

Leçon 1 : stabilité des systèmes linéaires

E. Capitaine

TSI 2 - Lycée Charles Coëffin

2 septembre 2026

Plan

- 1 Introduction
- 2 Système linéaire continu et invariant temporellement
 - Vocabulaire
 - Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle
 - Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert
- 3 Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2
 - Définition
 - Système du premier ordre
 - Système du deuxième ordre
- 4 Signal périodique non sinusoïdal
 - Décomposition en série de Fourier
 - Effet de filtrages sur un signal périodique
 - Détermination d'un signal de sortie

Plan

1 Introduction

2 Système linéaire continu et invariant temporellement

- Vocabulaire
- Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle
- Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

3 Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

- Définition
- Système du premier ordre
- Système du deuxième ordre

4 Signal périodique non sinusoïdal

- Décomposition en série de Fourier
- Effet de filtrages sur un signal périodique
- Détermination d'un signal de sortie

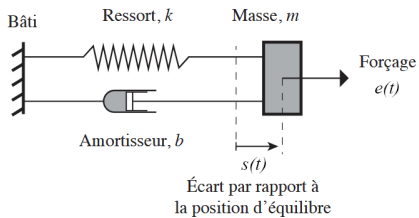
Introduction

Exemple de l'amortisseur de moto
(chaîne Youtube : Integral Physics)

Modèle masse-ressort amortisseur : une masse m soumise à la force de rappel d'un ressort et à une force de frottement fluide.

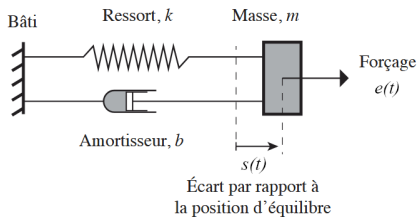
On simplifie le problème en considérant un amortisseur subissant une excitation horizontale $e(t)$.

Introduction



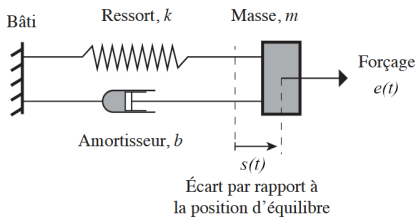
Introduction

- Système : masse



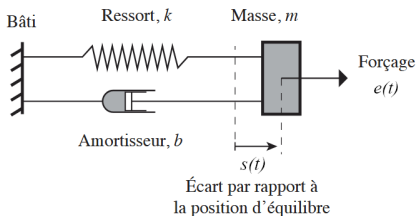
Introduction

- Système : masse
- Référentiel : référentiel terrestre

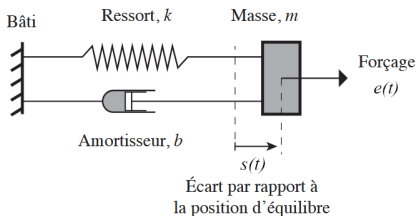


Introduction

- Système : masse
- Référentiel : référentiel terrestre
- Système de coordonnées :
cartésien, translation selon l'axe
(Ox) avec $s = x - \ell_0$ ou
 $x = s + \ell_0$

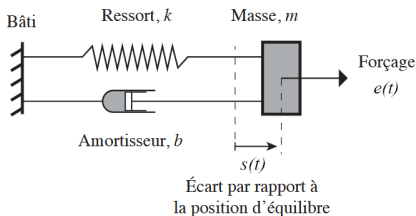


Introduction



- Système : masse
- Référentiel : référentiel terrestre
- Système de coordonnées :
cartésien, translation selon l'axe
(Ox) avec $s = x - \ell_0$ ou
 $x = s + \ell_0$
- Bilan des forces : poids
 $\vec{P} = m\vec{g}$; force de rappel du
ressort $\vec{F}_r = -ks$; force de
frottement fluide
 $\vec{F}_f = -\beta\dot{x} = -\beta\dot{s}$; excitation
 $e(t)$

Introduction



- Système : masse
- Référentiel : référentiel terrestre
- Système de coordonnées : cartésien, translation selon l'axe (Ox) avec $s = x - \ell_0$ ou $x = s + \ell_0$
- Bilan des forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$; force de rappel du ressort $\vec{F}_r = -ks$; force de frottement fluide $\vec{F}_f = -\beta\dot{x} = -\beta\dot{s}$; excitation $e(t)$
- PFD :

$$m\ddot{s} = -ks - \beta\dot{s} + e(t)$$

$$ks + \beta\dot{s} + m\ddot{s} = e(t).$$

Introduction

On vient d'établir l'équation différentielle d'un système soumis à une **excitation (ou forçage), constituant la grandeur d'entrée $e(t)$** , et donnant une **réponse, constituant la grandeur de sortie $s(t)$** .

Plan

1 Introduction

2 Système linéaire continu et invariant temporellement

- Vocabulaire
- Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle
- Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

3 Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

- Définition
- Système du premier ordre
- Système du deuxième ordre

4 Signal périodique non sinusoïdal

- Décomposition en série de Fourier
- Effet de filtrages sur un signal périodique
- Détermination d'un signal de sortie

Système linéaire continu et invariant temporellement

Vocabulaire

- Si le forçage $e(t)$ est constamment nul alors aucune énergie n'est fournie au système : on parle de **régime libre**
- Si le forçage $e(t)$ n'est pas constamment nul alors de l'énergie est fournie au système : on parle de **régime forcé**.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Vocabulaire

- Si le forçage $e(t)$ est constamment nul alors aucune énergie n'est fournie au système : on parle de **régime libre**
- Si le forçage $e(t)$ n'est pas constamment nul alors de l'énergie est fournie au système : on parle de **régime forcé**.
- Si la réponse $s(t)$ est du même type que l'entrée $e(t)$ (constante, sinusoïdale, périodique quelconque) on parle de **régime permanent ou établi**.
- Si le forçage change alors un **régime transitoire** apparaît avant un nouveau régime permanent.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Vocabulaire

On limitera notre étude à un certain type de systèmes : **les systèmes linéaires, continus et invariants temporellement (LCI)**.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Vocabulaire

On limitera notre étude à un certain type de systèmes : **les systèmes linéaires, continus et invariants temporellement (LCI)**.

