



Lycée Charles Coëffin — Sciences physique

Fiche de travaux dirigés — CPGE TSI2

TD 14 : Propagation des ondes électromagnétiques

Objectifs

- Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension cartésienne. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
- Citer et utiliser les expressions du vecteur de Poynting et de l'énergie électromagnétique volumique associés à un champ électromagnétique, en se limitant à des cas simples. Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée pour une onde plane. Effectuer un bilan d'énergie sous forme globale pour une onde plane dans l'espace vide de charge et de courant.
- Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane progressive monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
- Identifier l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement.
- Exploiter la nullité (admise) des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant la relation de passage du champ électrique fournie. Caractériser une onde stationnaire.
- Établir la condition de quantification des solutions d'une onde stationnaire dans une cavité à une dimension.

Pré-requis : modèle scalaire des ondes lumineuses.

1 Exercices

Lunettes polarisantes ★

Le soleil émet des ondes EM non polarisées. Après réflexion sur une surface réfléchissante ces ondes sont partiellement polarisées rectilignement selon un axe perpendiculaire au plan d'incidence selon le vecteur unitaire \vec{u}_\perp . Afin de modéliser le phénomène on considère que le champ incident est tel que

$$\vec{E}_i = \frac{1}{\sqrt{2}} E_i \vec{u}_{i,\perp} + \frac{1}{\sqrt{2}} E_i \vec{u}_{i,\parallel}$$

avec $\vec{u}_{i,\perp}$ le vecteur unitaire perpendiculaire au plan d'incidence et $\vec{u}_{i,\parallel}$ le vecteur unitaire parallèle.

Des lunettes solaires normales (verre teinté) atténue le champ électrique sans sélectionner de direction de polarisation. On modélise cette atténuation par un facteur $\alpha < 1$ tel que

$$\vec{E}_t(M, t) = \alpha \vec{E}_i(M, t)$$

avec $\vec{E}_t(M, t)$ et $\vec{E}_i(M, t)$ les champs électriques transmis et incident sur les lunettes.

En plus d'atténuer du même facteur le champ électrique, les lunettes solaires polarisantes agissent comme un polariseur d'axe orienté selon un axe parallèle au plan d'incidence, soit selon \vec{u}_\parallel perpendiculaire à \vec{u}_\perp .

1. Faire un schéma.
2. Donner l'expression de la densité d'énergie électromagnétique transmise par des lunettes solaires normales. En déduire la moyenne du vecteur de Poynting dans ce cas.
3. Donner l'expression de la densité d'énergie électromagnétique transmise par des lunettes solaires polarisantes. En déduire la moyenne du vecteur de Poynting dans ce cas.
4. Comparer les éclairagements dans les deux cas.

Un exemple d'onde électromagnétique ★

On étudie une onde électromagnétique dont le champ électrique est de la forme

$$\vec{E} = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y \quad \text{et} \quad E_x = E_0 e^{i(\omega t - \frac{K}{3}(2x+2y-z))}.$$

L'onde se propage dans le vide et sa longueur d'onde est $\lambda_0 = 6 \times 10^{-7}$ m.

1. Calculer la fréquence de l'onde. Identifier le domaine du spectre électromagnétique auquel elle appartient.
2. Exprimer le vecteur d'onde \vec{k} en fonction de la constante K , puis calculer la valeur numérique de K .
3. Établir l'équation cartésienne d'un plan d'onde.
4. À partir de l'équation de Maxwell-Gauss, exprimer E_y en fonction de E_x .
5. Exprimer le champ magnétique de cette onde en fonction de E_x et c_0 .
6. Exprimer la densité moyenne d'énergie électromagnétique associée à cette onde. Commenter.
7. Exprimer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting de cette onde. Commenter.

Loi de Malus ★ ★

Sur un banc optique d'axe (Oz) , on place successivement une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 ; un premier polariseur (P) d'axe passant \vec{u} ; un second polariseur (A) d'axe passant \vec{v} appelé analyseur; et un photodétecteur permettant de mesurer l'éclairement de la lumière sortant de l'analyseur.

La lumière dans le dispositif est décrite comme une onde plane progressive harmonique. Les directions passantes \vec{u} et \vec{v} du polariseur et de l'analyseur forment un angle θ . On note \vec{u}_\perp (resp. \vec{u}_\parallel) le vecteur unitaire tel que la base $B_P = (\vec{u}, \vec{u}_\perp, \vec{u}_z)$ soit orthonormée directe (resp. $B_A = (\vec{v}, \vec{v}_\perp, \vec{u}_z)$).

