



Lycée Charles Coëffin — Sciences physique

Fiche de travaux pratiques — CPGE TSI2

TD 1 : Stabilité des systèmes linéaires

Objectifs

- Déterminer une fonction de transfert.
- Identifier la nature d'un filtre à partir du schéma ou de la fonction de transfert.
- Prévoir le signal de sortie ainsi que sa composition spectrale à partir de la fonction de transfert.
- Transposer la fonction de transfert opérationnelle dans les domaines fréquentiel ou temporel.
- Discuter la stabilité d'un système d'ordre 1 ou 2.

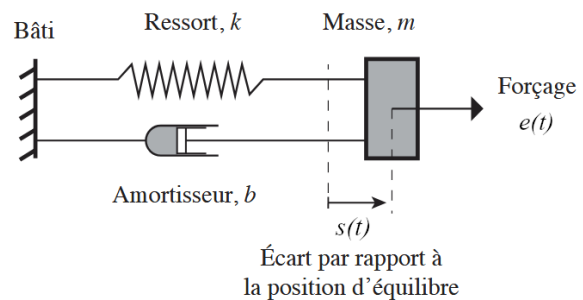
Pré-requis : régime sinusoïdal forcé, méthode complexe, associations d'impédances complexes ; signal périodique, décomposition d'un signal, fonction de transfert, filtres du premier et du deuxième ordre.

1 Exercices

Exercice 1.1 Fil rouge ★

On revient sur le modèle d'amortisseur de moto. On a montré que l'équation différentielle que respecte la masse m est

$$ks(t) + \beta\dot{s}(t) + m\ddot{s}(t) = e(t).$$



1. **Retrouver** l'équation différentielle.
2. **Déterminer** si l'ensemble du système est linéaire, continu et invariant.
3. **Déterminer** la fonction de transfert du système et **tracer** son digramme de Bode en amplitude asymptotique.
4. **Déterminer** si le système est stable.

Exercice 1.2 Gain et déphasage ★

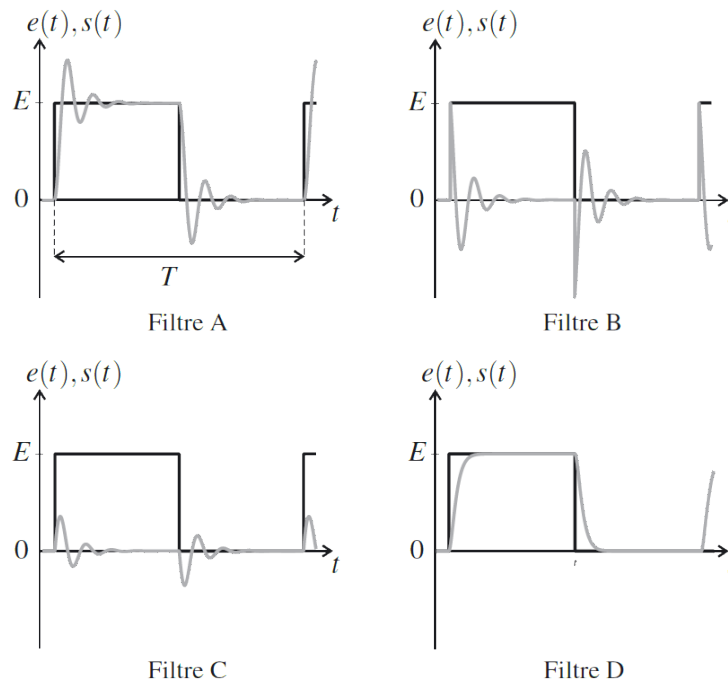
Un filtre présente un gain de -3,8 dB. **Déterminer** le facteur multiplicatif entre les tensions d'entrée et de sortie.

Pour une tension d'entrée $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, un filtre présente une sortie $s(t) = 12,3 \times E_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$. **Déterminer** le gain en dB du filtre, ainsi que le déphasage.

Exercice 1.3 Filtrage ★ ★

Les figures ci-après représentent le signal de sortie $s(t)$ (représenté en gris) pour un signal d'entrée $e(t)$ carré symétrique de période T valant alternativement 0 et E (représenté en noir) et différents filtres d'ordre deux.

