

## DS 6 : écoulements des fluides, thermodynamique industrielle et diffusion thermique

Durée : 4h

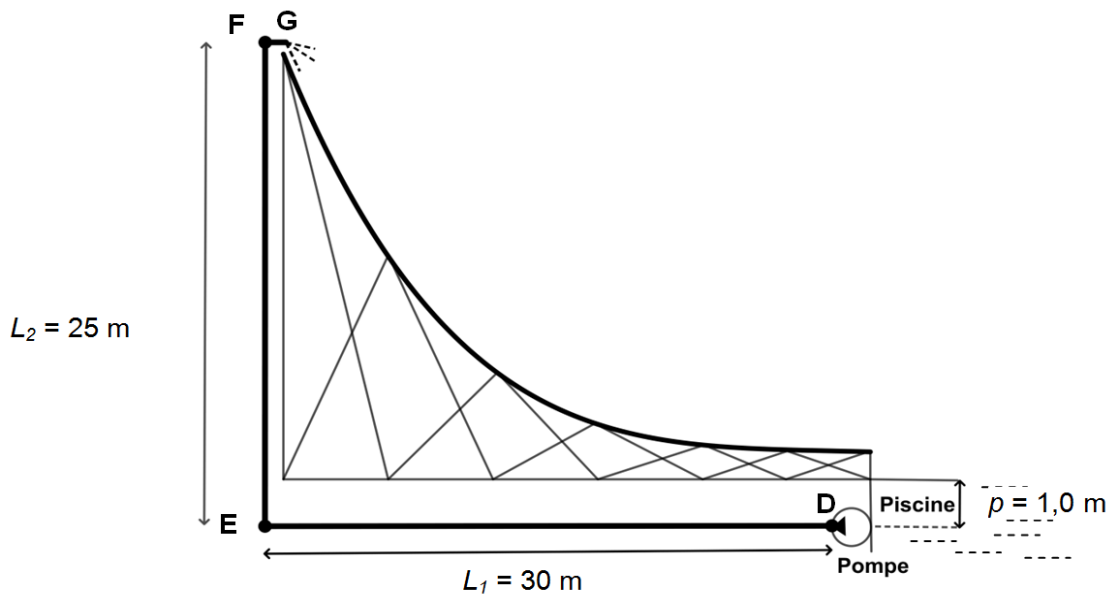
### Indications

- Le sujet est divisé en 3 parties **indépendantes**.
  - Les calculatrices **sont interdites**.
  - Une absence d'unité non justifiée à la fin d'une application numérique **ne comptera aucun point**.
  - Indiquer clairement le numéro de la question (exemple question 5.1 de la partie B noter "B5.1", question 21 de la partie C noter "C21", etc.), aérer la copie et encadrer vos résultats afin de **faciliter le travail du correcteur**.
-

## Partie A : fluides en écoulements

### Partie II - Choix de la pompe du toboggan

La pompe qui renvoie l'eau de la piscine sur le haut du toboggan est vieillissante et doit être changée. On donne le schéma d'implantation en **figure 3**.



**Figure 3** - Schéma des tuyauteries et de positionnement de la pompe

La pompe prélève directement l'eau de la piscine à une profondeur  $p = 1,0$  m avec une longueur de tuyau d'aspiration négligeable. Le tronçon horizontal DE, le tronçon vertical EF et le tronçon FG du tuyau de refoulement sont en PVC de section utile  $S = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . Au point G, point de refoulement à pression atmosphérique, la section est aussi de  $S = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . Le débit volumique  $D_V$  souhaité est égal à  $3,6 \cdot 10^4 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$ .

La pression en D (sortie de pompe) est mesurée :  $P_D = 5,5 \text{ bar}$ .  
On rappelle les données suivantes :

- intensité de la pesanteur :  $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- masse volumique de l'eau :  $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

**Q14.** Écrire la relation de Bernoulli dans le cas d'un fluide parfait en précisant les hypothèses de son utilisation.

On admet que les conditions d'utilisation de la relation de Bernoulli sont effectivement réunies. De plus, la vitesse de l'écoulement est supposée uniforme sur la section des tuyaux.

