

Leçon 14 : propagation des ondes électromagnétiques

E. Capitaine

TSI 2 - Lycée Charles Coëffin

20 janvier 2026

Plan

- 1 Introduction
- 2 Équations de propagations
 - Équation de propagation du champ électrique
 - Équation de propagation du champ magnétique
 - Domaines du spectre des ondes électromagnétiques
- 3 Ondes planes
 - Modèles des ondes planes
 - Ondes planes progressives harmoniques (OPPH)
- 4 Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH
- 4 Aspects énergétiques
 - Densité volumique d'énergie électromagnétique
 - Vecteur de Poynting
 - Bilan d'énergie
- 5 Polarisation
 - Définition
 - Polarisation rectiligne
- 6 Réflexions d'une OPPM
 - Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Plan

1 Introduction

2 Équations de propagations

- Équation de propagation du champ électrique
- Équation de propagation du champ magnétique
- Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

3 Ondes planes

- Modèles des ondes planes
- Ondes planes progressives harmoniques (OPPH)

- Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

4 Aspects énergétiques

- Densité volumique d'énergie électromagnétique
- Vecteur de Poynting
- Bilan d'énergie

5 Polarisation

- Définition
- Polarisation rectiligne

6 Réflexions d'une OPPM

- Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Introduction

Cas introductif

On compare l'atténuation de la lumière par des lunettes solaires non polarisées (à gauche) et des lunettes polarisées (à droite).



Sans lunettes polarisées

Avec lunettes polarisées

Source : [MSEI](#)

Introduction

Cas introductif

On compare l'atténuation de la lumière par des lunettes solaires non polarisées (à gauche) et des lunettes polarisées (à droite).



Sans lunettes polarisées

Avec lunettes polarisées

Source : [MSEI](#)

Pourquoi les lunettes solaires polarisées sont-elles plus efficaces ?

Plan

1 Introduction

2 Équations de propagations

- Équation de propagation du champ électrique
- Équation de propagation du champ magnétique
- Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

3 Ondes planes

- Modèles des ondes planes
- Ondes planes progressives harmoniques (OPPH)

- Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

4 Aspects énergétiques

- Densité volumique d'énergie électromagnétique
- Vecteur de Poynting
- Bilan d'énergie

5 Polarisation

- Définition
- Polarisation rectiligne

6 Réflexions d'une OPPM

- Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Équations de propagations

Équation de propagation du champ électrique

On a vu dans la leçon précédente, comment obtenir l'équation de d'Alembert ou équation d'onde du champ électrique à partir des équations de Maxwell **dans un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$.**

Équations de propagations

Équation de propagation du champ électrique

On a vu dans la leçon précédente, comment obtenir l'équation de d'Alembert ou équation d'onde du champ électrique à partir des équations de Maxwell **dans un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$.**

On applique l'opérateur rotationnel sur l'équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) = -\frac{\partial \vec{B}(M)}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) \right) = \overrightarrow{\text{rot}} \left(-\frac{\partial \vec{B}(M)}{\partial t} \right)$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div} \vec{E}(M) \right) - \Delta \vec{E}(M) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M) \right).$$

Équations de propagations

Équation de propagation du champ électrique

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div } \vec{E}(M) \right) - \Delta \vec{E}(M) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M) \right).$$

Équations de propagations

Équation de propagation du champ électrique

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div } \vec{E}(M) \right) - \Delta \vec{E}(M) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M) \right).$$

On utilise l'équation de Maxwell-Gauss pour $\rho = 0$: $\text{div } \vec{E}(M) = 0$
et l'équation de Maxwell-Ampère pour $\vec{j} = 0$: $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M)}{\partial t}$.

$$-\Delta \vec{E}(M) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(M)}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{E}(M) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(M)}{\partial t^2} = 0.$$

Équations de propagations

Équation de propagation du champ électrique

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div } \vec{E}(M) \right) - \Delta \vec{E}(M) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M) \right).$$

On utilise l'équation de Maxwell-Gauss pour $\rho = 0$: $\text{div } \vec{E}(M) = 0$
et l'équation de Maxwell-Ampère pour $\vec{j} = 0$: $\text{rot } \vec{B}(M) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M)}{\partial t}$.

$$-\Delta \vec{E}(M) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(M)}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{E}(M) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(M)}{\partial t^2} = 0.$$

On reconnaît l'équation de d'Alembert ou l'équation d'onde

$\Delta \vec{E}(M) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(M)}{\partial t^2} = 0$. **Le champ électrique est donc une onde qui se propage à la vitesse $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$, soit la célérité d'une onde électromagnétique dans le vide c_0 .**

Équations de propagations

Équation de propagation du champ magnétique

On a vu dans la leçon précédente, comment obtenir l'équation de d'Alembert ou équation d'onde du champ magnétique à partir des équations de Maxwell **dans un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$.**

Équations de propagations

Équation de propagation du champ magnétique

On a vu dans la leçon précédente, comment obtenir l'équation de d'Alembert ou équation d'onde du champ magnétique à partir des équations de Maxwell **dans un espace vide de toute charge $\rho = 0$ et de tout courant $\vec{j} = \vec{0}$.**

On applique l'opérateur rotationnel sur l'équation de Maxwell-Ampère pour $\vec{j} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M)}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M) \right) = \mu_0 \varepsilon_0 \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\partial \vec{E}(M)}{\partial t} \right)$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div} \vec{B}(M) \right) - \Delta \vec{B}(M) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) \right).$$

Équations de propagations

Équation de propagation du champ magnétique

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div} \vec{B}(M) \right) - \Delta \vec{B}(M) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) \right).$$

Équations de propagations

Équation de propagation du champ magnétique

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div } \vec{B}(M) \right) - \Delta \vec{B}(M) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) \right).$$

On utilise l'équation de Maxwell-flux : $\text{div } \vec{B}(M) = 0$
et l'équation de Maxwell-Faraday : $\text{rot } \vec{E}(M) = -\frac{\partial \vec{B}(M)}{\partial t}$.

$$-\Delta \vec{B}(M) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(M)}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{B}(M) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(M)}{\partial t^2} = 0.$$

Équations de propagations

Équation de propagation du champ magnétique

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\text{div } \vec{B}(M) \right) - \Delta \vec{B}(M) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) \right).$$

On utilise l'équation de Maxwell-flux : $\text{div } \vec{B}(M) = 0$
et l'équation de Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M) = -\frac{\partial \vec{B}(M)}{\partial t}$.

$$\begin{aligned} -\Delta \vec{B}(M) &= -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(M)}{\partial t^2} \\ \Delta \vec{B}(M) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(M)}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned}$$

On reconnaît l'équation de d'Alembert ou l'équation d'onde $\Delta \vec{B}(M) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{B}(M)}{\partial t^2} = 0$. **Le champ magnétique est donc une onde qui se propage à la vitesse $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$, soit la célérité d'une onde électromagnétique dans le vide c_0 .**

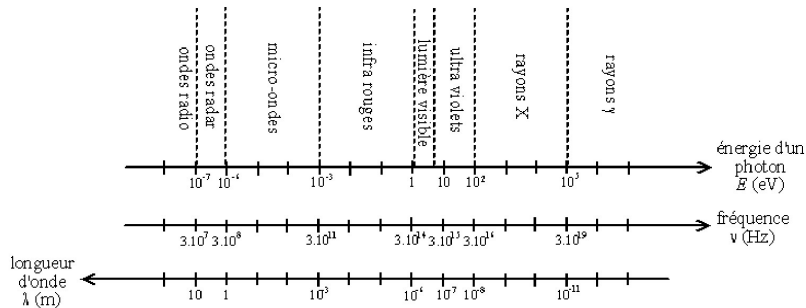
Équations de propagations

Équation de propagation du champ magnétique

Ainsi on a prouvé qu'une onde électromagnétique est composée de deux parties : une partie électrique $\vec{E}(M)$ et une partie magnétique $\vec{B}(M)$. Ces deux parties composent l'onde électromagnétique qui se propagent à la célérité $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ dans le vide.