- **Linéaire** : si une entrée $e_1(t)$ donne une réponse $s_1(t)$, et une entrée $e_2(t)$ donne une réponse $s_2(t)$, alors une entrée $k_1 e_1(t) + k_2 e_2(t)$, avec k_1 et k_2 constantes, donnera une sortie $k_1 s_1(t) + k_2 s_2(t)$.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Vocabulaire

On limitera notre étude à un certain type de systèmes : **les systèmes linéaires, continus et invariants temporellement (LCI)**.

- **Linéaire** : si une entrée $e_1(t)$ donne une réponse $s_1(t)$, et une entrée $e_2(t)$ donne une réponse $s_2(t)$, alors une entrée $k_1 e_1(t) + k_2 e_2(t)$, avec k_1 et k_2 constantes, donnera une sortie $k_1 s_1(t) + k_2 s_2(t)$.
- **Continu** : les signaux d'entrée et de sortie sont décrits comme des fonctions du temps continu t . On l'oppose à un système à temps discret, pour lequel les signaux ne sont définis qu'à des instants $t_n = nT_e$.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Vocabulaire

On limitera notre étude à un certain type de systèmes : **les systèmes linéaires, continus et invariants temporellement (LCI)**.

- **Linéaire** : si une entrée $e_1(t)$ donne une réponse $s_1(t)$, et une entrée $e_2(t)$ donne une réponse $s_2(t)$, alors une entrée $k_1 e_1(t) + k_2 e_2(t)$, avec k_1 et k_2 constantes, donnera une sortie $k_1 s_1(t) + k_2 s_2(t)$.
- **Continu** : les signaux d'entrée et de sortie sont décrits comme des fonctions du temps continu t . On l'oppose à un système à temps discret, pour lequel les signaux ne sont définis qu'à des instants $t_n = nT_e$.
- **Invariant** : son comportement dans le temps reste inchangé ; si l'on reproduit une même entrée $e(t)$ à deux instants différents, même éloignés, les réponses $s(t)$ seront identiques (décalées de ce même temps).

Système linéaire continu et invariant temporellement

Vocabulaire

On limitera notre étude à un certain type de systèmes : **les systèmes linéaires, continus et invariants temporellement (LCI)**.

Propriété : En régime permanent, si on impose une entrée sinusoïdale $e(t) = E \cos(\omega t + \varphi)$, alors la réponse sera également sinusoïdale et de même pulsation (et donc fréquence) : $s(t) = S \cos(\omega t + \varphi')$.

Trouver la réponse $s(t)$ d'un LCI revient à rechercher **le rapport des amplitudes S/E et la différence de phase à l'origine, ou le déphasage $\varphi' - \varphi$** .

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

On considérera qu'un **système qui vérifie une équation différentielle linéaire à coefficients constants est un système LCI.**

Exemple : l'équation différentielle de l'amortisseur de moto

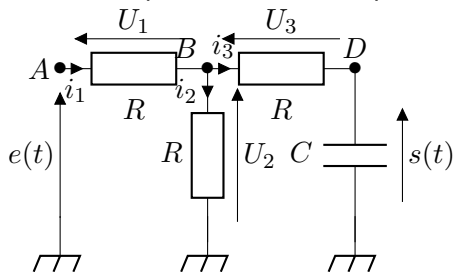
$$ks + \beta\dot{s} + m\ddot{s} = e(t)$$

k , β et m sont des coefficients constants.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

Autre exemple : circuit électrique

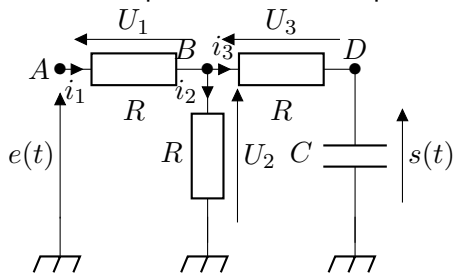


Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$

Autre exemple : circuit électrique

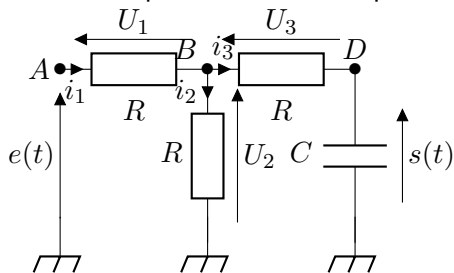


Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + i_3$

Autre exemple : circuit électrique



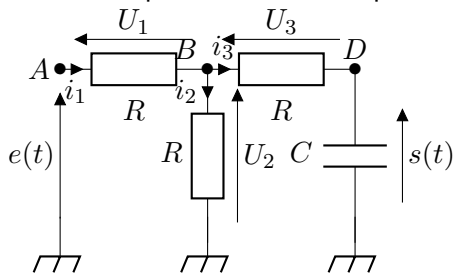
Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + i_3$
- Loi du condensateur :

$$\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + C \frac{ds}{dt}$$

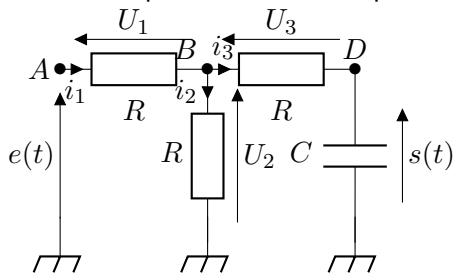
Autre exemple : circuit électrique



Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

Autre exemple : circuit électrique

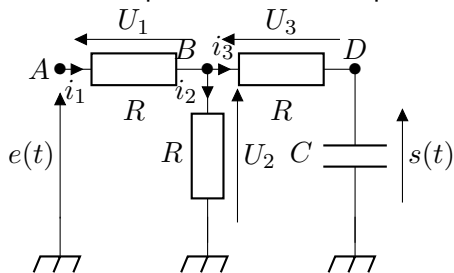


- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + i_3$
- Loi du condensateur :
$$\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + C \frac{ds}{dt}$$
- Expressions des tensions sous forme de différences de potentiels
$$\frac{V_A - V_B}{R} = \frac{V_B - V_M}{R} + C \frac{ds}{dt}$$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