**Q15.** Justifier que la valeur de la vitesse d'écoulement du fluide est identique en D et en F.

**Q16.** Calculer (en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) la vitesse d'éjection de l'eau au point G.

**Q17.** Calculer la pression  $P_F$  au point F dans le cadre des hypothèses précédentes.

En réalité, du fait des pertes de charge, on a mesuré au point E une pression  $P_E = 5,2$  bar.

**Q18.** Calculer la pression  $P'_F$  à laquelle on peut s'attendre au point F si on néglige les pertes de charge singulières au coude E et si on considère les pertes de charge régulières proportionnelles à la longueur de tuyau.

On suppose maintenant que les pertes de charge totales (régulières et singulières) entre l'entrée de la pompe et le point de sortie G sont  $\Delta P_{\text{pertes}} = 2$  bar.

**Q19.** Montrer que la quantité  $D_V \Delta P_{\text{pertes}}$  est homogène à une puissance.

**Q20.** Exprimer la puissance utile  $P_u$  de la pompe à l'aide d'un bilan de puissance entre un point de la surface libre de l'eau de la piscine et le point de refoulement G.

**Q21.** Vérifier que cette puissance utile  $P_u$  vaut 4,4 kW.

En réalité, le rendement global de l'ensemble {moteur + pompe} est de 60 %.

**Q22.** Calculer la puissance électrique  $P_{\text{elec}}$  nécessaire au moteur de la pompe.

Pour une pompe, on évoque souvent la Hauteur Manométrique Totale  $HMT$  telle que :

