques, les équations intégrales sont

- M.G. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0}$, théorème de Gauss (inchangé)

Champs statiques

Equations intégrales

Dans le cas où les champs sont statiques, les équations intégrales sont

- M.G. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0}$, théorème de Gauss (inchangé)
- M.f. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, conservation du flux magnétique (inchangé)

Dans le cas où les champs sont statiques, les équations intégrales sont

- M.G. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0}$, théorème de Gauss (inchangé)
- M.f. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{B}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, conservation du flux magnétique (inchangé)
- M.F. $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$, conservation de la circulation du champ électrique sur une boucle fermée (différent du cas variable)

Champs statiques

Equations intégrales

Dans le cas où les champs sont statiques, les équations intégrales sont

- M.G. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$, théorème de Gauss (inchangé)
- M.f. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, conservation du flux magnétique (inchangé)
- M.F. $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$, conservation de la circulation du champ électrique sur une boucle fermée (différent du cas variable)
- M.A. $\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{ent}}$, théorème d'Ampère (différent du cas variable)

Champs statiques

Equations intégrales

Dans le cas où les champs sont statiques, les équations intégrales sont

- M.G. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0}$, théorème de Gauss (inchangé)
- M.f. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{B}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, conservation du flux magnétique (inchangé)
- M.F. $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$, conservation de la circulation du champ électrique sur une boucle fermée (différent du cas variable)
- M.A. $\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathrm{ent}}$, théorème d'Ampère (différent du cas variable)
- c.c. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{j}(M,t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, soit $\sum_i I_i = 0$, loi des mailles.

Champs statiques

Equations intégrales

Dans le cas où les champs sont statiques, les équations intégrales sont

- M.G. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$, théorème de Gauss (inchangé)
- M.f. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, conservation du flux magnétique (inchangé)
- M.F. $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$, conservation de la circulation du champ électrique sur une boucle fermée (différent du cas variable)
- M.A. $\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{ent}}$, théorème d'Ampère (différent du cas variable)
- c.c. $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{j}(M,t) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, soit $\sum_i I_i = 0$, loi des mailles.

Dans le cas statique, on retrouve la conservation de la circulation du champ électrique sur une boucle fermée, le théorème d'Ampère et la loi des mailles vus en électrostatique et magnétostatique.