Identifier la nature (passe-bas, passe-haut ou passe-bande) de chacun de ces filtres. **Comparer** la période T et le temps de réponse des filtres.



Signaux d'entrée (noirs) et de sortie (gris) des filtres.

2 Annale



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

4 heures

Calculatrice autorisée

Physique-chimie 2

TSI

2019

Accordeur, TGV et effet Hall

Ce sujet comporte trois parties indépendantes :

- Accordeur de guitare ;
- Dimensionnement du chauffage d'une voiture de TGV ;
- Transferts de charges par effet Hall.

Il est accompagné d'un document réponse utilisé dans la partie I.

I Accordeur de guitare

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare. La problématique est la suivante.

- La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu.
- Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau 1.

Corde	Fréquence (f_{ac})
Mi grave	82,4 Hz
La	110,0 Hz
Ré	146,8 Hz
Sol	196 Hz
Si	246,9 Hz
Mi aigu	329,6 Hz

Tableau 1 Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

- On souhaite accorder une corde *légèrement* désaccordée : on notera f_{co} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

Principe de l'accordeur

- Sélection de la corde à accorder (donc f_{ac} est fixée).
- Création d'un signal carré de référence de fréquence f_{ac} avec un oscillateur de type astable.
- Enregistrement du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{co} .
- Amplification et filtrage de ce signal.
- Extraction de la fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
- Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence f_{co} .
- On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{co} . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{co} = f_{ac}$.

Ce principe général est schématisé sur la figure 1.

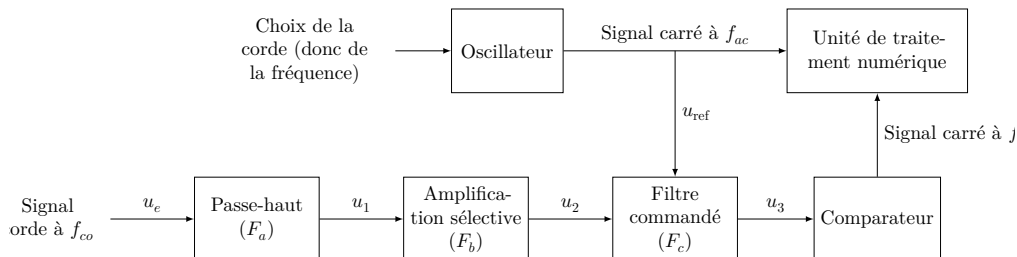


Figure 1 Principe de fonctionnement de l'accordeur de guitare

Ce problème s'intéresse au traitement du signal venant de la corde.

I.A – Le signal

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.

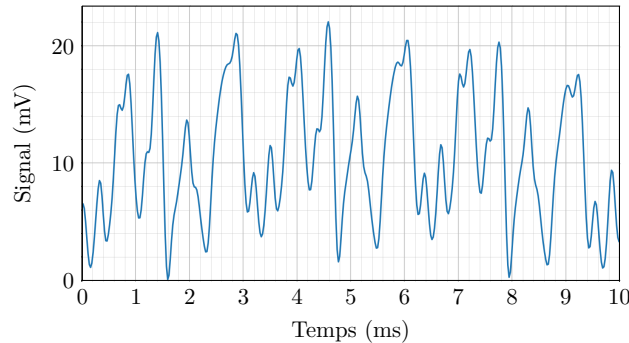


Figure 2 Signal de la guitare

- Q 1. Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
 Q 2. Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).
 Q 3. De quelle corde de guitare s'agit-il ?
 Q 4. L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

I.B – Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (filtre (F_a)).

- Q 5. En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1 , C_1 et de la pulsation ω du signal.
 Q 6. De quel type de filtre s'agit-il ? Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.
 Q 7. Tracer sans calcul l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.
 Q 8. On a choisi $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = 100 \text{ nF}$. Calculer la fréquence de coupure f_1 à -3 dB de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre ?

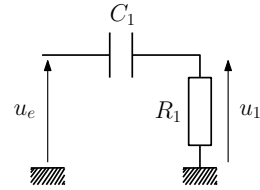


Figure 3 Filtre (F_a)

I.C – Deuxième filtre

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

I.C.1) Préambule

Soit le filtre de la figure 4(a).