$$P_u = \rho D_V g (HMT). \quad (2)$$

**Q23.** Calculer la hauteur manométrique totale  $HMT$ , exprimée en mCE (mètre de Colonne d'Eau).

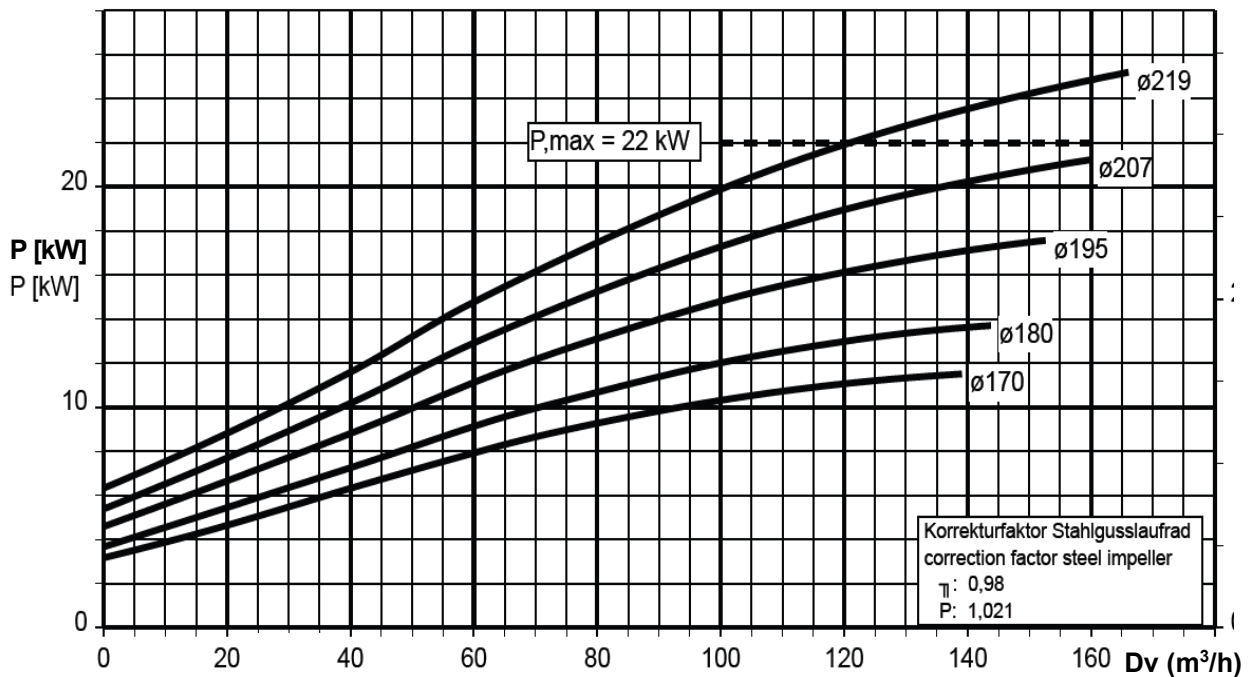
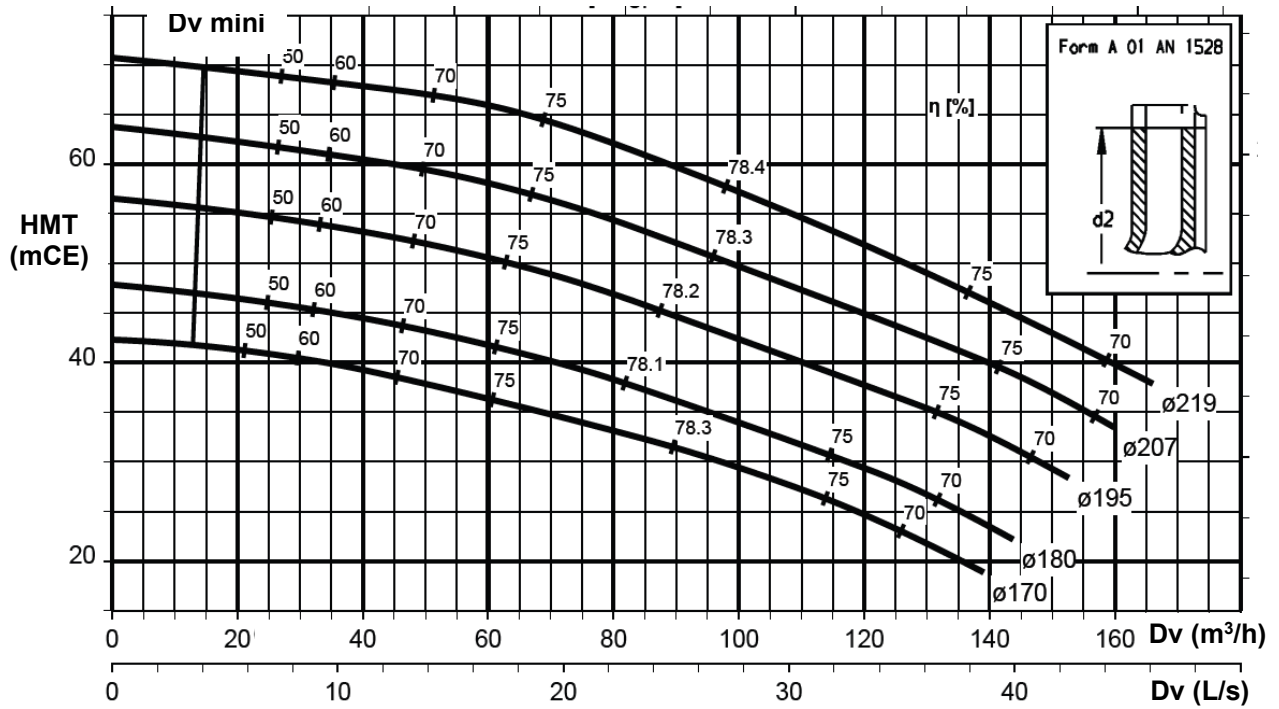
Parmi toutes les pompes disponibles sur le marché, le choix s'est arrêté sur une pompe d'un fabricant qui propose un corps de pompe avec plusieurs diamètres possibles. Le document technique du fabricant est donné en **annexe**.

