



Lycée Charles Coëffin — Sciences physique
Fiche de travaux pratiques — CPGE TSI2

TD 3 : Oscillateurs électroniques

Objectifs

- Analyser un montage en le séparant des blocs.
- Exprimer les conditions théoriques d’auto-oscillation d’un oscillateur quasi linéaire.
- Analyser l’équation différentielle d’un oscillateur quasi linéaire.
- Décrire les séquences de fonctionnement d’un oscillateur de relaxation.
- Exprimer les conditions de basculement d’un ALI saturé.
- Calculer la période d’un oscillateur de relaxation.

Pré-requis : régime sinusoïdal forcé, méthode complexe, associations d’impédances complexes ; signal périodique, décomposition d’un signal, fonction de transfert ; propriétés d’un ALI en régimes linéaire et saturé, modèles d’ALI idéal et ALI linéaire du 1er ordre et leurs limites.

1 Cahier d’entraînement

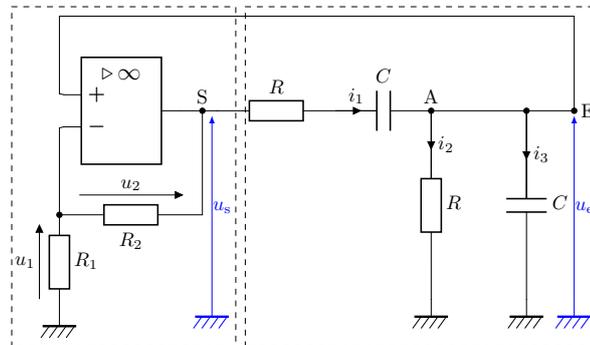
Oscillateur à pont de Wien

Entraînement 20.7 — Oscillateur à pont de Wien.

a) Pour observer des oscillations avec ce circuit, comment l’ALI doit-il fonctionner ?

- (a) en régime linéaire
- (b) en régime saturé
- (c) alternativement en régime linéaire et saturé

.....



b) Le pont diviseur de tension du cadre de gauche permet d’écrire une relation entre u_1 et u_s .

Écrire cette relation en posant $A = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

c) Quelle est l’impédance équivalente Z_1 du système $\{R - C\}$ série situé entre S et A ?

- (a) $R + Z_C$
- (b) $\frac{RZ_C}{R + Z_C}$
- (c) $\frac{1}{R} + \frac{1}{Z_C}$
- (d) $\frac{1}{R + Z_C}$

.....

d) Quelle est l'impédance équivalente \underline{Z}_2 du système $\{R - C\}$ série parallèle situé entre AE et la masse ?

- (a) $R + \underline{Z}_C$ (b) $\frac{R\underline{Z}_C}{R + \underline{Z}_C}$ (c) $\frac{1}{R} + \frac{1}{\underline{Z}_C}$ (d) $\frac{1}{R + \underline{Z}_C}$

.....

e) En utilisant des impédances équivalentes \underline{Z}_1 et \underline{Z}_2 , déterminer le rapport $\frac{u_s}{u_e}$ en fonction de \underline{Z}_C et R .

.....

f) Parmi les équations suivantes, déterminer celle qui est vérifiée par u_s .

- (a) $\left[(j\omega)^2 - \frac{1}{R^2C^2} + \frac{j\omega}{RC}(3 - A) \right] u_s = 0$ (c) $\left[(j\omega)^2 - \frac{1}{R^2C^2} - \frac{j\omega}{RC}(3 - A) \right] u_s = 0$
 (b) $\left[(j\omega)^2 + \frac{1}{R^2C^2} - \frac{j\omega}{RC}(3 - A) \right] u_s = 0$ (d) $\left[(j\omega)^2 + \frac{1}{R^2C^2} + \frac{j\omega}{RC}(3 - A) \right] u_s = 0$

.....

g) Transposer l'équation complexe précédente et en déduire une équation différentielle portant sur $u_s(t)$.

.....

Entraînement 20.8 — Conditions d'oscillations.



