



Lycée Charles Coëffin — Sciences physique

Fiche de travaux dirigés — CPGE TSI2

TD 16 : Fluides en écoulement stationnaire dans une conduite

Objectifs

- Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
- Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique le long d'un tube de courant.
- Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide incompressible en écoulement.
- Citer des ordres de grandeur de viscosité de gaz et de liquides (air, eau et lubrifiant). Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Relier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.
- Définir un volume et une surface de contrôle. Établir et exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide parfait, incompressible en écoulement stationnaire.
- Modifier la relation de Bernoulli en tenant compte d'un terme de dissipation d'énergie fourni.

Pré-requis : lois de Newton.

1 Exercices

Profondeur de la Seine à Rouen ★

Le débit moyen de la Seine à Rouen est de l'ordre de $300 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ pour une vitesse de courant typique de $3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. La largeur du fleuve est d'environ 200 m . Estimer sa profondeur.

Robinet ★

Lorsque de l'eau coule d'un robinet ouvert, on constate que le diamètre du filet d'eau rétrécit à mesure qu'il s'éloigne du robinet.

1. Expliquer qualitativement le phénomène.
2. Des mesures sur une photographie montrent qu'après une chute de 20 cm , le diamètre du jet passe de $d_1 = 78 \text{ pixels}$ à $d_2 = 45 \text{ pixels}$. En quelle proportion la vitesse a-t-elle varié ?

Vitesse et débit volumique ★

On plonge entièrement une paille d'une longueur de 15 cm dans un verre d'eau. On scelle le haut de la paille avec un doigt, puis on sort la paille de l'eau. On constate que l'eau ne coule pas.

1. Dans une conduite cylindrique de rayon R , le champ des vitesses d'un écoulement laminaire est

donné par le profil de Poiseuille :

$$\vec{v}(r) = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \vec{u}_z \quad \text{avec} \quad V_0 > 0.$$

Représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement, et calculer le débit volumique.

2. Considérons un écoulement au dessus d'une surface solide définissant le plan $y = 0$. Le champ de vitesse de l'écoulement est donné par

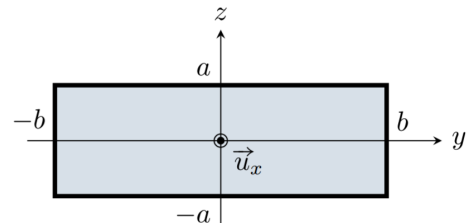
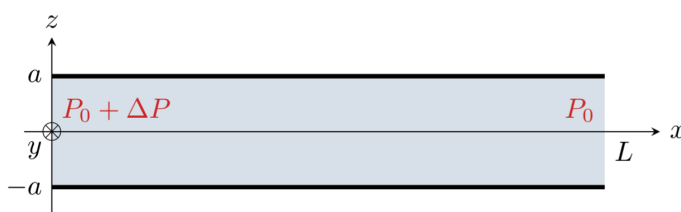
$$v(y) = V_0 \frac{y}{h} \vec{u}_x \quad \text{avec} \quad V_0 > 0.$$

Représenter la situation sur un schéma, en y indiquant la force exercée par le fluide sur une surface S du solide, puis exprimer cette force.

Écoulement de Poiseuille plan ★ ★

Considérons un fluide en écoulement au travers d'une fine conduite rectangulaire de hauteur $2a$ selon (Oz) , de largeur $2b \gg 2a$ selon (Oy) et de longueur $L \gg 2a, 2b$ selon (Ox) . Une surpression ΔP est imposée en $x = 0$, ce qui entraîne un écoulement de fluide. Suffisamment loin de l'entrée de la canalisation, le champ de vitesse de l'écoulement est donné par