Équations de propagations

Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

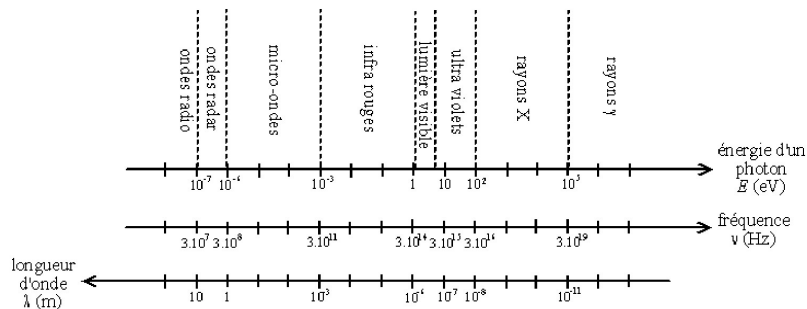


On peut classer les ondes électromagnétiques (EM) en fonction de leur fréquence f ou de leur longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = \frac{c_0}{f}$.

Selon la gamme de fréquences les applications de ces ondes sont différentes.

Équations de propagations

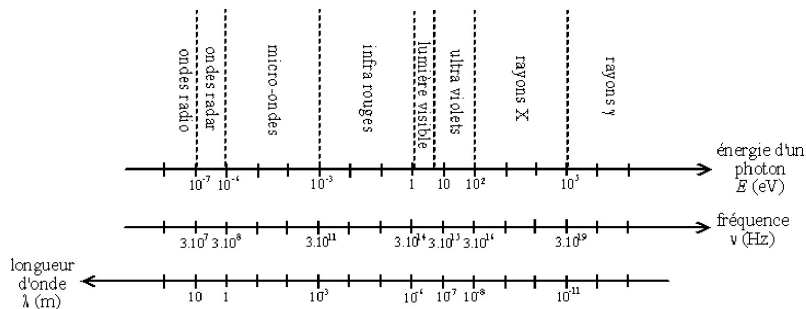
Domaines du spectre des ondes électromagnétiques



Les **ondes radiophoniques** de la bande FM correspondent à une gamme de fréquence de l'ordre 100 MHz.

Équations de propagations

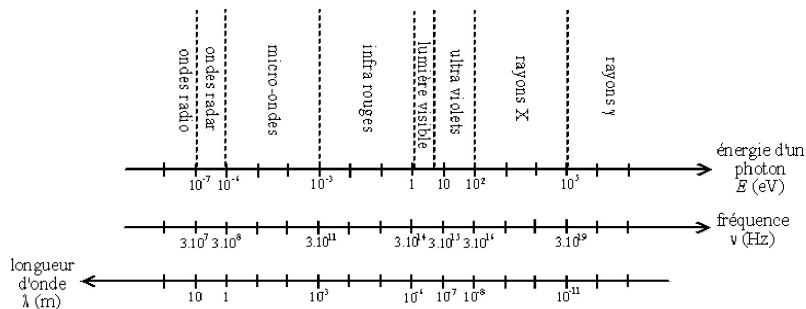
Domaines du spectre des ondes électromagnétiques



La **TNT** exploite des ondes EM comprises entre 470 MHz et 790 MHz.

Équations de propagations

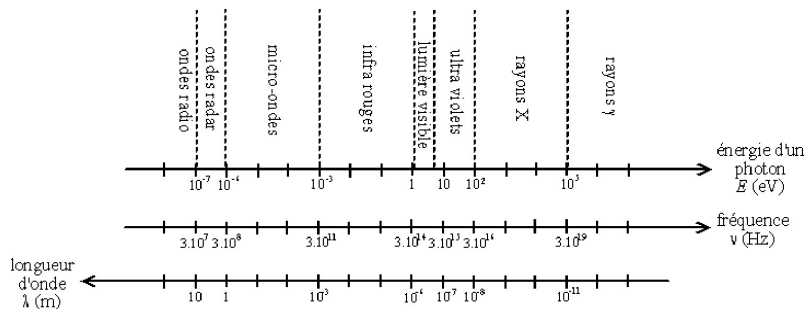
Domaines du spectre des ondes électromagnétiques



La **téléphonie mobile** exploite des ondes EM de l'ordre du GHz.

Équations de propagations

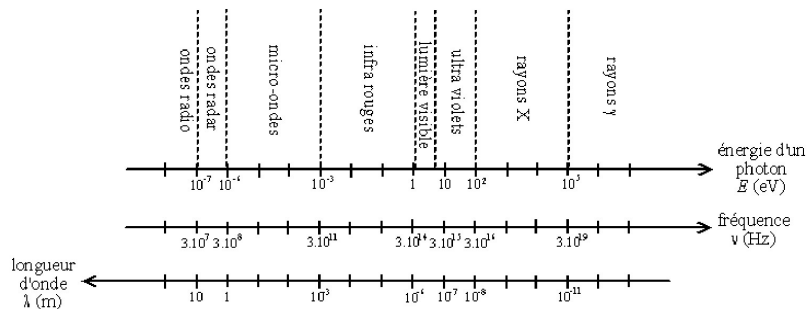
Domaines du spectre des ondes électromagnétiques



Le réseau **WiFi** exploite des ondes EM soit à 2,4 GHz soit à 5 GHz.

Équations de propagations

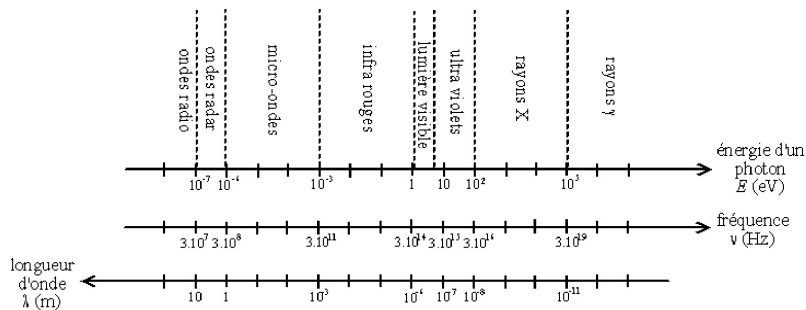
Domaines du spectre des ondes électromagnétiques



Les rayons X et rayons γ sont qualifiés de **rayonnements ionisants**, c'est-à-dire à même d'arracher un électron à un atome.

Équations de propagations

Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

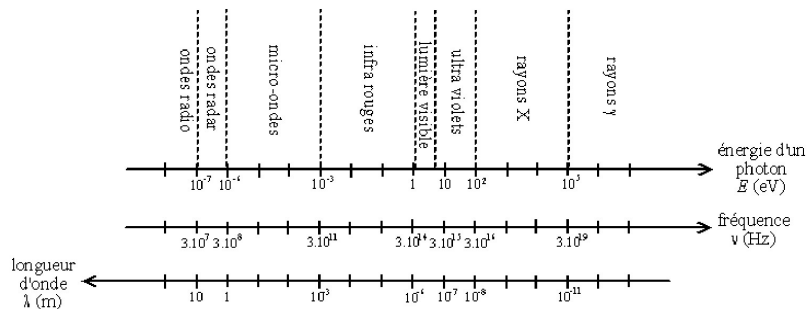


Les rayons X et rayons γ sont qualifiés de **rayonnements ionisants**, c'est-à-dire à même d'arracher un électron à un atome.

L'emploi de rayons X est l'une des principales techniques d'imagerie médicale, également utilisée pour l'étude de la matière à l'échelle atomique.

Équations de propagations

Domaines du spectre des ondes électromagnétiques



Les rayons X et rayons γ sont qualifiés de **rayonnements ionisants**, c'est-à-dire à même d'arracher un électron à un atome.