**Q24.** Proposer un choix de diamètre pour le remplacement de la pompe.

**Q25.** Préciser, avec justification, si la pompe fonctionnera à son régime optimal.

# ANNEXE

## Document technique de la pompe de remplacement



FIN

## Partie B : thermodynamique industrielle et diffusion thermique

### Partie III - Réfrigérateur à compresseur

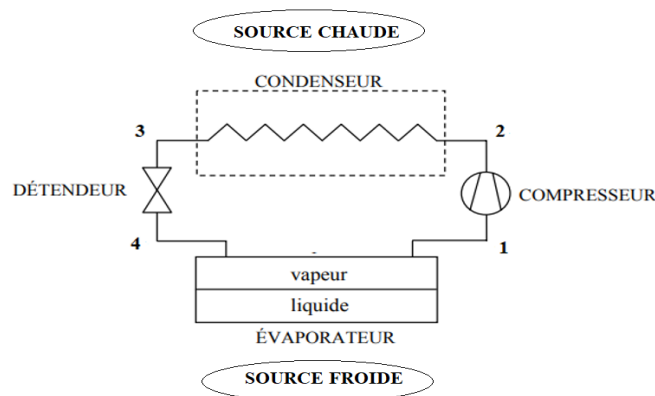
Le réfrigérateur à compresseur est le réfrigérateur le plus courant dans les cuisines. Comment le reconnaître ? Si votre réfrigérateur fait du bruit de temps en temps, c'est justement à cause du compresseur !

Un réfrigérateur a pour but de refroidir les aliments qu'il contient pour permettre leur conservation. Pour cela, un fluide va décrire un cycle thermodynamique appelé cycle frigorifique.

On se propose, dans cette partie, d'étudier un modèle thermodynamique simple du fonctionnement du réfrigérateur.

On considère une machine frigorifique ditherme cyclique basée sur le principe de fonctionnement suivant : " Un fluide frigorigène circule entre les différents organes de la machine. Mis en mouvement par le compresseur, ce fluide refroidit la source froide et réchauffe la source chaude ".

Un schéma simplifié de ce réfrigérateur est donné **figure 6**.



**Figure 6** - Schéma simplifié du réfrigérateur

On notera  $Q_f$  et  $Q_c$  les transferts thermiques reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement de la source froide et de la source chaude au cours d'un cycle modèle. On notera  $W$ , le travail reçu par le fluide au cours d'un cycle.