$$\vec{v} = V_{\max} \left(1 - \frac{z^2}{a^2} \right) \vec{u}_x.$$

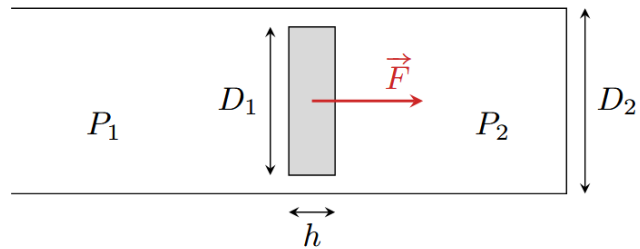


1. Représenter l'allure du champ de vitesse. Indiquer les lignes de courant.
2. L'écoulement considéré est-il parfait ou visqueux ?
3. Calculer le débit volumique au travers d'une section droite de la conduite.
4. Montrer que la résultante des forces de viscosité exercées par le fluide sur la conduite vaut

$$\vec{F} = \frac{3\eta L}{a^2} D_v \vec{u}_x.$$

Déplacement d'un piston à huile ★ ★

On considère un piston formé d'un cylindre plein (diamètre D_1 , épaisseur h) coulissant dans un cylindre creux (diamètre $D_2 > D_1$). Le fluide à l'intérieur du piston est de l'huile de masse volumique μ et de viscosité η . On suppose $P_2 = 2P_1$. Un opérateur appuie de manière quasi-statique sur le piston avec une force $\vec{F}$.



1. Estimer simplement le gradient de pression GP dans l'interstice.
2. On admet que la vitesse débitante du fluide dans l'interstice s'écrit $V_d = \alpha \frac{GP}{\eta}$, où α est une constante dépendant uniquement des diamètres. Déterminer le débit volumique de fuite.
3. Estimer la force de frottement visqueux sur le piston.
4. En déduire la force que doit exercer l'opérateur pour pouvoir pousser le piston.

Transfusion sanguine ★ ★ ★

Cet exercice s'intéresse à une transfusion sanguine, au cours de laquelle du sang stocké dans une poche de 200 mL issue d'un don est injecté en intraveineuse à un patient en une heure. Le sang s'écoule au travers d'un tuyau souple de rayon $b = 2,5$ mm au bout duquel se trouve une aiguille horizontale de longueur $\ell = 2,0$ cm et de rayon $a = 0,15$ mm. Le haut de la poche est supposé à pression atmosphérique P_0 alors que la pression dans la veine est supérieure de $\Delta P = 7$ mbar à la pression atmosphérique. On modélise le sang se comporte comme un fluide newtonien de viscosité $\eta = 1,6$ mPa · s et de masse volumique $\rho = 1,1$ kg · L⁻¹.

1. Déterminer le débit volumique Q au travers du dispositif.
2. Calculer la vitesse débitante dans le tuyau souple et l'aiguille. En déduire une approximation raisonnable à propos du sang se trouvant dans le tuyau, et la nature de l'écoulement dans l'aiguille.

Compte tenu de la question précédente, l'écoulement dans l'aiguille peut être décrit par un profil de Poiseuille en coordonnées cylindriques :

$$\vec{v} = \frac{a^2}{4\eta\ell} (P_e - P_s) (1 - \alpha r^2) \vec{u}_z$$

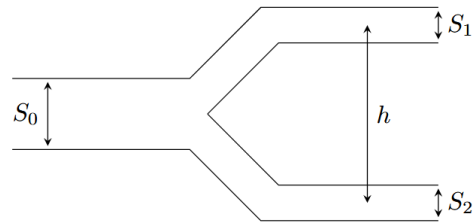
avec P_e et P_s les pressions à l'entrée et la sortie de l'aiguille.

3. Montrer que $\alpha = 1/a^2$.
4. Déterminer $P_e - P_s$ nécessaire pour que la transfusion ait le débit voulu.
5. À quelle hauteur H au dessus du bras du patient la poche doit-elle se trouver ?

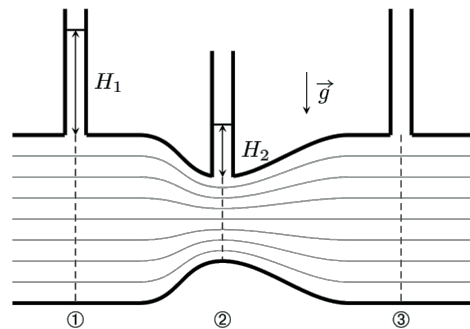
Effet Venturi ★

On considère une conduite d'eau avec un Y de séparation telle que $S_1 = S_2 = S_0/2$. Le système n'est pas horizontal : on note h la dénivellation entre les deux sorties, supposées toutes les deux à l'air libre.