Pour l'oscillateur à pont de Wien précédent, on donne l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + \frac{3 - A}{RC} \frac{du_s}{dt} + \frac{1}{R^2C^2} u_s = 0.$$

a) Indiquer la condition théorique pour obtenir des oscillations sinusoïdales.

- (a) $A = 3$ (b) $A < 3$ (c) $A > 3$

.....

b) Dans ce cas, indiquer la fréquence de ces oscillations sinusoïdales.

- (a) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 - A}{RC}}$ (c) $\frac{RC}{2\pi(3 - A)}$ (e) $\frac{1}{2\pi RC}$
 (b) $\frac{3 - A}{2\pi RC}$ (d) $\frac{2\pi(3 - A)}{RC}$ (f) $\frac{1}{2\pi\sqrt{RC}}$

.....

c) Si $A < 3$, indiquer le comportement ultérieur. d) Si $A > 3$, indiquer le comportement ultérieur.

- (a) oscillations amorties (a) oscillations amorties
 (b) saturation (b) saturation
 (c) oscillations sinusoïdales (c) oscillations sinusoïdales

.....

Oscillateurs à relaxation

Entraînement 20.9 — Multivibrateur astable.



Dans le circuit ci-contre, l'amplificateur linéaire intégré (ALI) est supposé idéal.

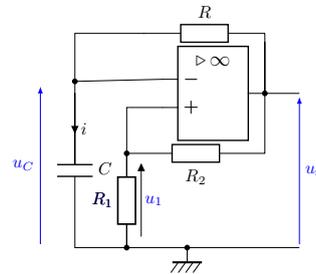
a) *A priori*, quel est le régime de fonctionnement de l'ALI ?

- (a) régime linéaire
- (b) régime saturé
- (c) impossible de répondre

.....

Supposons que l'ALI fonctionne en régime saturé, avec à l'instant initial $t = 0$, $u_C = V_{\text{sat}}$.

b) Exprimer la tension u_1 en fonction des résistances R_1 , R_2 et de la tension de saturation V_{sat}



c) Écrire la relation entre l'intensité i et la tension u_C

d) Écrire la relation entre l'intensité i , les tensions u_C et V_{sat} et la résistance R .
.....

e) Dédurre des deux relations précédentes, l'équation différentielle liant R , C , u_C et V_{sat} .

- (a) $\frac{du_C}{dt} - \frac{u_C}{RC} = \frac{V_{\text{sat}}}{RC}$
- (b) $\frac{du_C}{dt} - \frac{u_C}{RC} = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$
- (c) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$
- (d) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{V_{\text{sat}}}{RC}$

.....

f) Quelle est la solution de l'équation homogène (sans second membre), avec A constante ?

- (a) $u_C = A \exp(-RCt)$
- (b) $u_C = A \exp(RCt)$
- (c) $u_C = A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$
- (d) $u_C = A \exp\left(\frac{t}{RC}\right)$

.....

g) Que dire de la solution particulière de l'équation ?

- (a) Elle est nulle.
- (b) C'est une constante.
- (c) C'est une variable.
- (d) On ne peut pas savoir.

.....

h) Supposons qu'à l'instant initial $t = 0$, le condensateur soit déchargé. Indiquer son comportement.

- (a) Il se charge.
- (b) Il se décharge.
- (c) Rien ne se passe.

.....

i) Comment évolue la tension différentielle d'entrée $\varepsilon = V_+ - V_-$ si le condensateur se charge ?

- (a) Elle n'évolue pas.
- (b) Elle augmente.
- (c) Elle diminue.

.....

j) Que va-t-il se passer pour l'amplificateur linéaire intégré au bout d'un certain temps ?

- (a) Il va claquer.
- (b) Il va basculer en saturation négative.
- (c) Il va passer en fonctionnement linéaire.

.....

2 Annale

IV Oscillateurs

On s'intéresse ici aux dispositifs résonateurs ou oscillateurs : ils sont capables de générer des oscillations à une fréquence qui leur est propre.