**Q35.** Donner et justifier les signes des quantités algébriques suivantes :  $Q_f$ ,  $Q_c$  et  $W$ .

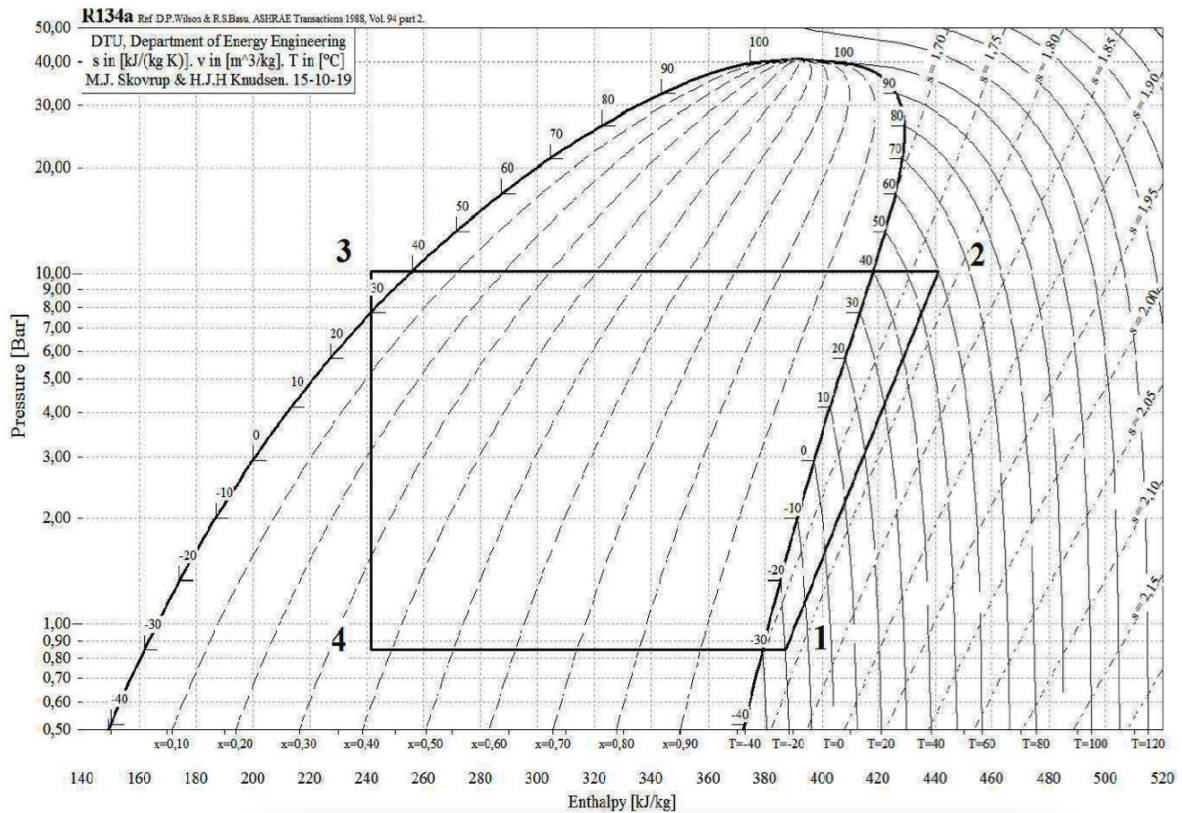
**Q36.** Sachant que le réfrigérateur est installé dans la cuisine, indiquer où se situe la source froide et où se situe la source chaude.

Le condenseur est la série de longs et fins tubes noirs situés généralement sur la face arrière du réfrigérateur.

**Q37.** Sans utiliser le diagramme enthalpique de la **figure 7**, indiquer si, lorsque le fluide traverse le condenseur, sa température est supérieure, inférieure ou égale à celle de l'air ambiant.

La **figure 7** représente le diagramme enthalpique (pression  $P$  en fonction de l'enthalpie massique  $h$ ) d'un fluide frigorigène (ici le R134a). Les transformations au cours d'un cycle sont :

- 1  $\rightarrow$  2 : compression adiabatique réversible du fluide dans le compresseur calorifugé ;
- 2  $\rightarrow$  3 : échange thermique isobare à haute pression  $P_c$  dans le condenseur ;
- 3  $\rightarrow$  4 : détente isenthalpique dans le détendeur ;
- 4  $\rightarrow$  1 : échange thermique isobare à basse pression  $P_e$  dans l'évaporateur.



**Figure 7** - Cycle suivi par le fluide R134a dans le diagramme enthalpique

- Q38.** En utilisant le diagramme enthalpique ci-dessus, répondre aux questions suivantes.
- Donner les valeurs des pressions  $P_e$  au sein de l'évaporateur et  $P_c$  au sein du condenseur.
  - Déterminer le titre massique  $x_v$  en vapeur au point 4.
  - Donner la valeur de la température  $T_2$  en sortie du compresseur.
- Q39.** Donner l'expression générale du premier principe lorsqu'il est appliqué à un fluide en écoulement stationnaire unidimensionnel en nommant les grandeurs introduites.
- Dans la suite des questions, on négligera les variations d'altitude et de vitesse du fluide.
- Q40.** Déterminer les transferts thermiques massiques reçus par le fluide de la part de la source froide  $q_f$  et de la source chaude  $q_c$ , ainsi que le travail indiqué (ou utile) massique  $w$  reçu au cours du cycle.
- Q41.** Montrer que l'efficacité  $e_1$  de ce réfrigérateur est proche de 3,0.
- Q42.** En appliquant les deux principes de la thermodynamique à un cycle réversible, montrer que l'expression de l'efficacité de Carnot pour une machine frigorifique fonctionnant entre une source chaude  $T_c$  et une source froide  $T_f$ , est donnée par :