Autre exemple : circuit électrique

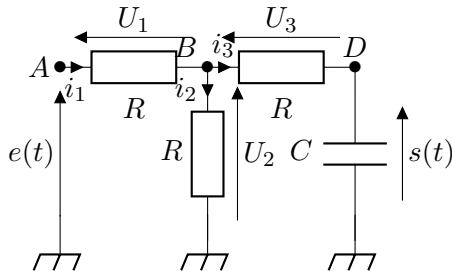


- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + i_3$
- Loi du condensateur :
$$\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + C \frac{ds}{dt}$$
- Expressions des tensions sous forme de différences de potentiels
$$\frac{V_A - V_B}{R} = \frac{V_B - V_M}{R} + C \frac{ds}{dt}$$
- Expressions de $e(t)$ et de $s(t)$ en fonction des potentiels
$$e(t) = V_A - V_M \text{ et } s(t) = V_D - V_M$$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

Autre exemple : circuit électrique

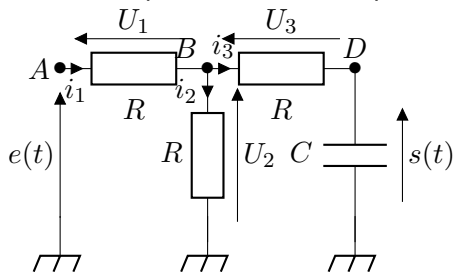


- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + i_3$
- Loi du condensateur :
$$\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + C \frac{ds}{dt}$$
- Expressions des tensions sous forme de différences de potentiels
$$\frac{V_A - V_B}{R} = \frac{V_B - V_M}{R} + C \frac{ds}{dt}$$
- Expressions de $e(t)$ et de $s(t)$ en fonction des potentiels
 $e(t) = V_A - V_M$ et
 $s(t) = V_D - V_M$
- On simplifie $V_M = 0$: $e(t) = V_A$ et
 $s(t) = V_D$ ainsi
$$\frac{e(t) - V_B}{R} = \frac{V_B}{R} + C \frac{ds}{dt}$$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

Autre exemple : circuit électrique

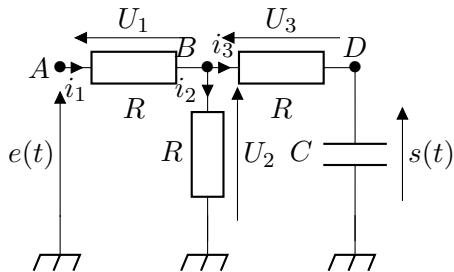


- V_B est inconnu. Loi des mailles
 $U_2 = U_3 + s(t)$
 $V_B - V_M = Ri_3 + s(t)$
 $V_B = Ri_3 + s(t)$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle

Autre exemple : circuit électrique



- V_B est inconnu. Loi des mailles
 $U_2 = U_3 + s(t)$
 $V_B - V_M = Ri_3 + s(t)$
 $V_B = Ri_3 + s(t)$
- On utilise l'expression précédente
 $\frac{e(t)}{R} - i_3 - \frac{s(t)}{R} = i_3 + \frac{s(t)}{R} + C \frac{ds}{dt}$
 $2s(t) + 2Ri_3 + RC \frac{ds}{dt} = e(t)$
 $2s(t) + 2RC \frac{ds}{dt} + RC \frac{ds}{dt} = e(t)$
 $2s(t) + 3RC \frac{ds}{dt} = 1 \times e(t)$

Les coefficients 2 et $3RC$ et 1 sont constants, **il s'agit d'un système LCI.**

L'ordre du filtre est donné par l'ordre n de la dérivée temporelle de la réponse $s(t)$ le plus haut, ici $n = 1$. L'ordre maximal m des dérivées temporelles du forçage $e(t)$ est inférieur ou égal à n , ici $m = 0$.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

- Signal harmonique :
- Représentation complexe d'un signal harmonique :
- Fonction de transfert :

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

- Signal harmonique : signal sinusoïdal ou signal monochromatique

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi) = U \cos(2\pi f t + \varphi) = U \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right)$$

avec U l'amplitude, ω la pulsation, f la fréquence, T la période et φ la phase à l'origine.

- Représentation complexe d'un signal harmonique :

- Fonction de transfert :

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

- Signal harmonique : signal sinusoïdal ou signal monochromatique

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi) = U \cos(2\pi f t + \varphi) = U \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right)$$

avec U l'amplitude, ω la pulsation, f la fréquence, T la période et φ la phase à l'origine.

- Représentation complexe d'un signal harmonique :

$$\underline{u}(t) = U e^{j(\omega t + \varphi)} = U e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

avec $\underline{U} = U e^{j\varphi}$ l'amplitude complexe.

- Fonction de transfert :

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

- Signal harmonique : signal sinusoïdal ou signal monochromatique

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi) = U \cos(2\pi f t + \varphi) = U \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right)$$

avec U l'amplitude, ω la pulsation, f la fréquence, T la période et φ la phase à l'origine.

- Représentation complexe d'un signal harmonique :

$$\underline{u}(t) = U e^{j(\omega t + \varphi)} = U e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

avec $\underline{U} = U e^{j\varphi}$ l'amplitude complexe.

- Fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}.$$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

- Signal harmonique : signal sinusoïdal ou signal monochromatique

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi) = U \cos(2\pi f t + \varphi) = U \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right)$$

avec U l'amplitude, ω la pulsation, f la fréquence, T la période et φ la phase à l'origine.

- Représentation complexe d'un signal harmonique :

$$\underline{u}(t) = U e^{j(\omega t + \varphi)} = U e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

avec $\underline{U} = U e^{j\varphi}$ l'amplitude complexe.

- Fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}.$$

Si la fonction de transfert d'un système est le quotient de deux polynômes en $j\omega$ alors c'est un système LCI.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Exemple : l'équation différentielle de l'amortisseur de moto

$$ks + \beta\dot{s} + m\ddot{s} = e(t)$$

On obtient la fonction de transfert en utilisant la notation complexe en considérant que $s(t)$ et $e(t)$ sont des signaux harmoniques de même pulsation (régime permanent)

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Exemple : l'équation différentielle de l'amortisseur de moto

$$ks + \beta \dot{s} + m\ddot{s} = e(t)$$

On obtient la fonction de transfert en utilisant la notation complexe en considérant que $s(t)$ et $e(t)$ sont des signaux harmoniques de même pulsation (régime permanent)

$$k\underline{s}(t) + \beta j\omega \underline{s}(t) + m(j\omega)^2 \underline{s}(t) = \underline{e}(t)$$

$$\underline{s}(t) (k + j\omega\beta - m\omega^2) = \underline{e}(t)$$

$$\underline{s}(t) = \underline{e}(t) \frac{1}{k + j\omega\beta - m\omega^2}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{k + j\omega\beta - m\omega^2}.$$

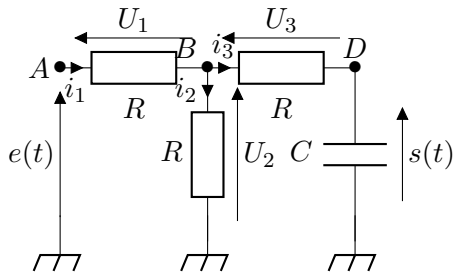
La fonction de transfert est un quotient de deux polynômes : **il s'agit d'un système LCI.**

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$

Autre exemple : circuit électrique

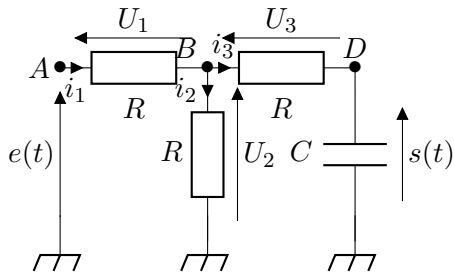


Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + \frac{U_3}{R}$

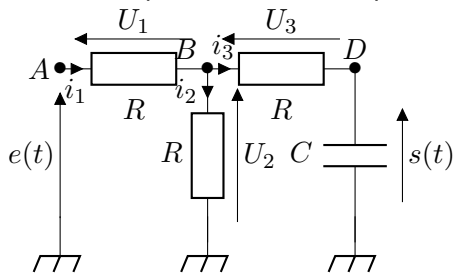
Autre exemple : circuit électrique



Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Autre exemple : circuit électrique

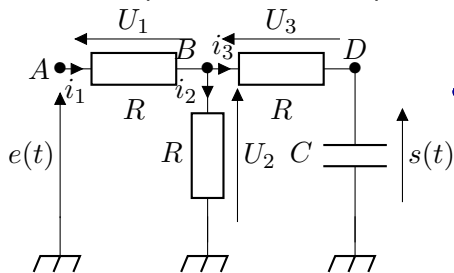


- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + \frac{U_3}{R}$
- Expressions des tensions sous forme de différences de potentiels
 $V_A - V_B = V_B - V_M + V_B - V_D$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Autre exemple : circuit électrique

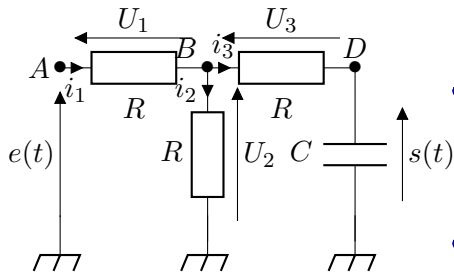


- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + \frac{U_3}{R}$
- Expressions des tensions sous forme de différences de potentiels
 $V_A - V_B = V_B - V_M + V_B - V_D$
- Expressions de $e(t)$ et de $s(t)$ en fonction des potentiels
 $e(t) = V_A - V_M$ et
 $s(t) = V_D - V_M$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Autre exemple : circuit électrique

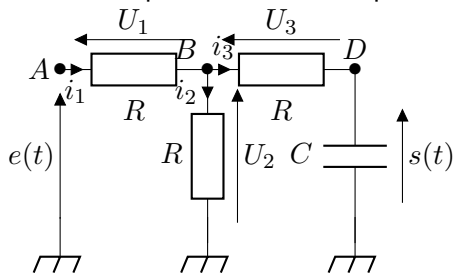


- Loi des mailles : $i_1 = i_2 + i_3$
- Loi d'Ohm : $\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + \frac{U_3}{R}$
- Expressions des tensions sous forme de différences de potentiels
 $V_A - V_B = V_B - V_M + V_B - V_D$
- Expressions de $e(t)$ et de $s(t)$ en fonction des potentiels
 $e(t) = V_A - V_M$ et
 $s(t) = V_D - V_M$
- On simplifie $V_M = 0$: $e(t) = V_A$ et
 $s(t) = V_D$ ainsi
 $e(t) - V_B = 2V_B - s(t)$
 $V_B = \frac{e(t) + s(t)}{3}$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Autre exemple : circuit électrique

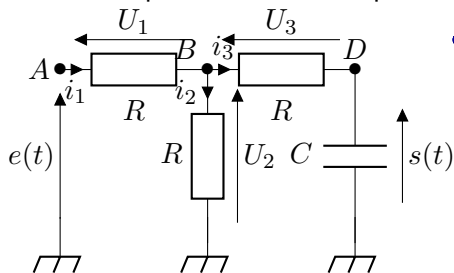


- V_B est inconnu. Or
 $U_2 = V_B - V_M = V_B$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Autre exemple : circuit électrique

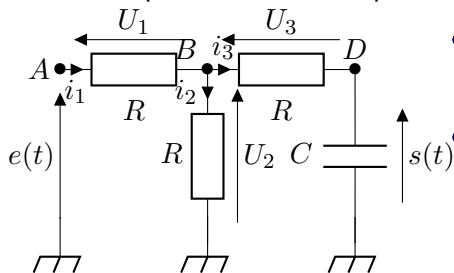


- V_B est inconnu. Or
 $U_2 = V_B - V_M = V_B$
- Pont diviseur de tension
$$s(t) = U_2 \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = V_B \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Autre exemple : circuit électrique