IV.A – Dans le circuit électrique d'oscillation est ajoutée une « contre-réaction » ; on va s'intéresser, dans un premier temps, au rôle de la contre-réaction. Le circuit étudié est représenté figure 8.

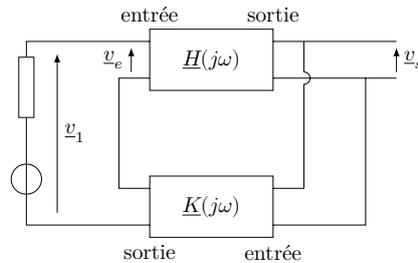


Figure 8

Le schéma du circuit peut prendre la forme de deux quadripôles de fonctions de transfert respectives $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ (définies comme le rapport des amplitudes complexes de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

Donner les relations faisant intervenir les fonctions de transfert :

Q 28. entre v_s et v_e ;

Q 29. entre v_s , v_e et v_1 .

Q 30. En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{A}(j\omega) = v_s/v_1$ en fonction de $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$.

À fréquence non nulle, l'ensemble représenté peut constituer un oscillateur si la tension de sortie est non nulle alors que la tension d'entrée est nulle. En effet, le montage est alors capable de générer seul des oscillations.

Q 31. Donner une relation vérifiée par $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ qui permette d'avoir un oscillateur.

En déduire deux relations :

Q 32. entre les gains $|\underline{H}(j\omega)|$ et $|\underline{K}(j\omega)|$ notée relation (R1) ;

Q 33. entre les phases $\arg(\underline{H}(j\omega))$ et $\arg(\underline{K}(j\omega))$ notée relation (R2).

IV.B – Dans cette sous-partie, on étudie le filtre de Wien, dont on va voir après qu'il peut servir dans un montage oscillateur.

Le filtre est constitué de deux condensateurs identiques de capacité C et de deux conducteurs ohmiques identiques de résistance R . Le circuit correspondant est représenté sur la figure 9.

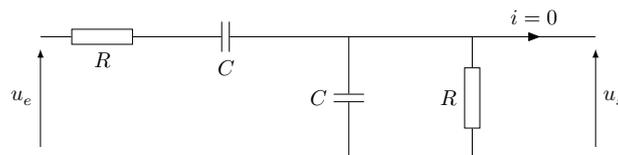


Figure 9

Q 34. Déterminer la fonction de transfert $\underline{K}(j\omega) = u_s/u_e$ de ce filtre.

Q 35. Représenter l'allure du gain $|\underline{K}(j\omega)|$ de ce filtre en fonction de ω .

Q 36. Donner l'expression de la pulsation de résonance en fonction de R et de C . Que vaut $|\underline{K}(j\omega)|$ à la résonance ?

IV.C – Le filtre de Wien est inséré dans le montage de la figure 10 ; on supposera que l'amplificateur linéaire intégré est idéal et fonctionne en régime linéaire.

On choisit de se placer à la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{RC}$. Les notations employées ici sont volontairement similaires à celles de la figure 8.

Q 37. Exprimer, uniquement en fonction de R , l'impédance complexe de la branche où R et C sont en série.

Q 38. Même question pour R et C en parallèle.

Q 39. Que vaut le rapport $\left| \frac{v}{v_s} \right|$? Commenter par rapport à l'étude faite en IV.B.

Q 40. Exprimer la différence de potentiel v en fonction de v_e , v_s , R_1 et R_2 .

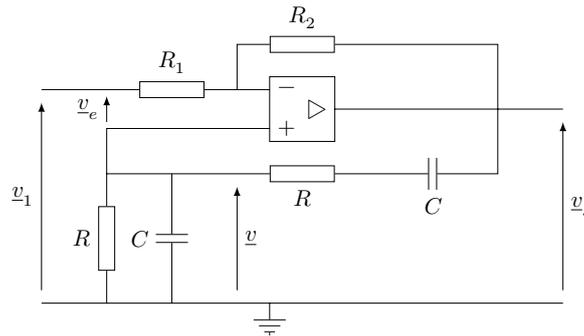


Figure 10

Q 41. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H(j\omega_0)$.