Les rayons γ sont produits par la désintégration de noyaux radioactifs. Ils sont également exploités en imagerie médicale et en spectroscopie, mais peuvent provoquer de graves lésions qui peuvent menées à des cancers.

Plan

1 Introduction

2 Équations de propagations

- Équation de propagation du champ électrique
- Équation de propagation du champ magnétique
- Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

3 Ondes planes

- Modèles des ondes planes
- Ondes planes progressives harmoniques (OPPH)

• Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

4 Aspects énergétiques

- Densité volumique d'énergie électromagnétique
- Vecteur de Poynting
- Bilan d'énergie

5 Polarisation

- Définition
- Polarisation rectiligne

6 Réflexions d'une OPPM

- Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Ondes planes

Modèles des ondes planes

Une des solutions de l'équation de d'Alembert pour la partie électrique ou magnétique d'une onde EM : **les ondes planes**.

Une onde est plane si elle ne dépend que du temps et d'une seule dimension spatiale cartésienne :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}(x, t) \quad \text{et} \quad \vec{B}(M, t) = \vec{B}(x, t). \quad \color{red}{\heartsuit}$$

Ondes planes

Modèles des ondes planes

Rappel : une **onde plane** est une onde pour laquelle les surfaces d'onde sont des plans.

Rappel :

Comment réaliser une onde plane ?

Ondes planes

Modèles des ondes planes

Rappel : une **onde plane** est une onde pour laquelle les surfaces d'onde sont des plans.

Rappel : une **surface d'onde** sont les lieux où le champ est constant à un instant fixé.

Comment réaliser une onde plane ?

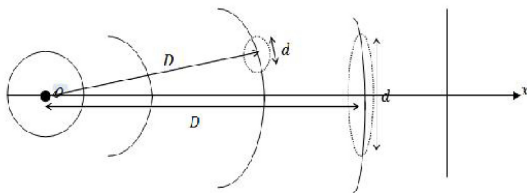
Ondes planes

Modèles des ondes planes

Rappel : une **onde plane** est une onde pour laquelle les surfaces d'onde sont des plans.

Rappel : une **surface d'onde** sont les lieux où le champ est constant à un instant fixé.

Comment réaliser une onde plane? Si on observe une onde sphérique à une grande distance de la source, on peut approximer une partie de l'onde sphérique à une onde plane?



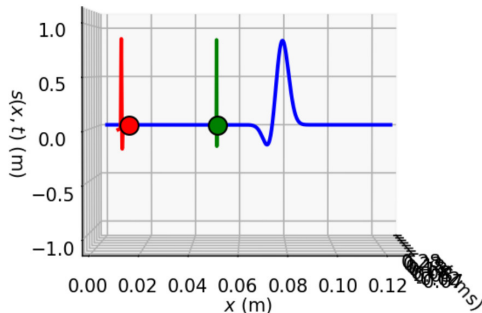
Ondes planes

Modèles des ondes planes

Une onde plane se propageant selon le sens des x croissants d'un axe (Ox) a pour équation (représentation spatiale : on prend une photo à un instant t fixé)

$$\vec{E}(x, t) = s(x - ct)\vec{e}_p$$

avec \vec{e}_p un vecteur unitaire perpendiculaire à l'axe (Ox).



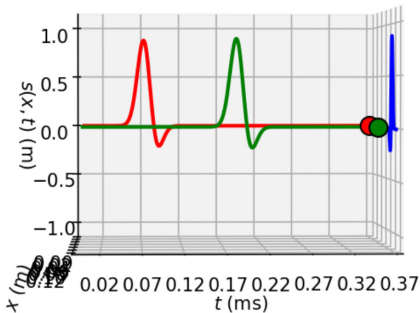
Ondes planes

Modèles des ondes planes

Une onde plane se propageant selon le sens des x croissants d'un axe (Ox) a pour équation (représentation temporelle : on suit les variations en un point x fixé)

$$\vec{E}(x, t) = s\left(t - \frac{x}{c}\right)\vec{e}_p$$

avec \vec{e}_p un vecteur unitaire perpendiculaire à l'axe (Ox).



Ondes planes

Modèles des ondes planes

Une onde plane se propageant selon le sens des x décroissants d'un axe (Ox) a pour équation (représentation spatial : on prend une photo à un instant t fixé)

$$\vec{E}(x, t) = f(x + ct)\vec{e}_p$$

avec \vec{e}_p un vecteur unitaire perpendiculaire à l'axe (Ox).

Ondes planes

Modèles des ondes planes


Une onde plane se propageant selon le sens des x décroissants d'un axe (Ox) a pour équation (représentation temporelle : on suit les variations en un point x fixé)

$$\vec{E}(x, t) = f\left(t + \frac{x}{c}\right)\vec{e}_p$$

avec \vec{e}_p un vecteur unitaire perpendiculaire à l'axe (Ox).

Ondes planes


Modèles des ondes planes

On retiendra que toute onde plane, solution de l'équation de d'Alembert cartésienne à une dimension s'écrit comme la superposition de deux OPP se propageant en des sens opposés 

$$\vec{E}(x, t) = s(x - ct)\vec{e}_p + f(x + ct)\vec{e}_p. \quad \img alt="red heart" data-bbox="726 556 764 608"/>$$

Ondes planes

Ondes planes progressives harmonique (OPPH)

Une onde plane progressive est dite **harmonique** (OPPH) ou **sinusoïdale** ou **monochromatique** (OPPM) si sa dépendance en temps est sinusoïdale en tout point de l'espace 

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(\omega t \pm kx - \varphi) \vec{u}_p \quad \img alt="red heart icon" data-bbox="708 363 748 413"/>$$

avec ω la pulsation unique de l'onde, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ la pulsation spatiale qui s'exprime en $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$ et φ la phase à l'origine.

Ondes planes

Ondes planes progressives harmonique (OPPH)

Une onde plane progressive est dite **harmonique** (OPPH) ou **sinusoïdale** ou **monochromatique** (OPPM) si sa dépendance en temps est sinusoïdale en tout point de l'espace ❤️

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(\omega t \pm kx - \varphi) \vec{u}_p \quad \text{❤️}$$

avec ω la pulsation unique de l'onde, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ la pulsation spatiale qui s'exprime en $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$ et φ la phase à l'origine.

On appelle **vecteur d'onde** d'une OPPH le vecteur de norme $\frac{2\pi}{\lambda}$ de même direction et même sens que la **propagation** ❤️

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \quad \text{❤️}$$

avec \vec{u} la direction de propagation perpendiculaire à la direction des champs électrique et magnétique.

Ondes planes

Ondes planes progressives harmonique (OPPH)

On peut généraliser l'expression d'une OPPH à partir du vecteur d'onde

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi) \vec{u}_p \quad \heartsuit.$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

Pour obtenir **la relation de structure** entre les parties électrique $\vec{E}(M, t)$ et magnétique $\vec{B}(M, t)$ d'une OPPH dans le vide, on utilise les équations de Maxwell locales **sans charge et sans courant** en écriture complexe.

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

Pour obtenir **la relation de structure** entre les parties électrique $\vec{E}(M, t)$ et magnétique $\vec{B}(M, t)$ d'une OPPH dans le vide, on utilise les équations de Maxwell locales **sans charge et sans courant** en écriture complexe.

Pour cela on doit étudier à quoi correspond les opérateurs dérivée temporelle, divergence et rotationnel en complexe.