Exprimer les vitesses v_1 et v_2 en fonction de h et de la vitesse d'entrée v_0 .

**Effet Venturi ★ ★**

On étudie un écoulement stationnaire d'un fluide incompressible de masse volumique ρ dans une conduite horizontale de section variable. On suppose l'écoulement parfait. Trois tubes piézométriques, aussi appelés prises de pression, sont placés sur trois sections de la conduite pour mesurer la pression au sein du fluide.



1. Exprimer la vitesse V_2 en fonction de V_1 et des sections S_1 et S_2 . Est-ce cohérent avec les lignes de courant tracées ?
2. Relier la hauteur H du fluide dans un tube piézométrique à la pression P qui règne dans l'écoulement en dessous de ce tube. D'après la figure, comment évolue la pression lors du resserrement de section ?
3. Interpréter ce résultat en utilisant le théorème de Bernoulli.
4. Quelle devrait être la hauteur H_3 ?

2 Annale

Partie II - Choix de la pompe du toboggan

La pompe qui renvoie l'eau de la piscine sur le haut du toboggan est vieillissante et doit être changée. On donne le schéma d'implantation en **figure 3**.

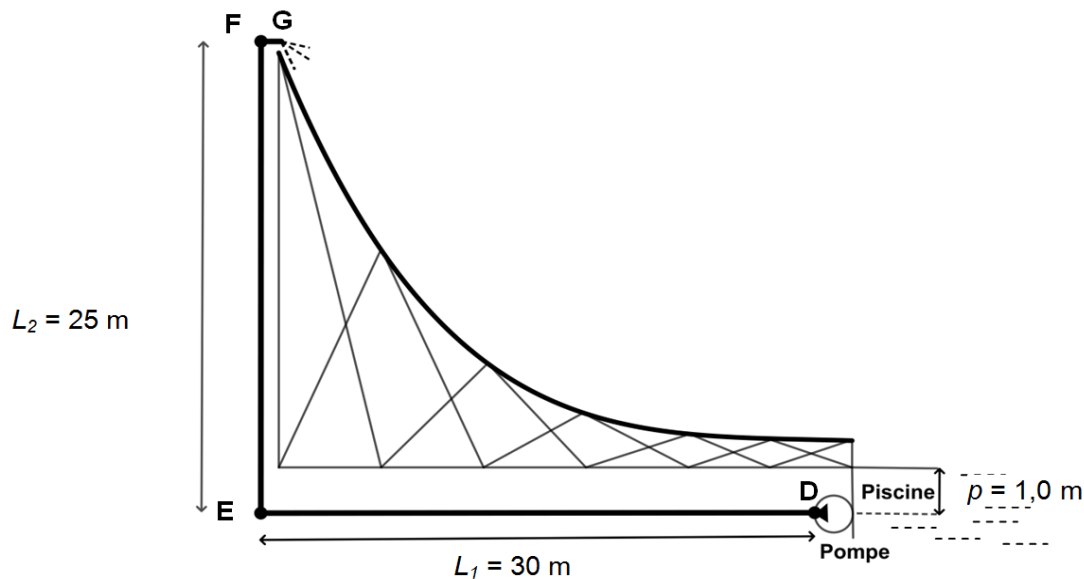


Figure 3 - Schéma des tuyauteries et de positionnement de la pompe

La pompe prélève directement l'eau de la piscine à une profondeur $p = 1,0$ m avec une longueur de tuyau d'aspiration négligeable. Le tronçon horizontal DE, le tronçon vertical EF et le tronçon FG du tuyau de refoulement sont en PVC de section utile $S = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Au point G, point de refoulement à pression atmosphérique, la section est aussi de $S = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Le débit volumique D_v souhaité est égal à $3,6 \cdot 10^4 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$.