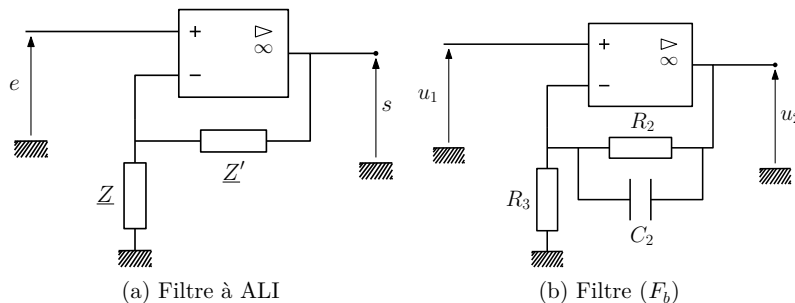


Figure 4 Deux filtres

- Q 9. Exprimer sa fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$.
 Q 10. Que devient $\underline{H}$ si $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$ sont des résistances ($\underline{Z} = R$, $\underline{Z}' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

I.C.2) Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 4(b) (filtre (F_b)).

Q 11. Quelle est l'impédance Z_{eq} de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?

Q 12. Dédurre de la question 9 l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_2$ de ce filtre en fonction de R_2 , R_3 et C_2 .

Q 13. Mettre $\underline{H}_2$ sous la forme

$$\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2}$$

et donner les expressions de G_0 et ω_2 .

Q 14. Quelle est la limite de $|\underline{H}_2|$ en basse fréquence ? en haute fréquence ?

Q 15. Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si $R_2 = 680\text{ k}\Omega$, $R_3 = 6\text{ k}\Omega$ et $C_2 = 470\text{ pF}$ ainsi que son gain G_0 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

I.D – Filtrage (très) sélectif commandé

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal u_2 , dont la valeur est à priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder.

Le principe du filtre (F_c) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac} . Ce type de commande (à capacité commutée) sera précisé dans la sous-partie I.F.

I.D.1) Diagramme de Bode

La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (F_c) tracé à deux échelles différentes.

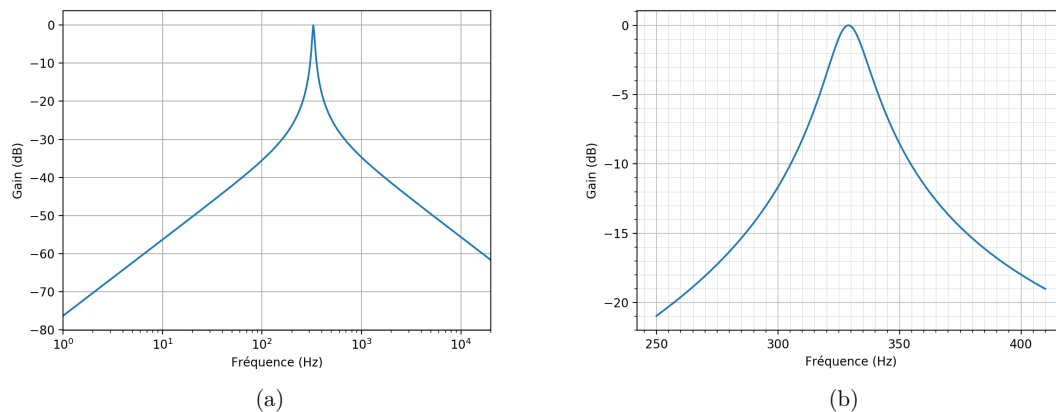


Figure 5 Diagramme de Bode en gain du filtre (F_c)

Q 16. Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

Q 17. Donner une estimation de sa bande-passante à -3 dB après l'avoir définie.

Q 18. Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315\text{ Hz}$, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

I.D.2) Analyse spectrale

La figure 6 correspond au spectre du signal d'entrée u_e représenté sur la figure 2.

Q 19. Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 2.

Q 20. En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 7 correspond à la sortie du premier filtre (F_a).

Q 21. Même question, pour la sortie du filtre (F_b).