Q 42. Proposer des valeurs de R_1 et de R_2 permettant à ce montage de fonctionner comme oscillateur.

IV.D – Plus fiable que les oscillateurs électriques, une lame de quartz peut être utilisée à la place du filtre de Wien. On donne fréquemment pour le quartz le modèle électrique de la figure 11 qui résume assez bien son comportement.

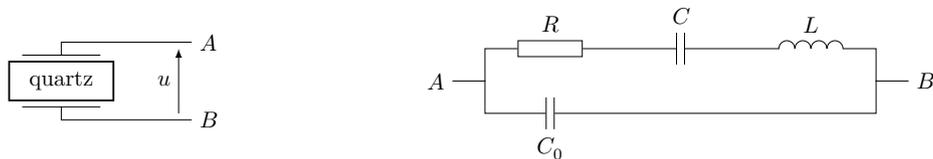


Figure 11

Q 43. Étudier le comportement asymptotique du modèle : il s'agit, *qualitativement*, de trouver une représentation simplifiée du quartz pour les cas $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$.

La courbe de la figure 12 représente l'allure de la partie imaginaire de l'impédance équivalente du modèle électrique du quartz : $\text{Im}(Z_{AB})$ en fonction de la fréquence lorsque la résistance R est négligeable.

Q 44. Quelles sont les pulsations remarquables ?

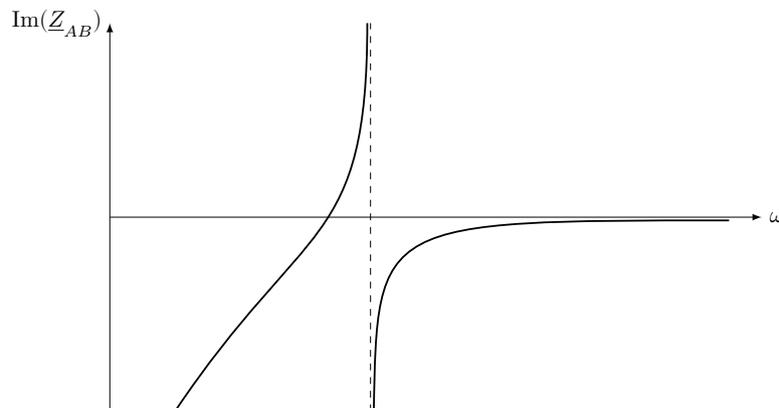


Figure 12

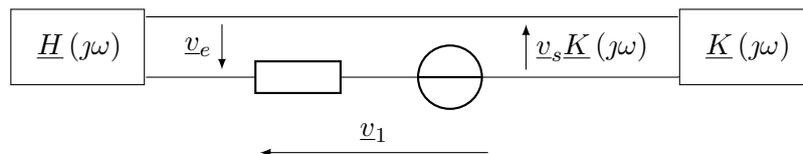
Q 45. Dans quel(s) intervalle(s) peut-on dire que le comportement du quartz est capacitif ?

• • • FIN • • •

28. On constate que la tension de sortie du bloc de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ est \underline{v}_s et sa tension d'entrée est \underline{v}_e , ainsi

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} \quad ; \quad \underline{v}_s = \underline{v}_e \underline{H}(j\omega).$$

29. Concernant le deuxième bloc, on voit que sa tension de sortie est égale à la tension \underline{v}_s qui rentre dans ce bloc multiplié par sa fonction de transfert $\underline{K}(j\omega)$. On peut réaliser le schéma électrique équivalent ci-dessous.