La pression en D (sortie de pompe) est mesurée : $P_D = 5,5 \text{ bar}$.

On rappelle les données suivantes :

- intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- masse volumique de l'eau : $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Q14. Écrire la relation de Bernoulli dans le cas d'un fluide parfait en précisant les hypothèses de son utilisation.

On admet que les conditions d'utilisation de la relation de Bernoulli sont effectivement réunies. De plus, la vitesse de l'écoulement est supposée uniforme sur la section des tuyaux.

Q15. Justifier que la valeur de la vitesse d'écoulement du fluide est identique en D et en F.

Q16. Calculer (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) la vitesse d'éjection de l'eau au point G.

Q17. Calculer la pression P_F au point F dans le cadre des hypothèses précédentes.

En réalité, du fait des pertes de charge, on a mesuré au point E une pression $P_E = 5,2$ bar.

Q18. Calculer la pression P'_F à laquelle on peut s'attendre au point F si on néglige les pertes de charge singulières au coude E et si on considère les pertes de charge régulières proportionnelles à la longueur de tuyau.

On suppose maintenant que les pertes de charge totales (régulières et singulières) entre l'entrée de la pompe et le point de sortie G sont $\Delta P_{\text{pertes}} = 2$ bar.

Q19. Montrer que la quantité $D_V \Delta P_{\text{pertes}}$ est homogène à une puissance.

Q20. Exprimer la puissance utile P_u de la pompe à l'aide d'un bilan de puissance entre un point de la surface libre de l'eau de la piscine et le point de refoulement G.

Q21. Vérifier que cette puissance utile P_u vaut 4,4 kW.

En réalité, le rendement global de l'ensemble {moteur + pompe} est de 60 %.

Q22. Calculer la puissance électrique P_{elec} nécessaire au moteur de la pompe.

Pour une pompe, on évoque souvent la Hauteur Manométrique Totale HMT telle que :

$$P_u = \rho D_V g (HMT). \quad (2)$$

Q23. Calculer la hauteur manométrique totale HMT , exprimée en mCE (mètre de Colonne d'Eau).