Q 22. Tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre (F_c). Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

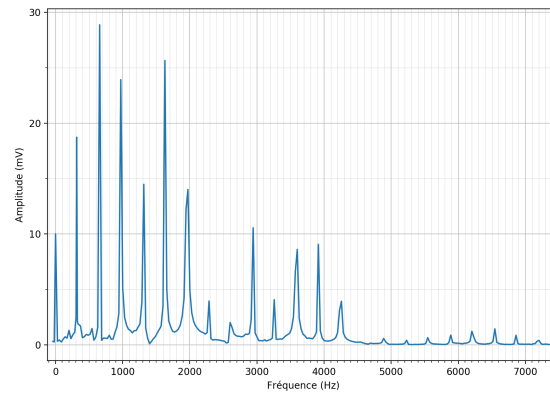


Figure 6 Spectre du signal d'entrée

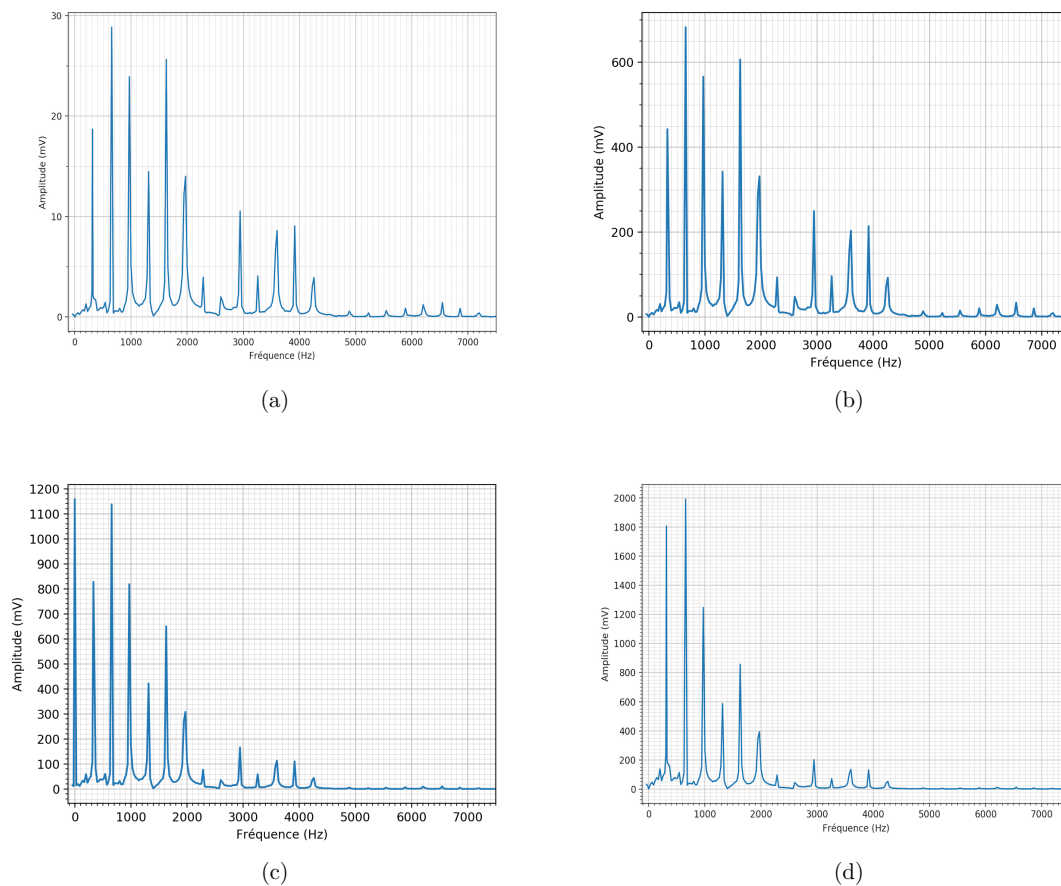


Figure 7 Spectres

I.E – Mise en forme

À la sortie de l'étage précédent, le signal est donc proche d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} et d'amplitude dépendant de la force avec laquelle on a gratté la corde, mais de l'ordre du volt. Pour effectuer un traitement numérique qui permettra de comparer f_{co} à la fréquence théorique f_{ac} on souhaite fabriquer à partir du signal précédent un signal crêteau de fréquence f_{co} . Pour cela, on utilise un comparateur à hystérésis, représenté figure 8.