- V_B est inconnu. Or
 $U_2 = V_B - V_M = V_B$
- Pont diviseur de tension
 $s(t) = U_2 \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = V_B \frac{1}{1 + j\omega RC}$
- On utilise l'expression de V_B
 $s(t) = \frac{e(t) + s(t)}{3} \frac{1}{1 + j\omega RC}$
 $s(t) (3 + 3j\omega RC) = e(t) + s(t)$
 $s(t) (2 + 3j\omega RC) = e(t)$
 $s(t) = e(t) \frac{1}{2 + 3j\omega RC}$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Rappels sur le diagramme de Bode en amplitude

On trace le gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ en fonction de ω ou $\frac{\omega}{\omega_0}$ selon une échelle logarithmique

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Rappels sur le diagramme de Bode en amplitude

On trace le gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ en fonction de ω ou $\frac{\omega}{\omega_0}$ selon une échelle logarithmique

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log (|\underline{H}(j\omega)|) .$$

On commence par tracer les asymptotes à basses et hautes fréquences.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Filtre passe-bas ($x = \omega/\omega_0$)

- d'ordre 1 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{1+jx}$
- d'ordre 2 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$

On obtient l'asymptote à basses fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus petit degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

On obtient l'asymptote à hautes fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus haut degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Filtre passe-bas ($x = \omega/\omega_0$)

- d'ordre 1 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{1+jx}$
- d'ordre 2 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$

On obtient l'asymptote à basses fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus petit degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

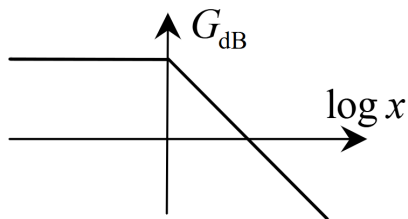
- d'ordre 1 : $\lim_{\omega \rightarrow 0} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{1} = H_0$ donc $G_{dB}(\omega) = 20 \log(H_0)$
- d'ordre 2 : $\lim_{\omega \rightarrow 0} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{1} = H_0$ donc $G_{dB}(\omega) = 20 \log(H_0)$

On obtient l'asymptote à hautes fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus haut degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

- d'ordre 1 : $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{jx}$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log\left(H_0 \frac{1}{x}\right) = 20 \log(H_0) - 20 \log(x)$
- d'ordre 2 : $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1}{-x^2}$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log\left(H_0 \frac{1}{x^2}\right) = 20 \log(H_0) - 40 \log(x)$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert



- Asymptotes filtre passe-bas d'ordre 1 : $20 \log(H_0)$ et -20 dB/décade .
- Asymptotes filtre passe-bas d'ordre 2 : $20 \log(H_0)$ et -40 dB/décade .

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Filtre passe-haut ($x = \omega/\omega_0$)

- d'ordre 1 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{jx}{1+jx}$
- d'ordre 2 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{-x^2}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$

On obtient l'asymptote à basses fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus petit degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

On obtient l'asymptote à hautes fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus haut degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Filtre passe-haut ($x = \omega/\omega_0$)

- d'ordre 1 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{jx}{1+jx}$
- d'ordre 2 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{-x^2}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$

On obtient l'asymptote à basses fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus petit degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

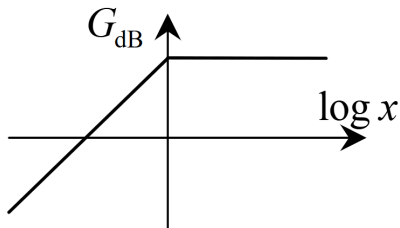
- d'ordre 1 : $\lim_{\omega \rightarrow 0} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{jx}{1}$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log(H_0 x) = 20 \log(H_0) + 20 \log(x)$
- d'ordre 2 : $\lim_{\omega \rightarrow 0} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{-x^2}{1}$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log(H_0 x^2) = 20 \log(H_0) + 40 \log(x)$

On obtient l'asymptote à hautes fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus haut degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

- d'ordre 1 : $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{jx}{jx} = H_0$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log(H_0)$
- d'ordre 2 : $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{-x^2}{-x^2} = H_0$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log(H_0)$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert



- Asymptotes filtre passe-haut d'ordre 1 : $+20 \text{ dB/décade}$ et $20 \log(H_0)$.
- Asymptotes filtre passe-haut d'ordre 2 : $+40 \text{ dB/décade}$ et $20 \log(H_0)$.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Filtre passe-bande ($x = \omega/\omega_0$)

- d'ordre 1 : n'existe pas
- d'ordre 2 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$

On obtient l'asymptote à basses fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus petit degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

On obtient l'asymptote à hautes fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus haut degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Filtre passe-bande ($x = \omega/\omega_0$)

- d'ordre 1 : n'existe pas
- d'ordre 2 : $\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{j^{\frac{x}{Q}}}{1+j^{\frac{x}{Q}}-x^2}$

On obtient l'asymptote à basses fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus petit degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

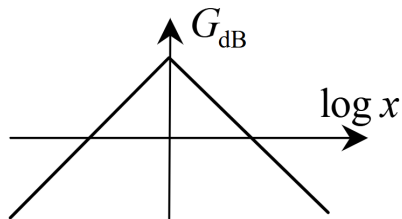
- $\lim_{\omega \rightarrow 0} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{j^{\frac{x}{Q}}}{1}$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log \left(H_0 \frac{x}{Q} \right) = 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right) + 20 \log (x)$

On obtient l'asymptote à hautes fréquences en ne sélectionnant que le terme du plus haut degré en x des polynômes au numérateur et au dénominateur

- $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{j^{\frac{x}{Q}}}{-x^2}$ donc
 $G_{dB}(\omega) = 20 \log \left(H_0 \frac{1}{Qx} \right) = 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right) - 20 \log (x)$

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert



- Asymptotes filtre passe-bande :
+20 dB/décade et
−20 dB/décade.