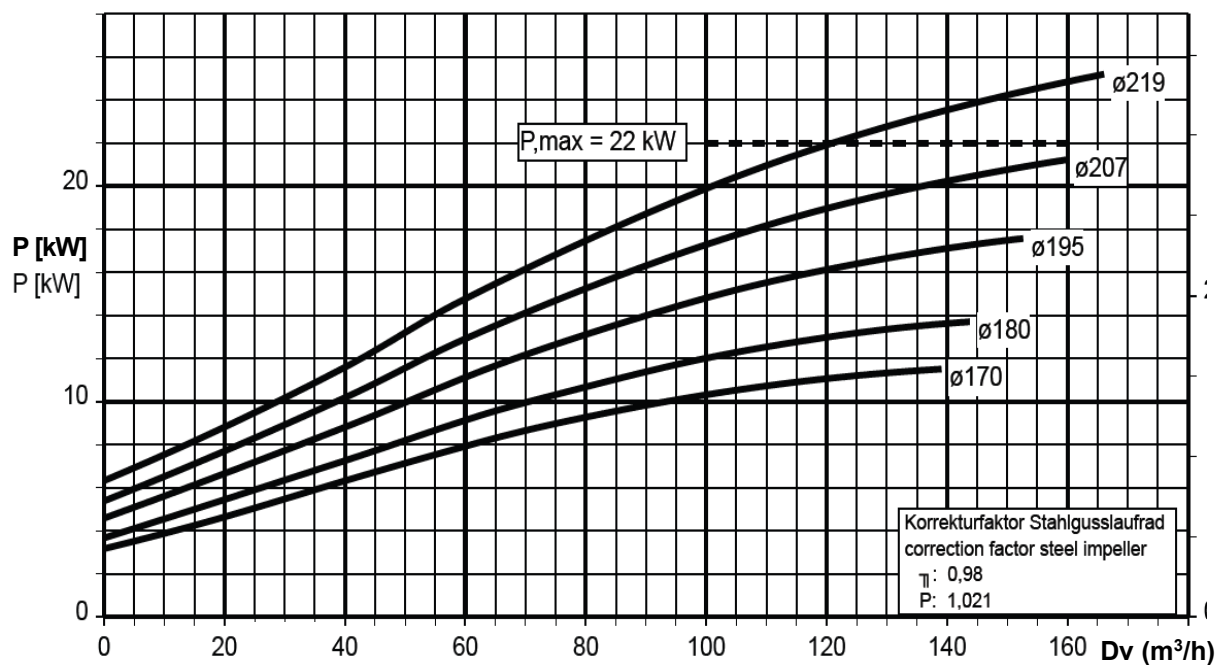
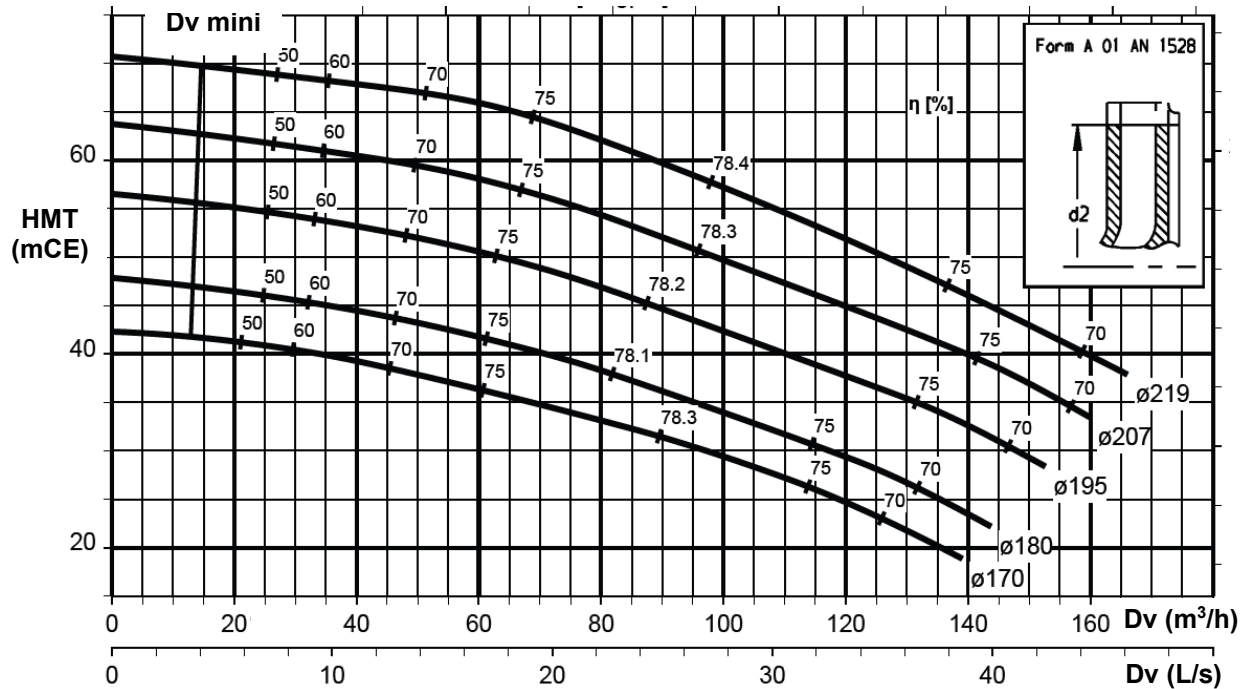
Parmi toutes les pompes disponibles sur le marché, le choix s'est arrêté sur une pompe d'un fabricant qui propose un corps de pompe avec plusieurs diamètres possibles. Le document technique du fabricant est donné en **annexe**.

Q24. Proposer un choix de diamètre pour le remplacement de la pompe.

Q25. Préciser, avec justification, si la pompe fonctionnera à son régime optimal.

ANNEXE

Document technique de la pompe de remplacement

**FIN**