1. Faire un schéma du montage.
2. Donner l'expression dans la base B_P du champ \vec{E}_P ayant traversé le polariseur en fonction de z , t et λ .
3. Exprimer \vec{E}_P dans la base B_A . En déduire l'expression du champ \vec{E}_{PA} ayant traversé successivement le polariseur et l'analyseur puis celle du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_{PA}$.

L'éclairement lumineux mesuré par le photodétecteur est défini comme étant la valeur moyenne (spatiale et temporelle) du flux du vecteur de Poynting sur toute la surface S du photodétecteur.

- Montrer que l'éclairement peut s'écrire sous la forme $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos^2 \theta$: cette relation est appelée **loi de Malus**.

Onde électromagnétiques dans une cavité ★ ★

- On considère un champ électrique dans le vide de la forme $\vec{E}_i = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_z$. Montrer que $\omega = kc$ à partir de l'équation de d'Alembert.
- On place un conducteur parfait semi-infini en $z > 0$. Montrer que l'absence de champ dans le conducteur implique l'existence d'une onde réfléchiée et donner son expression. Donner la nature de l'onde totale.
- En déduire le champ magnétique à partir d'une équation de Maxwell.

On ajoute un deuxième conducteur parfait en $z = -L$.

- Déterminer les ondes pouvant exister entre les deux conducteurs et leurs caractéristiques. On introduira un entier n .
- Quelle est la puissance moyenne traversant une surface $z = \text{cte}$?

Problème ouvert ★ ★ ★

Déterminer les amplitudes des champs électrique et magnétique créés par la diode laser que nous utilisons en TP.



Diode laser rouge Classe II @635 nm version sur tige bas profil Ref : 203324



Caractéristiques techniques :

- Puissance : 1 mW (classe 2)
- Extrémité : fileté M20
- Maintien : tige D 10mm - L 130mm
- Dimensions tube : diamètre 25mm / longueur 90mm
- Longueur d'onde : 635 nm
- Type : diode laser
- Diamètre faisceau à 5m : 535 mm
- Divergence : 0.9 mRad
- Faisceau en sortie : 1mm
- Température d'utilisation : 10 à 40°C
- Polarisation : linéaire
- Transformateur (fourni) : 6-9V DC

2 Annale

On considère la propagation des ondes radio entre Mars et la Terre, dans le vide interstellaire. Une onde électromagnétique est caractérisée par un vecteur propagation \vec{k} , un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{B} .

Q28. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide, en l'absence de charge et courant.

Q29. Retrouver l'équation de propagation : $\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$.

Q30. Donner l'autre nom de cette équation. Citer précisément un exemple d'ondes autres qu'électromagnétiques suivant cette même équation de propagation.

Le champ électrique exprimé dans la base cartésienne $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, s'écrit : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - ky) \vec{u}_x$.

Q31. Retrouver la relation de dispersion $k = \frac{\omega}{c}$. Préciser l'expression de la célérité c de l'onde en fonction de ε_0 et de μ_0 .

Q32. Cette onde est-elle progressive ? Justifier. Donner, le cas échéant, la direction et le sens de propagation de cette onde.

Q33. Écrire l'expression du vecteur \vec{k} en fonction de la longueur d'onde λ et des vecteurs de la base.

Q34. Cette onde est-elle plane ? Justifier.

Q35. Quel est le type de polarisation ? Préciser son éventuelle direction.

Q36. À partir d'une équation de Maxwell, démontrer que \vec{k} , \vec{E} et \vec{B} forment un trièdre droit direct.

Q37. Retrouver l'expression du champ magnétique $\vec{B} = -\frac{E_0}{c} \cos(\omega t - ky) \vec{u}_z$.

Q38. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$, après avoir rappelé sa signification et l'unité de sa norme.

La puissance de l'antenne émettrice du rover est $P_e = 10 \text{ W}$. Le gain G_e de cette antenne est 1 000, tout comme le gain G_r à la réception. Le rapport entre puissance reçue P_r et puissance émise P_e est donné par :

$$\frac{P_r}{P_e} = \frac{S_r}{S} G_e \quad (1)$$

avec $S = 4\pi d^2$ et $S_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$, d étant la distance Terre-Mars prise égale à 56 millions de km, λ étant la longueur d'onde d'émission de l'antenne émettant à 8,0 GHz.

Q39. Justifier que la puissance reçue décroît en $1/d^2$ dans l'expression (1).

Q40. Déterminer l'ordre de grandeur de la puissance P_r reçue par l'antenne terrestre. Commenter.