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On commence par écrire **la dérivée temporelle en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot O\vec{M} - \varphi)} \vec{u}_p.$$

$$\frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} =$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On commence par écrire **la dérivée temporelle en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi)} \vec{u}_p.$$

$$\frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} = i\omega \underline{\vec{E}}(M, t) \quad \heartsuit$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On commence par écrire **la dérivée temporelle en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi)} \vec{u}_p.$$

$$\frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} = i\omega \underline{\vec{E}}(M, t) \quad \heartsuit$$
$$\frac{\partial}{\partial t} \iff i\omega \quad \heartsuit$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On écrit **la divergence en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\begin{aligned}\underline{\vec{E}}(M, t) &= E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi)} \vec{u}_p \\ &= E_{0,x} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_x \\ &\quad + E_{0,y} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_y \\ &\quad + E_{0,z} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_z.\end{aligned}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) =$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) =$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) =$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On écrit **la divergence en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\begin{aligned}\underline{\vec{E}}(M, t) &= E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi)} \vec{u}_p \\ &= E_{0,x} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_x \\ &\quad + E_{0,y} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_y \\ &\quad + E_{0,z} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_z.\end{aligned}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) =$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) =$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On écrit **la divergence en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\begin{aligned}\underline{\vec{E}}(M, t) &= E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi)} \vec{u}_p \\ &= E_{0,x} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_x \\ &\quad + E_{0,y} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_y \\ &\quad + E_{0,z} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_z.\end{aligned}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = -ik_x \underline{E}_x - ik_y \underline{E}_y - ik_z \underline{E}_z$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) =$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On écrit **la divergence en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\begin{aligned}\underline{\vec{E}}(M, t) &= E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi)} \vec{u}_p \\ &= E_{0,x} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_x \\ &\quad + E_{0,y} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_y \\ &\quad + E_{0,z} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_z.\end{aligned}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = -ik_x \underline{E}_x - ik_y \underline{E}_y - ik_z \underline{E}_z$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}}(M, t) \quad \heartsuit$$

$$\operatorname{div} \iff -i\vec{k} \cdot \quad \heartsuit$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

Si on étudie **le rotationnel en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\begin{aligned}\underline{\vec{E}}(M, t) &= E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot O\vec{M} - \varphi)} \vec{u}_p \\ &= E_{0,x} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_x \\ &+ E_{0,y} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_y \\ &+ E_{0,z} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_z\end{aligned}$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

Si on étudie **le rotationnel en complexe** pour un champ électrique complexe tel que

$$\begin{aligned}\underline{\vec{E}}(M, t) &= E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \varphi)} \vec{u}_p \\ &= E_{0,x} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_x \\ &\quad + E_{0,y} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_y \\ &\quad + E_{0,z} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z - \varphi)} \vec{u}_z\end{aligned}$$

on peut montrer que pour une OPPH

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\text{rot}} \underline{\vec{E}}(M, t) &= -i \vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}(M, t) \quad \heartsuit \\ \overrightarrow{\text{rot}} &\iff -i \vec{k} \wedge \quad \heartsuit\end{aligned}$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

À partir de ces expressions des opérateurs dérivées temporelles, divergence et rotationnel en complexe, on peut récrire les équations de Maxwell **dans le vide** en complexe

$$(M.G.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = 0 \quad \iff$$

$$(M.f.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{B}}(M, t) = 0 \quad \iff$$

$$(M.F.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{E}}(M, t) = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff$$

$$(M.A.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{B}}(M, t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

À partir de ces expressions des opérateurs dérivées temporelles, divergence et rotationnel en complexe, on peut récrire les équations de Maxwell **dans le vide** en complexe

$$(M.G.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}}(M, t) = 0$$

$$(M.f.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{B}}(M, t) = 0 \quad \Longleftrightarrow$$

$$(M.F.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{E}}(M, t) = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}(M, t)}{\partial t} \quad \Longleftrightarrow$$

$$(M.A.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{B}}(M, t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} \quad \Longleftrightarrow$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

À partir de ces expressions des opérateurs dérivées temporelles, divergence et rotationnel en complexe, on peut récrire les équations de Maxwell **dans le vide** en complexe

$$(M.G.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = 0 \quad \iff \quad -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}}(M, t) = 0$$

$$(M.f.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{B}}(M, t) = 0 \quad \iff \quad -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{B}}(M, t) = 0$$

$$(M.F.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{E}}(M, t) = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff$$

$$(M.A.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{B}}(M, t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

À partir de ces expressions des opérateurs dérivées temporelles, divergence et rotationnel en complexe, on peut récrire les équations de Maxwell **dans le vide** en complexe

$$(M.G.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = 0 \quad \iff \quad -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}}(M, t) = 0$$

$$(M.f.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{B}}(M, t) = 0 \quad \iff \quad -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{B}}(M, t) = 0$$

$$(M.F.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{E}}(M, t) = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff \\ -i\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}(M, t) = -i\omega \underline{\vec{B}}(M, t)$$

$$(M.A.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{B}}(M, t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

À partir de ces expressions des opérateurs dérivées temporelles, divergence et rotationnel en complexe, on peut récrire les équations de Maxwell **dans le vide** en complexe

$$(M.G.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{E}}(M, t) = 0 \quad \iff \quad -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}}(M, t) = 0$$

$$(M.f.) \quad \operatorname{div} \underline{\vec{B}}(M, t) = 0 \quad \iff \quad -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{B}}(M, t) = 0$$

$$(M.F.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{E}}(M, t) = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff \\ -i\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}(M, t) = -i\omega \underline{\vec{B}}(M, t)$$

$$(M.A.) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \underline{\vec{B}}(M, t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}(M, t)}{\partial t} \quad \iff \\ -i\vec{k} \wedge \underline{\vec{B}}(M, t) = i\omega \mu_0 \varepsilon_0 \underline{\vec{E}}(M, t).$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

Ainsi d'après les équations de Maxwell, **dans le vide sans charge et sans courant**, les parties électrique et magnétiques de l'**OPPH** sont toutes deux perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde EM donnée par le vecteur d'onde \vec{k}

$$\vec{k} \cdot \vec{E}(M, t) = 0 \quad \text{et} \quad \vec{k} \cdot \vec{B}(M, t) = 0.$$

Les trois vecteur \vec{k} , \vec{E} et \vec{B} forme un trièdre direct telle que

$$\omega \vec{B}(M, t) = \vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)$$

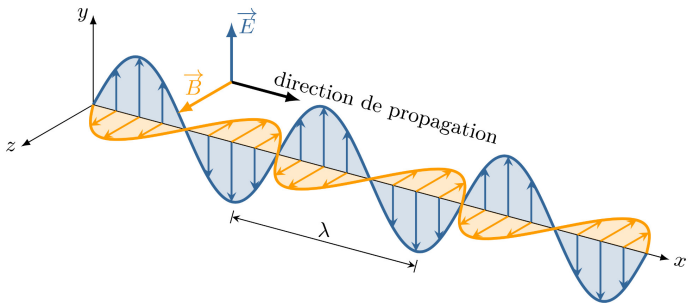
$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{\omega}. \quad \color{red}{\heartsuit}$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

Dans le vide sans charge l'OPPH a pour structure

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{\omega} \quad \heartsuit$$



Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On peut généraliser ce résultat aux **OPP**, soit des ondes avec plusieurs fréquences ou plusieurs pulsations. Il faut donc enlever la dépendance en ω de la relation de structure

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{\omega}$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On peut généraliser ce résultat aux **OPP**, soit des ondes avec plusieurs fréquences ou plusieurs pulsations. Il faut donc enlever la dépendance en ω de la relation de structure

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{\omega} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{kc_0}$$

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On peut généraliser ce résultat aux **OPP**, soit des ondes avec plusieurs fréquences ou plusieurs pulsations. Il faut donc enlever la dépendance en ω de la relation de structure

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{\omega} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{kc_0}$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}(M, t)}{c_0} \quad \color{red}{\heartsuit}$$

en utilisant la relation $c_0 = \frac{\omega}{k}$ et avec \vec{u} le vecteur unitaire porté par le vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}$.