Système linéaire continu et invariant temporellement

Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert

Notation de Laplace : on introduit la variable p , associée à la dérivation temporelle par la correspondance

$$\frac{d}{dt} \leftrightarrow p$$

lorsque les conditions initiales sont nulles. On définit alors la fonction de transfert opérationnelle

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}.$$

En régime sinusoïdal établi, on obtient la fonction de transfert harmonique par la substitution $p = j\omega$.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Système linéaire continu et invariant temporellement
 - Vocabulaire
 - Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle
 - Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert
- 3 Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2
 - Définition
 - Système du premier ordre
 - Système du deuxième ordre
- 4 Signal périodique non sinusoïdal
 - Décomposition en série de Fourier
 - Effet de filtrages sur un signal périodique
 - Détermination d'un signal de sortie

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Définition

La solution d'une équation différentielle pour système LCI du premier ou du second ordre s'écrit

$$s(t) = s_p(t) + s_h(t)$$

avec

- $s_p(t)$

- $s_h(t)$

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Définition

La solution d'une équation différentielle pour système LCI du premier ou du second ordre s'écrit

$$s(t) = s_p(t) + s_h(t)$$

avec

- $s_p(t)$ **la solution particulière**, de la même forme que le forçage $e(t)$ et qui décrit physiquement **la réponse dans le régime permanent** pour les forçages usuels étudiés ici
- $s_h(t)$

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Définition

La solution d'une équation différentielle pour système LCI du premier ou du second ordre s'écrit

$$s(t) = s_p(t) + s_h(t)$$

avec

- $s_p(t)$ **la solution particulière**, de la même forme que le forçage $e(t)$ et qui décrit physiquement **la réponse dans le régime permanent** pour les forçages usuels étudiés ici
- $s_h(t)$ **la solution homogène**, dont la forme dépend de l'ordre du système et qui décrit physiquement **la réponse dans le régime transitoire**.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Définition

On considérera qu'un système LCI est **stable si sa réponse à un forçage borné est aussi bornée**.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Définition

On considérera qu'un système LCI est **stable si sa réponse à un forçage borné est aussi bornée**.

Comme la solution particulière $s_p(t)$ est de la même forme que le forçage $e(t)$, si $e(t)$ est borné, alors $s_p(t)$ l'est aussi. L'instabilité dépend donc de la solution homogène $s_h(t)$:

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Définition

On considérera qu'un système LCI est **stable** si sa réponse à un forçage borné est aussi bornée.

Comme la solution particulière $s_p(t)$ est de la même forme que le forçage $e(t)$, si $e(t)$ est borné, alors $s_p(t)$ l'est aussi. L'instabilité dépend donc de la solution homogène $s_h(t)$:

- si $s_h(t)$ tend vers 0 au bout d'un certain temps, alors $s(t) \rightarrow s_p(t)$: comme $s_p(t)$ est de la même forme que $e(t)$, si $e(t)$ est borné alors $s(t)$ aussi, donc le système est **stable**.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Définition

On considérera qu'un système LCI est **stable** si sa réponse à un forçage borné est aussi bornée.

Comme la solution particulière $s_p(t)$ est de la même forme que le forçage $e(t)$, si $e(t)$ est borné, alors $s_p(t)$ l'est aussi. L'instabilité dépend donc de la solution homogène $s_h(t)$:

- si $s_h(t)$ tend vers 0 au bout d'un certain temps, alors $s(t) \rightarrow s_p(t)$: comme $s_p(t)$ est de la même forme que $e(t)$, si $e(t)$ est borné alors $s(t)$ aussi, donc le système est **stable**.
- si $s_h(t)$ diverge alors le système est **instable** : $s_h(t)$ ne tend plus vers 0 et diverge vers une limite de saturation, $s(t)$ ne varie plus en fonction de $e(t)$: le système n'est plus linéaire : une entrée $k_1 e_1(t) + k_2 e_2(t)$ ne donne plus une sortie $k_1 s_1(t) + k_2 s_2(t)$.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

Exemple système du premier ordre : circuit RC série avec $s(t) = u_C(t)$.

Description temporelle : équation différentielle

Loi des mailles, de la loi d'Ohm et de la loi du condensateur

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

Exemple système du premier ordre : circuit RC série avec $s(t) = u_C(t)$.

Description temporelle : équation différentielle

Loi des mailles, de la loi d'Ohm et de la loi du condensateur

$$e(t) = u_R(t) + u_C(t) = Ri(t) + u_C(t) = RC \frac{du_C}{dt} + u_C(t)$$
$$s(t) + RC \frac{ds}{dt} = e(t).$$

On généralise le résultat à tout autre système en introduisant les coefficients a_0 , a_1 et b_0

$$a_0 s(t) + a_1 \frac{ds}{dt} = b_0 e(t).$$

On obtient la solution homogène à partir de

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

Exemple système du premier ordre : circuit RC série avec $s(t) = u_C(t)$.

Description temporelle : équation différentielle

Loi des mailles, de la loi d'Ohm et de la loi du condensateur

$$e(t) = u_R(t) + u_C(t) = Ri(t) + u_C(t) = RC \frac{du_C}{dt} + u_C(t)$$
$$s(t) + RC \frac{ds}{dt} = e(t).$$

On généralise le résultat à tout autre système en introduisant les coefficients a_0 , a_1 et b_0

$$a_0 s(t) + a_1 \frac{ds}{dt} = b_0 e(t).$$

On obtient la solution homogène à partir de l'équation homogène : équation sans second membre

$$a_0 s_h(t) + a_1 \frac{ds_h}{dt} = 0 \quad \text{soit} \quad s_h(t) = Ae^{-\frac{a_0}{a_1}t}.$$

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On constate que la solution homogène $s_h(t) = Ae^{-\frac{a_0}{a_1}t}$ diverge si donc **si les coefficients a_1 et a_0 sont** .