On applique la loi des mailles sur ce schéma en comptant positivement les tensions dans le sens trigonométrique :

$$\underline{v}_1 - \underline{v}_e - \underline{v}_s \underline{K}(j\omega) = 0 \quad ; \quad \underline{v}_1 = \underline{v}_e + \underline{v}_s \underline{K}(j\omega).$$

30. On peut alors obtenir la fonction de transfert du montage. D'après l'énoncé et les deux questions précédentes

$$\underline{A}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_1} = \frac{\underline{v}_e \underline{H}(j\omega)}{\underline{v}_e + \underline{v}_s \underline{K}(j\omega)} = \frac{\underline{v}_e \underline{H}(j\omega)}{\underline{v}_e + \underline{v}_e \underline{H}(j\omega) \underline{K}(j\omega)}$$

$$\underline{A}(j\omega) = \frac{\underline{H}(j\omega)}{1 + \underline{H}(j\omega) \underline{K}(j\omega)}.$$

31. Comme la tension d'entrée est nulle dans le système, pour avoir un oscillateur à la pulsation ω choisie, le module de la fonction de transfert du montage doit tendre vers $+\infty$ ($0 \times \infty$ donne quelque chose de non nul) :

$$|\underline{A}(j\omega)| \rightarrow +\infty \quad ; \quad \left| \frac{\underline{H}(j\omega)}{1 + \underline{H}(j\omega) \underline{K}(j\omega)} \right| \rightarrow +\infty$$

donc $|1 + \underline{H}(j\omega) \underline{K}(j\omega)| \rightarrow 0$ soit $\underline{H}(j\omega) \underline{K}(j\omega) \rightarrow -1.$

32. On exprime les fonctions de transferts en fonction de leur gain et de leur phase

$$\underline{H}(j\omega) = |\underline{H}(j\omega)| e^{j \arg(\underline{H}(j\omega))}$$

$$\underline{K}(j\omega) = |\underline{K}(j\omega)| e^{j \arg(\underline{K}(j\omega))}$$

avec $|\underline{H}(j\omega)|$ et $|\underline{K}(j\omega)|$, les gains des deux fonctions de transfert, et $\arg(\underline{H}(j\omega))$ et $\arg(\underline{K}(j\omega))$ leur phase.

Il vient que

$$\begin{aligned} |\underline{H}(j\omega)| e^{j\arg(\underline{H}(j\omega))} \times |\underline{K}(j\omega)| e^{j\arg(\underline{K}(j\omega))} &= -1 \\ |\underline{H}(j\omega)| \times |\underline{K}(j\omega)| \times e^{j(\arg(\underline{H}(j\omega))+\arg(\underline{K}(j\omega)))} &= -1. \end{aligned}$$

Si l'on étudie le module de cette relation, il vient que

$$|\underline{H}(j\omega)| \times |\underline{K}(j\omega)| \times \left| e^{j(\arg(\underline{H}(j\omega))+\arg(\underline{K}(j\omega)))} \right| = |-1|$$

$$|\underline{H}(j\omega)| \times |\underline{K}(j\omega)| = 1.$$

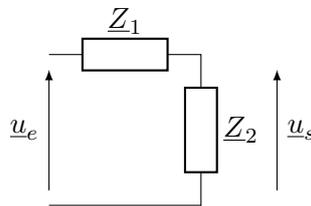
33. Comme $|\underline{H}(j\omega)| \times |\underline{K}(j\omega)| = 1$, il vient que

$$\begin{aligned} |\underline{H}(j\omega)| \times |\underline{K}(j\omega)| \times e^{j(\arg(\underline{H}(j\omega))+\arg(\underline{K}(j\omega)))} &= -1 \\ e^{j(\arg(\underline{H}(j\omega))+\arg(\underline{K}(j\omega)))} &= -1. \end{aligned}$$

Or on sait que $e^{j\pi} = -1$, ainsi

$$\arg(\underline{H}(j\omega)) + \arg(\underline{K}(j\omega)) = \pi.$$

34. On peut représenter le filtre de Wien par un schéma équivalent



avec $Z_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$ l'impédance équivalent de l'association série du premier résistor et du premier condensateur, et $Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}$ l'impédance équivalent de l'association parallèle du deuxième résistor et du deuxième condensateur.