Ondes planes

Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

On peut généraliser ce résultat aux **OPP**, soit des ondes avec plusieurs fréquences ou plusieurs pulsations. Il faut donc enlever la dépendance en ω de la relation de structure

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{\omega} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}(M, t)}{kc_0}$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}(M, t)}{c_0} \quad \color{red}{\heartsuit}$$

en utilisant la relation $c_0 = \frac{\omega}{k}$ et avec \vec{u} le vecteur unitaire porté par le vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}$.

On remarque que les parties magnétique et électrique d'une OPP dans le vide sont en phase et que leur norme sont telles que

$$\|\vec{B}(M, t)\| = \frac{\|\vec{E}(M, t)\|}{c_0}.$$

Plan

1 Introduction

2 Équations de propagations

- Équation de propagation du champ électrique
- Équation de propagation du champ magnétique
- Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

3 Ondes planes

- Modèles des ondes planes
- Ondes planes progressives harmoniques (OPPH)

- Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

4 Aspects énergétiques

- Densité volumique d'énergie électromagnétique
- Vecteur de Poynting
- Bilan d'énergie

5 Polarisation

- Définition
- Polarisation rectiligne

6 Réflexions d'une OPPM

- Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

On définit la **densité volumique d'énergie électromagnétique instantanée** u_{em} portée par une onde est

$$u_{em} = u_e + u_m \quad \heartsuit$$
$$u_{em} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2(M, t) + \frac{1}{2} \frac{B^2(M, t)}{\mu_0} \quad \heartsuit$$

avec u_e et u_m les densités volumiques d'énergie électrique et magnétique exprimée en $\text{J} \cdot \text{m}^3$.

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

Application : on considère une OPPH se propageant selon les x positifs et ayant pour équation de son champ électrique

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y.$$

Quelle est l'expression de sa densité volumique de charge u_{em} et de la valeur moyenne de cette dernière $\langle u_{em} \rangle$?

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

On cherche d'abord l'expression du champ magnétique à partir de la relation de structure d'une OPP

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}(M, t)}{c_0}$$

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

On cherche d'abord l'expression du champ magnétique à partir de la relation de structure d'une OPP

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}(M, t)}{c_0} = \frac{\vec{u}_x \wedge E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y}{c_0}$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{c_0} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z.$$

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

La densité volumique d'énergie EM est donc

$$u_{em} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(M, t) + \frac{1}{2} \frac{B^2(M, t)}{\mu_0}$$

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

La densité volumique d'énergie EM est donc

$$u_{em} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(M, t) + \frac{1}{2} \frac{B^2(M, t)}{\mu_0}$$

$$u_{em} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) + \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\mu_0 c_0^2} \cos(\omega t - kx).$$

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

La densité volumique d'énergie EM est donc


$$u_{em} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2(M, t) + \frac{1}{2} \frac{B^2(M, t)}{\mu_0}$$

$$u_{em} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) + \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\mu_0 c_0^2} \cos(\omega t - kx).$$

Or $\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c_0^2}$ donc

$$u_{em} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) + \frac{1}{2} \mu_0 \varepsilon_0 \frac{E_0^2}{\mu_0} \cos(\omega t - kx)$$

$$u_{em} = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Pour une OPPH la densité volumique d'énergie électromagnétique est équirépartie entre les formes électrique et magnétique 

$$u_e = u_m = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

La moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie EM est alors

$$\langle u_{em} \rangle = \langle u_e \rangle + \langle u_m \rangle$$

$$\langle u_{em} \rangle = 2 \left\langle \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \right\rangle$$

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

La moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie EM est alors

$$\langle u_{em} \rangle = \langle u_e \rangle + \langle u_m \rangle$$

$$\langle u_{em} \rangle = 2 \left\langle \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \right\rangle$$

$$\langle u_{em} \rangle = \varepsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle$$

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2.$$

Aspects énergétiques

Densité volumique d'énergie électromagnétique

La moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie EM est alors

$$\langle u_{em} \rangle = \langle u_e \rangle + \langle u_m \rangle$$

$$\langle u_{em} \rangle = 2 \left\langle \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \right\rangle$$

$$\langle u_{em} \rangle = \varepsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle$$

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2.$$

On peut récrire cette expression en fonction de la norme du champ magnétique en se rappelant que pour une OPP : $B_0 = \frac{E_0}{c_0}$, soit

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0^2 B_0^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} B_0^2$$

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{\mu_0}.$$

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

On définit le **vecteur densité de courant d'énergie électromagnétique** ou **vecteur de Poynting** $\vec{\Pi}$ tel que

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0} \quad \heartsuit.$$

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

On a vu précédemment que pour un vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_x$ et $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$ alors $\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{c_0} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$ ainsi

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0} =$$

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

On a vu précédemment que pour un vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_x$ et $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$ alors $\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{c_0} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$ ainsi

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0} = \frac{E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)}{c_0 \mu_0} \vec{u}_x$$

or $\frac{1}{\mu_0} = \varepsilon_0 c_0^2$ donc

$$\vec{\Pi} = \varepsilon_0 c_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \vec{u}_x.$$

La moyenne temporelle du vecteur de Poynting est donc

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 E_0^2 \vec{u}_x.$$

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 E_0^2 \vec{u}_x.$$

On constate que le vecteur de Poynting d'une OPPH est orienté selon le vecteur d'onde \vec{k} . ❤️

De plus, on sait que $u_{em} = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$ et $\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2$, on peut donc récrire

$$\vec{\Pi} = u_{em} c_0 \vec{u} \quad \text{et} \quad \langle \vec{\Pi} \rangle = \langle u_{em} \rangle c_0 \vec{u} \quad \text{❤️}$$

avec \vec{u} le vecteur unitaire porté par \vec{k} .

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting ou vecteur densité de courant d'énergie EM est

$$\vec{\Pi} = u_{em} c_0 \vec{u}.$$

Faisons le parallèle avec le vecteur densité de courant électrique

$$\vec{j} = \rho \vec{v}$$

ce dernier illustre le fait que les charges électriques de densité volumique ρ se déplacent à la vitesse v .

De même, le vecteur de Poynting illustre le fait que l'énergie EM de densité volumique u_{em} se propagent à la vitesse c_0 dans la direction de propagation de l'onde. ❤️

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

Si on calcule le flux du vecteur de Poynting moyen d'une onde EM au travers d'une surface \mathcal{S} il vient que

$$\iint_{\mathcal{S}} \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S} = \iint_{\mathcal{S}} \langle u_{em} \rangle c_0 \vec{u} \cdot d\vec{S}.$$

En étudiant les unités du terme de droite on voit

$$[u_{em}] \times [c_0] \times [dS] = \text{J} \cdot \text{m}^{-3} \times \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \times \text{m}^2 = \text{J} \cdot \text{s}^{-1} = \text{W}.$$

Le flux du vecteur de Poynting moyen correspond à une puissance et le vecteur de Poynting moyen correspond à une puissance surfacique orientée d'unité $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$. ❤️

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

On a déjà vu la puissance surfacique d'une onde EM auparavant, il s'agit de la grandeur que l'on a nommée **éclairement** et notée \mathcal{E} . Ainsi

$$\mathcal{E} = \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot \vec{u} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 E_0^2 \vec{u} \cdot \vec{u} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 E_0^2.$$

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

On a déjà vu la puissance surfacique d'une onde EM auparavant, il s'agit de la grandeur que l'on a nommée **éclairement** et notée \mathcal{E} . Ainsi

$$\mathcal{E} = \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot \vec{u} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 E_0^2 \vec{u} \cdot \vec{u} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 E_0^2.$$

Dans la leçon portant sur le modèle scalaire de la lumière, on avait posé

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} K E_0^2$$

avec K une constante à définir. On montre enfin ici que cette constante $K = \varepsilon_0 c_0$.