$$e_{carnot} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

**Q43.** Donner une valeur numérique approchée de l'efficacité de Carnot du réfrigérateur dans le cas d'une source froide à la température  $T_f = 3,0 \text{ °C}$  et d'une source chaude à la température  $T_c = 23 \text{ °C}$ . Comparer à la valeur trouvée pour le cycle précédent. Le résultat de cette comparaison était-il prévisible ? Justifier la réponse apportée.

Du givre peut se former à l'intérieur du réfrigérateur : en effet, l'évaporateur étant très froid, la vapeur d'eau se transforme en fines couches de glace appelée givre.

**Q44.** Nommer le changement d'état relatif à cette formation du givre.

Si on laisse s'accumuler une couche de givre, on admet que l'entropie créée  $S_c$  augmente pour un même transfert thermique pris à la source froide lors d'un cycle.

**Q45.** Montrer que l'on obtient pour un cycle réel la relation suivante :

$$\frac{Q_c}{Q_f} = -\alpha \frac{T_c}{T_f}$$

où  $\alpha$  est une constante à préciser en fonction de  $T_f$ ,  $Q_f$  et de  $S_c$ .

En prenant une valeur de  $\alpha$  égale à 1,55, l'efficacité du réfrigérateur est à présent égale à  $e_2 = 1,50$ .

**Q46.** En déduire la surconsommation électrique du réfrigérateur due à la présence de givre. On pourra donner le résultat en pourcentage.

### Partie IV - Bouteille de vin

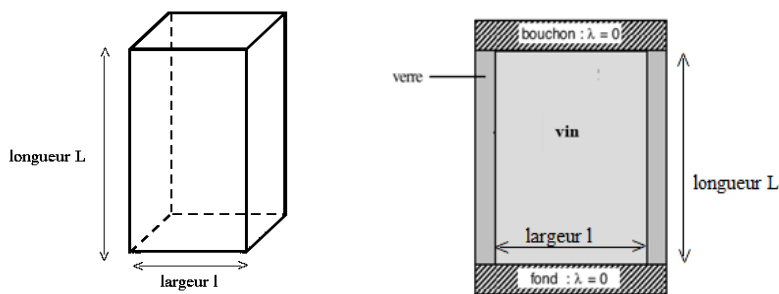
Dans le monde du vin, une " bouteille carrée " est à la fois rare et originale. Des vigneron du sud de la France ont commercialisé du vin dans une bouteille de forme parallélépipédique à base carrée modélisée à la **figure 8**.

Une bouteille de vin, choisie dans la cave à une température de  $T_i = 8,0 \text{ °C}$  est apportée dans la cuisine dont la température vaut  $T_A = 22 \text{ °C}$ .

La bouteille est assimilée à un parallélépipède de longueur  $L = 20 \text{ cm}$ , de largeur  $l = 7,5 \text{ cm}$  et dont l'épaisseur  $e$  du verre est égale à  $e = 3,0 \text{ mm}$ .

Dans cette modélisation simple, les échanges thermiques entre l'extérieur et le vin se font uniquement au niveau des surfaces latérales de la bouteille.

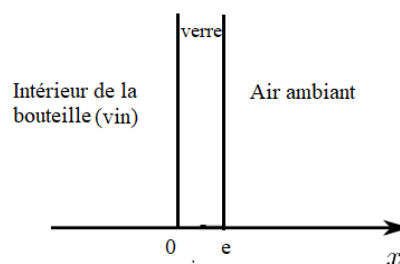
La température  $T_i$  du vin est supposée uniforme à l'intérieur de la bouteille. On se place en régime quasi-stationnaire.