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On constate que la solution homogène $s_h(t) = Ae^{-\frac{a_0}{a_1}t}$ diverge si $-\frac{a_0}{a_1} > 0$ donc **si les coefficients a_1 et a_0 sont de signes opposés.**

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On constate que la solution homogène $s_h(t) = Ae^{-\frac{a_0}{a_1}t}$ diverge si $-\frac{a_0}{a_1} > 0$ donc **si les coefficients a_1 et a_0 sont de signes opposés.**

Généralisation : un système LCI du premier ordre est **stable** si et seulement si **les coefficients de l'équation homogène sont de même signe.**

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On constate que la solution homogène $s_h(t) = Ae^{-\frac{a_0}{a_1}t}$ diverge si $-\frac{a_0}{a_1} > 0$ donc **si les coefficients a_1 et a_0 sont de signes opposés.**

Généralisation : un système LCI du premier ordre est **stable** si et seulement si **les coefficients de l'équation homogène sont de même signe.**

Remarques : $\left| \frac{a_0}{a_1} \right|$ correspond à la **pulsation caractéristique** ω_0 (ou ω_c du système) ; $\left| \frac{a_1}{a_0} \right|$ correspond au **temps caractéristique ou temps de réponse** du système τ .

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

Exemple système du premier ordre : circuit RC série avec $s(t) = u_C(t)$.

Description fréquentielle : fonction de transfert

Pont diviseur de tension en notation complexe

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

Exemple système du premier ordre : circuit RC série avec $s(t) = u_C(t)$.

Description fréquentielle : fonction de transfert

Pont diviseur de tension en notation complexe

$$\underline{s}(t) = \underline{e}(t) \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \underline{e}(t) \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \underline{e}(t) \frac{1}{1 + j\omega RC}$$
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}.$$

On généralise le résultat à tout autre système en introduisant les coefficients a_0 , a_1 et b_0

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{b_0}{a_0 + j\omega a_1}.$$

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On remarque que **les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert correspondent à ceux de l'équation homogène**

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{b_0}{a_0 + j\omega a_1}.$$

On peut alors utiliser la conclusion précédente.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On remarque que **les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert correspondent à ceux de l'équation homogène**

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{b_0}{a_0 + j\omega a_1}.$$

On peut alors utiliser la conclusion précédente.

Généralisation : un système LCI du premier ordre est **stable** si et seulement si **les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert sont de même signe**.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du deuxième ordre

Exemple système du deuxième ordre : amortisseur de moto.

Description temporelle : équation différentielle

$$ks(t) + \beta\dot{s}(t) + m\ddot{s}(t) = e(t).$$

On généralise le résultat à tout autre système en introduisant les coefficients a_0 , a_1 , a_2 et b_0

$$a_0s(t) + a_1\frac{ds}{dt} + a_2\frac{d^2s}{dt^2} = b_0e(t)$$

$$a_0s_h(t) + a_1\frac{ds_h}{dt} + a_2\frac{d^2s_h}{dt^2} = 0.$$

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du deuxième ordre

Exemple système du deuxième ordre : amortisseur de moto.

Description temporelle : équation différentielle

$$ks(t) + \beta\dot{s}(t) + m\ddot{s}(t) = e(t).$$

On généralise le résultat à tout autre système en introduisant les coefficients a_0 , a_1 , a_2 et b_0

$$a_0s(t) + a_1\frac{ds}{dt} + a_2\frac{d^2s}{dt^2} = b_0e(t)$$

$$a_0s_h(t) + a_1\frac{ds_h}{dt} + a_2\frac{d^2s_h}{dt^2} = 0.$$

À cette équation homogène est associé le **polynôme caractéristique**

$$P(r) = a_2r^2 + a_1r + a_0 \quad \text{de discriminant} \quad \Delta = a_1^2 - 4a_2a_0.$$

Si $\Delta > 0$ régime apériodique, $\Delta = 0$ régime critique, $\Delta < 0$ régime pseudo-périodique.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du deuxième ordre

L'étude des racines du polynôme d'ordre 2 lié à l'équation différentielle permet de montrer que les solutions divergent si les coefficients de l'équation homogène sont de mêmes signes différents.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du deuxième ordre

L'étude des racines du polynôme d'ordre 2 lié à l'équation différentielle permet de montrer que les solutions divergent si les coefficients de l'équation homogène sont de mêmes signes différents.

Généralisation : un système LCI du deuxième ordre est **stable** si et seulement si **les coefficients de l'équation homogène sont de même signe**.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

Exemple système du deuxième ordre : amortisseur de moto.

Description fréquentielle : fonction de transfert

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

Exemple système du deuxième ordre : amortisseur de moto.

Description fréquentielle : fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{k + j\omega\beta - m\omega^2}.$$

On généralise le résultat à tout autre système en introduisant les coefficients a_0 , a_1 , a_2 et b_0

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{b_0}{a_0 + j\omega a_1 - a_2\omega^2}.$$

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On remarque que **les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert correspondent à ceux de l'équation homogène**

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{b_0}{a_0 + j\omega a_1 - a_2\omega^2}.$$

On peut alors utiliser la conclusion précédente.

Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2

Système du premier ordre

On remarque que **les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert correspondent à ceux de l'équation homogène**

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{b_0}{a_0 + j\omega a_1 - a_2\omega^2}.$$

On peut alors utiliser la conclusion précédente.

Généralisation : un système LCI du deuxième ordre est **stable** si et seulement si **les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert sont de même signe**.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Système linéaire continu et invariant temporellement
 - Vocabulaire
 - Description temporelle d'un système LCI : équation différentielle
 - Description fréquentielle d'un système LCI : fonction de transfert
- 3 Stabilité des systèmes d'ordre 1 et 2
 - Définition
 - Système du premier ordre
 - Système du deuxième ordre
- 4 Signal périodique non sinusoïdal
 - Décomposition en série de Fourier
 - Effet de filtrages sur un signal périodique
 - Détermination d'un signal de sortie

Signal périodique non sinusoïdal

Décomposition en série de Fourier

Décomposition d'un signal périodique quelconque de pulsation ω en série de Fourier (somme de signaux sinusoïdaux) :

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos(n\omega t + \varphi_n).$$

- S_0 est
- ω est
- $\omega_n = n\omega$ sont

Signal périodique non sinusoïdal

Décomposition en série de Fourier

Décomposition d'un signal périodique quelconque de pulsation ω en série de Fourier (somme de signaux sinusoïdaux) :

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos(n\omega t + \varphi_n).$$

- S_0 est **la composante continue** correspondant à la valeur moyenne du signal.
- ω est
- $\omega_n = n\omega$ sont