Aspects énergétiques

Vecteur de Poynting

Attention : les moyennes temporelles des grandeurs énergétiques se calculent avec des expressions réelles

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \langle E^2(M, t) \rangle + \frac{1}{2} \left\langle \frac{B^2(M, t)}{\mu_0} \right\rangle$$
$$\langle \Pi \rangle = \frac{\langle \vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t) \rangle}{\mu_0}.$$

On peut utiliser la représentation complexe mais dans ce cas là les expressions sont différentes

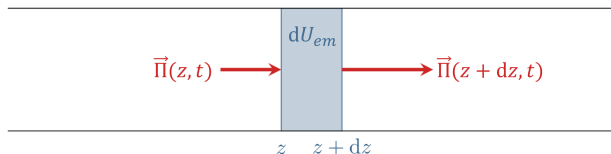
$$\langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} \underline{\vec{E}}(M, t) \cdot \underline{\vec{E}}^*(M, t) \right) + \frac{1}{2} \frac{\operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} \underline{\vec{B}}(M, t) \cdot \underline{\vec{B}}^*(M, t) \right)}{\mu_0}$$
$$\langle \Pi \rangle = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} \frac{\underline{\vec{E}}(M, t) \wedge \underline{\vec{B}}^*(M, t)}{\mu_0} \right).$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

De la même manière qu'on l'a fait pour obtenir l'équation de conservation de la charge, nous allons faire le bilan de l'énergie électromagnétique $u_{em}(t)$ dans un petit volume de contrôle $d\tau$ durant une durée infinitésimale dt .

Considérons un conducteur cylindrique de section S et d'axe (Oz) parcouru par une onde EM de densité de courant d'énergie $\vec{\Pi}$ uniforme sur toute la section.



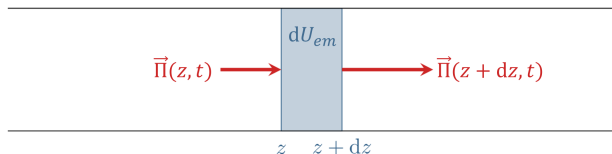
Nous allons utiliser **la méthode de bilan** que l'on a appliqué aux charges électriques, mais cette fois pour l'énergie EM dU_{em} .

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On veut savoir quelle est la quantité d'énergie dU_{em} dans le volume de contrôle $d\tau$ après la durée d'étude dt

$$dU_{em}(z, t + dt) = \quad + \quad + \quad .$$

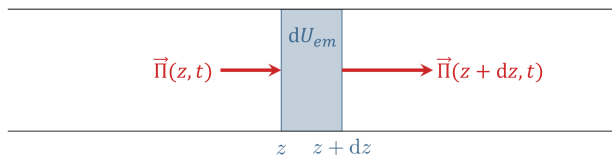


Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On veut savoir quelle est la quantité d'énergie dU_{em} dans le volume de contrôle $d\tau$ après la durée d'étude dt

$$dU_{em}(z, t + dt) = dU_{em}(z, t) + \quad + \quad .$$



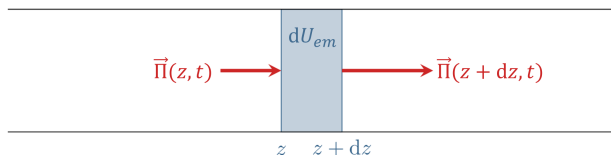
Cette quantité d'énergie $dU_{em}(z, t + dt)$ dépend d'abord de la quantité d'énergie au début de l'étude, soit $dU_{em}(z, t)$.

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On veut savoir quelle est la quantité d'énergie dU_{em} dans le volume de contrôle $d\tau$ après la durée d'étude dt

$$dU_{em}(z, t + dt) = dU_{em}(z, t) + dU_{ent} + \dots$$



Puis elle dépend de la quantité d'énergie entrante au cours de la durée dt , telle que

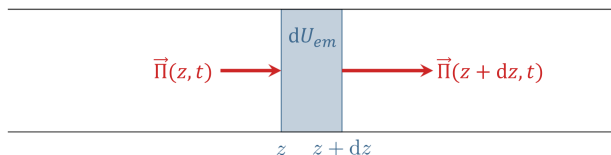
$$dU_{ent} = \iint_S \vec{\Pi}(z, t) \cdot d\vec{S} dt = \Pi_z(z, t) S dt.$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On veut savoir quelle est la quantité d'énergie dU_{em} dans le volume de contrôle $d\tau$ après la durée d'étude dt

$$dU_{em}(z, t + dt) = dU_{em}(z, t) + dU_{ent} + - dU_{sort}.$$



Et enfin elle dépend de la quantité d'énergie sortante au cours de la durée dt , telle que

$$dU_{sort} = \iint_S \vec{\Pi}(z + dz, t) \cdot d\vec{S} dt = \Pi_z(z + dz, t) S dt.$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On obtient l'équation bilan

$$dU_{em}(z, t + dt) = dU_{em}(z, t) + \Pi_z(z, t)Sdt - \Pi_z(z + dz, t)Sdt.$$

On peut exprimer les quantités d'énergies aux instants t et dt , en fonction des densités volumiques d'énergie

$$dU_{em}(t) =$$
$$dU_{em}(t + dt) =$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On obtient l'équation bilan

$$u_{em}(z, t + dt)Sdz = u_{em}(z, t)Sdz + \Pi_z(z, t)Sdt - \Pi_z(z + dz, t)Sdt.$$

On peut exprimer les quantités d'énergies aux instants t et dt , en fonction des densités volumiques d'énergie

$$dU_{em}(t) = u_{em}(z, t)d\tau = u_{em}(z, t)Sdz$$

$$dU_{em}(t + dt) = u_{em}(z, t + dt)d\tau = u_{em}(z, t + dt)Sdz.$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On peut séparer les variables u_{em} et Π et diviser de chaque côté par $Sdzdt$

$$u_{em}(z, t + dt)Sdz = u_{em}(z, t)Sdz + \Pi_z(z, t)Sdt - \Pi_z(z + dz, t)Sdt$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On peut séparer les variables u_{em} et Π et diviser de chaque côté par $Sdzdt$

$$u_{em}(z, t + dt)Sdz = u_{em}(z, t)Sdz + \Pi_z(z, t)Sdt - \Pi_z(z + dz, t)Sdt$$
$$\frac{u_{em}(z, t + dt) - u_{em}(z, t)}{dt} = -\frac{\Pi_z(z + dz, t) - \Pi_z(z, t)}{dz}.$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

À l'ordre 1, c'est deux taux d'accroissement correspondent à des dérivées partielles


$$\frac{u_{em}(z, t + dt) - u_{em}(z, t)}{dt} = - \frac{\Pi_z(z + dz, t) - \Pi_z(z, t)}{dz}$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

À l'ordre 1, c'est deux taux d'accroissement correspondent à des dérivées partielles

$$\frac{u_{em}(z, t + dt) - u_{em}(z, t)}{dt} = - \frac{\Pi_z(z + dz, t) - \Pi_z(z, t)}{dz}$$
$$\frac{\partial u_{em}(z, t)}{\partial t} = - \frac{\partial \Pi_z(z, t)}{\partial z}$$

ou $\frac{\partial u_{em}(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_z(z, t)}{\partial z} = 0.$ 

On retrouve une équation bilan de la même forme que la conservation de la charge électrique, il s'agit de l'équation de la **conservation de l'énergie électromagnétique** pour une OPP se propageant dans le vide.