**Figure 8** - Modélisation de la bouteille de vin  
(Schéma de gauche : vue en 3D - Schéma de droite : vue d'une face)

Données - Partie IV
<b>Conductivité thermique du verre</b> : $\lambda = 1,0 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
<b>Capacité thermique du système {vin + bouteille}</b> : $C = 3,0 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}$
<b>Masse volumique du vin (approximée à celle de l'eau)</b> : $\rho = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
<b>Coefficient conducto-convectif</b> : $h = 10 \text{ (SI)}$

On étudie, dans les questions **Q47** à **Q50**, le phénomène de conduction thermique à travers une des surfaces latérales de la bouteille, d'épaisseur  $e$  et de surface  $S$ . On notera  $T_S$  la température de la surface extérieure du verre, égale à  $T_A$  en l'absence de convection.



**Figure 9** - Modélisation d'une surface latérale de la bouteille de vin

- Q47.** Énoncer la loi de Fourier dans un cas unidimensionnel en coordonnées cartésiennes et préciser, sur le schéma de la **figure 9** à reproduire sur votre copie, le sens réel du vecteur densité de flux thermique.
- Q48.** En vous basant sur une analogie électrique, donner les correspondances entre les trois grandeurs thermiques suivantes *température*  $T$ , *résistance thermique*  $R_{th}$ , *flux thermique*  $\varphi$  et les grandeurs électriques analogues.
- Q49.** En déduire l'expression littérale de la résistance thermique en fonction de  $T_i$ ,  $T_S$  et du flux thermique.
- Q50.** Après avoir rappelé la relation entre le flux thermique et le vecteur densité de flux thermique, montrer que la résistance thermique  $R_{th}$  associée à la surface latérale de la bouteille d'épaisseur  $e$  et de surface  $S$ , représentée sur la **figure 9**, s'écrit :

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda S}.$$

- Q51.** En déduire l'expression littérale de la résistance thermique totale  $R_1$  relative à la totalité des faces latérales de la bouteille, puis faire l'application numérique.

En plus de la conduction thermique étudiée ci-dessus, on doit tenir compte des échanges thermiques superficiels entre le verre et l'air. Une surface de verre de surface  $S$ , à la température  $T_S$ , échange avec l'air, à la température  $T_A$ , le flux thermique  $\varphi = hS(T_S - T_A)$  où  $h$  est le coefficient conducto-convectif, constant et uniforme sur toute la surface  $S$  (avec  $h > 0$ ).

- Q52.** Déterminer l'unité de  $h$ .
- Q53.** Exprimer la résistance thermique de convection  $R_2$  relative à la totalité des surfaces latérales de la bouteille en fonction de  $h$ ,  $L$  et de  $l$ .
- Q54.** Donner l'expression de la résistance thermique totale  $R_{tot}$  d'échange entre le vin et l'air extérieur, puis faire l'application numérique. Conclure.

Chamber un vin est une pratique ancienne, qui consiste à remonter de la cave les vins rouges pour les ramener doucement à la température de la pièce, avant de les servir. En réalité, la température du système {vin + bouteille} dépend lentement du temps (d'où l'hypothèse d'un régime quasi-stationnaire) et elle sera notée  $T(t)$  par la suite. Pour une dégustation optimale, le vin doit atteindre une température de 16 °C.

**Q55.** À l'aide du premier principe de la thermodynamique, montrer que la température  $T(t)$  du système {vin + bouteille} vérifie une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = K.$$

Préciser également les expressions littérales des constantes  $\tau$  et  $K$ .

**Q56.** Sachant que  $\tau = 5,4 \cdot 10^3$  s et  $\tau K = 295$  K, exprimer, puis calculer la durée nécessaire pour que le vin atteigne sa température optimale de dégustation  $T_D = 16$  °C. On donne :  $\ln\left(\frac{7}{3}\right) \approx 0,8$ .

**Q57.** Déterminer le sens d'évolution de cette durée dans le cas où le coefficient conducto-convectif  $h$  augmente. Justifier.