Signal périodique non sinusoïdal

Décomposition en série de Fourier

Décomposition d'un signal périodique quelconque de pulsation ω en série de Fourier (somme de signaux sinusoïdaux) :

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos(n\omega t + \varphi_n).$$

- S_0 est **la composante continue** correspondant à la valeur moyenne du signal.
- ω est la pulsation la plus basse ou **pulsation fondamentale** de la composante (ou signal sinusoïdal) nommée **le fondamental**.
- $\omega_n = n\omega$ sont

Signal périodique non sinusoïdal

Décomposition en série de Fourier

Décomposition d'un signal périodique quelconque de pulsation ω en série de Fourier (somme de signaux sinusoïdaux) :

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos(n\omega t + \varphi_n).$$

- S_0 est **la composante continue** correspondant à la valeur moyenne du signal.
- ω est la pulsation la plus basse ou **pulsation fondamentale** de la composante (ou signal sinusoïdal) nommée **le fondamental**.
- $\omega_n = n\omega$ sont les pulsations des autres composantes nommées **les harmoniques de rang n** .

Signal périodique non sinusoïdal

Effet de filtrages sur un signal périodique

Voir le code python [filtrage](#).

Signal périodique non sinusoïdal

Détermination d'un signal de sortie

Chacune des composantes sinusoïdales de l'entrée est affectée par le filtre : les amplitudes par le gain linéaire $G(\omega)$ et les phases par le déphasage $\varphi(\omega)$.

$$\begin{array}{ccc} \overline{e(t)} & & \overline{s(t)} \\ E_0 & & \\ E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1}) & \text{filtre} & \\ E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2}) & \Rightarrow & \\ E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3}) & & \\ \dots & & \\ E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n}) & & \end{array}$$

Signal périodique non sinusoïdal

Détermination d'un signal de sortie

Chacune des composantes sinusoïdales de l'entrée est affectée par le filtre : les amplitudes par le gain linéaire $G(\omega)$ et les phases par le déphasage $\varphi(\omega)$.

$$\begin{array}{ccc} \frac{e(t)}{E_0} & & \frac{s(t)}{G(0)E_0} \\ E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1}) & \text{filtre} & \\ E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2}) & \implies & \\ E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3}) & & \\ \dots & & \\ E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n}) & & \end{array}$$

Signal périodique non sinusoïdal

Détermination d'un signal de sortie

Chacune des composantes sinusoïdales de l'entrée est affectée par le filtre : les amplitudes par le gain linéaire $G(\omega)$ et les phases par le déphasage $\varphi(\omega)$.

$$\begin{array}{ccc} \frac{e(t)}{E_0} & & \frac{s(t)}{G(0)E_0} \\ E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1}) & \text{filtre} & G(\omega)E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1} + \varphi(\omega)) \\ E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2}) & \Rightarrow & \\ E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3}) & & \\ \dots & & \\ E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n}) & & \end{array}$$

Signal périodique non sinusoïdal

Détermination d'un signal de sortie

Chacune des composantes sinusoïdales de l'entrée est affectée par le filtre : les amplitudes par le gain linéaire $G(\omega)$ et les phases par le déphasage $\varphi(\omega)$.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \hline e(t) \\ \hline E_0 \\ E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1}) \\ E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2}) \\ E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3}) \\ \dots \\ E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n}) \end{array} & \begin{array}{c} \text{filtre} \\ \Rightarrow \end{array} & \begin{array}{c} \hline s(t) \\ \hline G(0)E_0 \\ G(\omega)E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1} + \varphi(\omega)) \\ G(2\omega)E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2} + \varphi(2\omega)) \\ \dots \\ G(n\omega)E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n} + \varphi(n\omega)) \end{array} \end{array}$$

Signal périodique non sinusoïdal

Détermination d'un signal de sortie

Chacune des composantes sinusoïdales de l'entrée est affectée par le filtre : les amplitudes par le gain linéaire $G(\omega)$ et les phases par le déphasage $\varphi(\omega)$.

$\begin{array}{c} \hline e(t) \\ \hline E_0 \\ E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1}) \\ E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2}) \\ E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3}) \\ \dots \\ E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n}) \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{filtre} \\ \Rightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} \hline s(t) \\ \hline G(0)E_0 \\ G(\omega)E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1} + \varphi(\omega)) \\ G(2\omega)E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2} + \varphi(2\omega)) \\ G(3\omega)E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3} + \varphi(3\omega)) \end{array}$
--	---	---

Signal périodique non sinusoïdal

Détermination d'un signal de sortie

Chacune des composantes sinusoïdales de l'entrée est affectée par le filtre : les amplitudes par le gain linéaire $G(\omega)$ et les phases par le déphasage $\varphi(\omega)$.

$\frac{e(t)}{E_0}$		$\frac{s(t)}{G(0)E_0}$
$E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1})$	filtre $\Rightarrow$	$G(\omega)E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1} + \varphi(\omega))$
$E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2})$		$G(2\omega)E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2} + \varphi(2\omega))$
$E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3})$		$G(3\omega)E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3} + \varphi(3\omega))$
...		...
$E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n})$		

Signal périodique non sinusoïdal

Détermination d'un signal de sortie

Chacune des composantes sinusoïdales de l'entrée est affectée par le filtre : les amplitudes par le gain linéaire $G(\omega)$ et les phases par le déphasage $\varphi(\omega)$.

$\begin{array}{c} \hline e(t) \\ \hline E_0 \\ E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1}) \\ E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2}) \\ E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3}) \\ \dots \\ E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n}) \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{filtre} \\ \Rightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} \hline s(t) \\ \hline G(0)E_0 \\ G(\omega)E_1 \cos(\omega t + \varphi_{0,1} + \varphi(\omega)) \\ G(2\omega)E_2 \cos(2\omega t + \varphi_{0,2} + \varphi(2\omega)) \\ G(3\omega)E_3 \cos(3\omega t + \varphi_{0,3} + \varphi(3\omega)) \\ \dots \\ G(n\omega)E_n \cos(n\omega t + \varphi_{0,n} + \varphi(n\omega)) \end{array}$
--	---	--