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On peut généraliser le résultat à 3 dimensions

$$\frac{\partial u_{em}(M, t)}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_x(M, t)}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_y(M, t)}{\partial y} + \frac{\partial \Pi_z(M, t)}{\partial z} = 0$$
$$\frac{\partial u_{em}(M, t)}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{\Pi}(M, t) = 0. \quad \color{red}{\heartsuit}$$

Plan

1 Introduction

2 Équations de propagations

- Équation de propagation du champ électrique
- Équation de propagation du champ magnétique
- Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

3 Ondes planes

- Modèles des ondes planes
- Ondes planes progressives harmoniques (OPPH)

- Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

4 Aspects énergétiques

- Densité volumique d'énergie électromagnétique
- Vecteur de Poynting
- Bilan d'énergie

5 Polarisation

- Définition
- Polarisation rectiligne

6 Réflexions d'une OPPM

- Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On appelle polarisation d'une OPP la direction du vecteur champ électrique

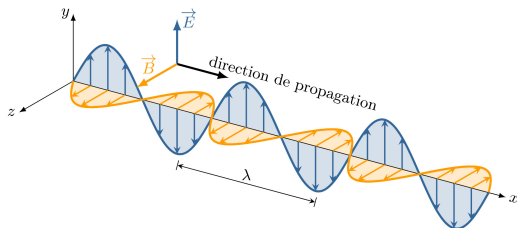
$\vec{E}(M, t)$ de l'onde. ❤️

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On appelle polarisation d'une OPP la direction du vecteur champ électrique $\vec{E}(M, t)$ de l'onde. ❤️

Dans le cas de l'exemple utilisé précédemment



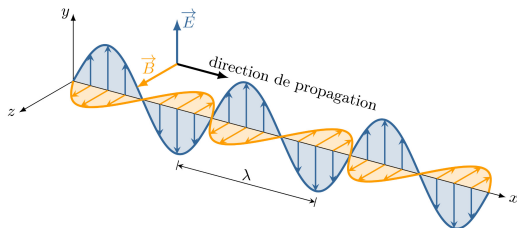
le champ électrique $\vec{E}(M, t)$ est orienté selon

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On appelle polarisation d'une OPP la direction du vecteur champ électrique $\vec{E}(M, t)$ de l'onde. ❤️

Dans le cas de l'exemple utilisé précédemment



le champ électrique $\vec{E}(M, t)$ est orienté selon \vec{u}_y .

Mais la direction peut varier au cours du temps et donner des polarisations particulière mais elle est **toujours perpendiculaire à la direction de propagation**.

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

Quelques types de polarisations
(chaîne Youtube : meyavuz)

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

Nous nous intéresserons uniquement aux OPP avec **une polarisation rectiligne** : une onde électromagnétique est polarisée rectilignement si son vecteur $\vec{E}(M, t)$ ou $\vec{B}(M, t)$ garde une direction fixe dans un plan d'onde, soit

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) (\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y). \quad \color{red}{\heartsuit}$$

Dans cet exemple la propagation est selon \vec{u}_z et le vecteur $\vec{E}(M, t)$ est orienté selon

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

Nous nous intéresserons uniquement aux OPP avec **une polarisation rectiligne** : une onde électromagnétique est polarisée rectilignement si son vecteur $\vec{E}(M, t)$ ou $\vec{B}(M, t)$ garde une direction fixe dans un plan d'onde, soit

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) (\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y). \quad \color{red}{\heartsuit}$$

Dans cet exemple la propagation est selon \vec{u}_z et le vecteur $\vec{E}(M, t)$ est orienté selon

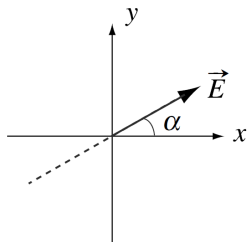
Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

Nous nous intéresserons uniquement aux OPP avec **une polarisation rectiligne** : une onde électromagnétique est polarisée rectilignement si son vecteur $\vec{E}(M, t)$ ou $\vec{B}(M, t)$ garde une direction fixe dans un plan d'onde, soit

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) (\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y). \quad \heartsuit$$

Dans cet exemple la propagation est selon \vec{u}_z et le vecteur $\vec{E}(M, t)$ est orienté selon une droite faisant un angle α avec l'axe (Ox) lorsqu'on regarde l'onde arriver.



Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

Application : quelles sont les direction de propagation et de polarisation des ondes décrites par les champs électriques suivants

$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_y \right).$$

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

Application : quelles sont les direction de propagation et de polarisation des ondes décrites par les champs électriques suivants

$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_y \right).$$

\vec{E}_1 se propage selon \vec{u}_x et est polarisé rectilignement selon \vec{u}_y .

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

Application : quelles sont les direction de propagation et de polarisation des ondes décrites par les champs électriques suivants

$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{u}_y \right).$$

\vec{E}_1 se propage selon \vec{u}_x et est polarisé rectilignement selon \vec{u}_y .

\vec{E}_2 se propage selon \vec{u}_z et est polarisé rectilignement avec un angle α par rapport à l'axe (Ox) tel que $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, soit $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Aspects énergétiques

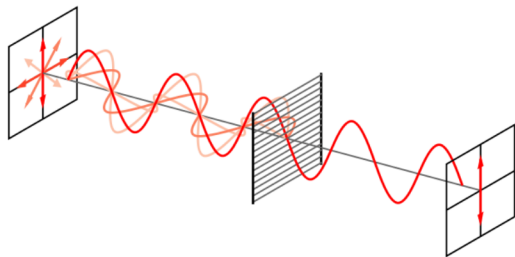
Bilan d'énergie

La lumière “ordinaire”, par exemple celle venant du Soleil est en général non polarisée car le champ électrique est orientée de manière arbitraire dans une direction durant des intervalles de temps trop faibles pour être mesuré. On parle de **polarisation aléatoire**. ❤️

Aspects énergétiques

Bilan d'énergie

On peut polariser rectilignement une onde polarisée aléatoirement à l'aide d'**un polariseur rectiligne**. C'est un instrument d'optique permettant de construire une onde polarisée rectilignement dans une direction choisie, appelée axe passant du polariseur. ❤️



Le polariseur projette le champ entrant selon le vecteur unitaire donnant l'axe du polariseur \vec{n} , ainsi

$$\vec{E}_{\text{sortant}} = (\vec{E}_{\text{entrant}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n}.$$

Plan

1 Introduction

2 Équations de propagations

- Équation de propagation du champ électrique
- Équation de propagation du champ magnétique
- Domaines du spectre des ondes électromagnétiques

3 Ondes planes

- Modèles des ondes planes
- Ondes planes progressives harmoniques (OPPH)

- Structure des ondes planes progressives harmoniques OPPH

4 Aspects énergétiques

- Densité volumique d'énergie électromagnétique
- Vecteur de Poynting
- Bilan d'énergie

5 Polarisation

- Définition
- Polarisation rectiligne

6 Réflexions d'une OPPM

- Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Dans un conducteur parfait les champs sont nuls à l'échelle macroscopique

$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{B}_{\text{int}} = \vec{0}. \quad \color{red}{\heartsuit}$$

Les charges et les courants ne sont localisés qu'en surface du conducteur et se caractérisent par leurs densité surfacique de charge σ ($\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$) et densité surfacique de courant \vec{j}_S ($\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$). ♥

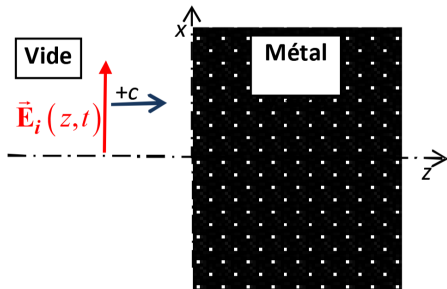
Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Que se passe-t-il lorsqu'une OPPH arrive en incidence normale sur un conducteur parfait ?

Considérons un conducteur parfait dans le vide occupant le demi-espace $z > 0$ et une OPPH incidente polarisée rectilignement selon \vec{u}_x , soit

$$\vec{E}_i(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x.$$



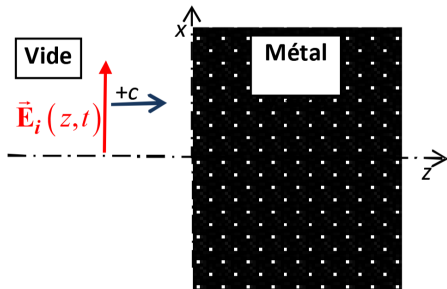
Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Que se passe-t-il lorsqu'une OPPH arrive en incidence normale sur un conducteur parfait ?

Considérons un conducteur parfait dans le vide occupant le demi-espace $z > 0$ et une OPPH incidente polarisée rectilignement selon \vec{u}_x , soit

$$\vec{E}_i(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x.$$



Cette onde incidente génère alors les charges et les courants de surface σ et \vec{j}_S sur la surface du conducteur. Ces charges et ces courants produisent ainsi un champ électromagnétique réfléchi $\vec{E}_r(z, t)$ et $\vec{B}_r(z, t)$ dans le vide devant le conducteur : cette onde réfléchi est aussi une OPPH de même pulsation que l'onde incidente.

Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

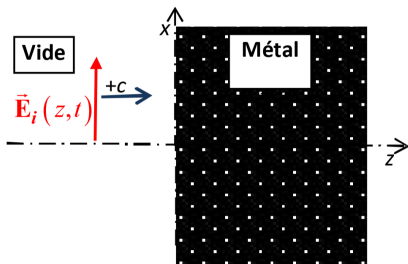
Comment obtenir l'expression du champ électrique de l'onde réfléchi ?

On sait que dans le conducteur le champ électrique est nul, c'est-à-dire qu'à sa surface aussi la somme des champs incident et réfléchi est nulle :

$$\underline{\vec{E}}_i(z=0, t) + \underline{\vec{E}}_r(z=0, t) = \vec{0}.$$

Le champ réfléchi en $z = 0$ est donc

$$\underline{\vec{E}}_r(z=0, t) = -\underline{\vec{E}}_i(z=0, t) = -E_0 e^{i(\omega t)} \vec{u}_x.$$



Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

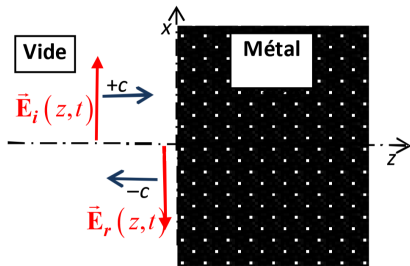
Comment obtenir l'expression du champ électrique de l'onde réfléchi ?

On sait que dans le conducteur le champ électrique est nul, c'est-à-dire qu'à sa surface aussi la somme des champs incident et réfléchi est nulle :

$$\vec{E}_i(z=0, t) + \vec{E}_r(z=0, t) = \vec{0}.$$

L'onde réfléchi se propage, par définition, dans le sens opposé à l'onde incidente, on peut donc obtenir son expression pour tout point $z < 0$

$$\vec{E}_r(z, t) = -E_0 e^{i(\omega t + kz)} \vec{u}_x.$$



Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Du côté des $z < 0$, il y a donc deux ondes qui cohabitent : l'onde incidente $\vec{E}_i(z, t)$ et l'onde réfléchie $\vec{E}_r(z, t)$. La superposition des deux donne

Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Du côté des $z < 0$, il y a donc deux ondes qui cohabitent : l'onde incidente $\vec{E}_i(z, t)$ et l'onde réfléchie $\vec{E}_r(z, t)$. La superposition des deux donne

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\text{tot}}(z, t) &= \vec{E}_i(z, t) + \vec{E}_r(z, t) \\ &= E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x - E_0 e^{i(\omega t + kz)} \vec{u}_x \\ &= E_0 e^{i\omega t} (e^{-ikz} - e^{ikz}) \vec{u}_x \\ &= -2i E_0 e^{i\omega t} \sin(kz) \vec{u}_x = 2e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} \sin(kz) \vec{u}_x\end{aligned}$$

Soit en réel

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\text{tot}}(z, t) &= 2E_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \sin(kz) \vec{u}_x \\ &= 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kz) \vec{u}_x.\end{aligned}$$

Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Application : à partir de l'expression du champ électrique total pour $z < 0$, montrer que le champ magnétique total est

$$\vec{B}_{\text{tot}}(z, t) = \frac{2E_0}{c_0} \cos(\omega t) \cos(kz) \vec{u}_y.$$

On montrera ainsi que le champ électrique et le champ magnétique d'une onde EM stationnaire sont en quadrature de phase (différence de phase de $\pi/2$) : lorsqu'un champ atteint un extremum, l'autre s'annule et inversement.

Réflexions d'une OPPM

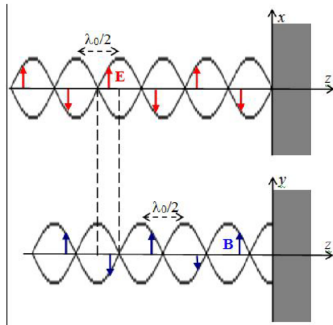
Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Ainsi, l'onde résultante de l'onde incident et de l'onde réfléchi est une onde électromagnétique **stationnaire**

$$\vec{E}(z, t) = 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kz) \vec{u}_x$$

$$\vec{B}(z, t) = \frac{2E_0}{c_0} \cos(\omega t) \cos(kz) \vec{u}_y$$

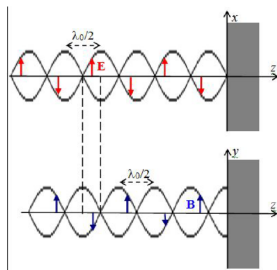
L'onde stationnaire se caractérise par un découplage spatio-temporel. Elle admet des **nœuds** de vibration se caractérisant, à t donné, par une amplitude nulle, et des **ventres** de vibration se caractérisant par des maximas d'amplitude. ❤️



Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Comment obtenir la distance entre deux nœuds ou deux ventres de l'onde stationnaire ?



Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Comment obtenir la distance entre deux nœuds ou deux ventres de l'onde stationnaire ?

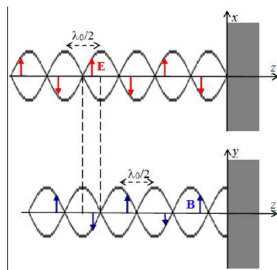
On étudie la condition d'annulation du champ, par exemple électrique, pour un instant t donné, un exemple facile : pour $t = 0$, dans ce cas le champ magnétique est

$$\vec{B}(z, 0) = \frac{2E_0}{c_0} \cos(0) \cos(kz) \vec{u}_y = \frac{2E_0}{c_0} \cos(kz) \vec{u}_y.$$

Le champ $\vec{B}(z, 0)$ s'annule pour $\cos(kz) = 0$, soit $kz_p = (2p + 1)\frac{\pi}{2}$, soit $z_p = \frac{(2p+1)\pi}{2k} = \frac{(2p+1)\pi}{4\pi} \lambda_0$.

La distance entre deux nœuds est donc

$$z_{p+1} - z_p = \frac{(2(p+1) + 1)}{4} \lambda_0 - \frac{(2p + 1)}{4} \lambda_0 = \frac{2}{4} \lambda_0 = \frac{1}{2} \lambda_0.$$



Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Calculons maintenant la moyenne temporelle du vecteur de Poynting de l'onde stationnaire

Réflexions d'une OPPM

Réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait

Calculons maintenant la moyenne temporelle du vecteur de Poynting de l'onde stationnaire

$$\begin{aligned}\langle \vec{\Pi}(z, t) \rangle &= \left\langle \frac{\vec{E}(z, t) \wedge \vec{B}(z, t)}{\mu_0} \right\rangle \\ &= \frac{2E_0^2}{\mu_0 c_0} \sin(kz) \cos(kz) \langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle.\end{aligned}$$

Or la moyenne temporelle d'un produit de sinus et cosinus est nulle ainsi

$$\langle \vec{\Pi}(z, t) \rangle = \vec{0}.$$

Ce qui témoigne du fait que l'énergie électro-magnétique ne se propage pas, ce qui cohérent avec une onde stationnaire qui ne se propage pas. ❤️