En utilisant le pont diviseur de tensions il vient que

$$\begin{aligned} u_s &= u_e \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = u_e \frac{\frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}} = u_e \frac{1}{1 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega RC} + 1 + 1} \\ &= u_e \frac{1}{\frac{1}{j\omega RC} + 3 + j\omega RC} = u_e \frac{j\omega RC}{1 + j\omega 3RC - \omega^2 (RC)^2}. \end{aligned}$$

$$\underline{K}(j\omega) = \frac{u_s}{u_e} ; \quad \underline{K}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega 3RC - \omega^2 (RC)^2}.$$

35. On a reconnu précédemment la fonction de transfert d'un filtre passe-bande. Son gain linéaire est

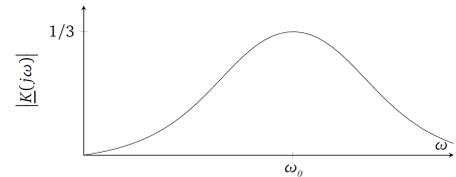
$$|\underline{K}(j\omega)| = \left| \frac{j\omega RC}{1 + j\omega 3RC - \omega^2 (RC)^2} \right| = \frac{|j\omega RC|}{|1 + j\omega 3RC - \omega^2 (RC)^2|}$$

$$|\underline{K}(j\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 (RC)^2)^2 + (\omega 3RC)^2}}$$

L'allure du gain linéaire (et pas en décibel) est donné ci-contre.

Pour les basses fréquences on voit que

$$\underline{K}(j\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 (RC)^2)^2 + (\omega 3RC)^2}} \simeq \frac{\omega RC}{1} \rightarrow 0.$$



Pour les hautes fréquences on voit que

$$\underline{K}(j\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 (RC)^2)^2 + (\omega 3RC)^2}} \simeq \frac{\omega RC}{\sqrt{(\omega^2 (RC)^2)^2 + (\omega 3RC)^2}} \simeq \frac{\omega RC}{\omega^2 (RC)^2} \rightarrow 0.$$

36. On peut identifier la pulsation de résonance (ou pulsation caractéristique) ω_0 à partir de l'expression canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande

$$\underline{K}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega 3RC - \omega^2 (RC)^2} = \frac{j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}.$$

Le dernier terme du dénominateur nous permet d'identifier

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}.$$

À la résonance le gain linéaire est

$$|\underline{K}(j\omega_0)| = \frac{\omega_0 RC}{\sqrt{(1 - \omega_0^2 (RC)^2)^2 + (\omega_0 3RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 1)^2 + 3^2}}$$

$$|\underline{K}(j\omega_0)| = \frac{1}{3}.$$

37. Au niveau de la figure 10, dans la branche où R et C sont en série l'impédance équivalente correspond à celle donnée plus tôt : $\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$. À la résonance, soit à $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ il vient que

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{j\omega_0 C} = R + \frac{RC}{jC}$$

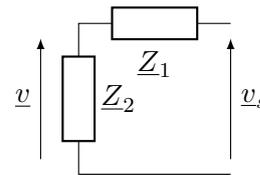
$$\underline{Z}_1 = R - jR = R(1 - j).$$

38. Pour R et C en parallèle, l'impédance complexe correspond également à celle donnée plus tôt : $Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}$. À la résonance, soit à $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ il vient que

$$Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega_0 C} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\frac{C}{RC}}$$

$$Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{1}{R}(1+j)} = R \frac{1}{1+j}.$$

39. Comme l'intensité i_+ entrant dans l'ALI est nul car ce dernier est supposé idéal, on peut remplacer la partie du schéma de la figure 10 contenant R et C par le schéma équivalent ci-contre.



En utilisant le diviseur de tension, mais cette fois à la résonance, il vient que

$$\underline{v} = \underline{v}_s \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \underline{v}_s \frac{R \frac{1}{1+j}}{R(1-j) + R \frac{1}{1+j}} = \underline{v}_s \frac{\frac{1}{1+j}}{(1-j) + \frac{1}{1+j}}$$

$$= \underline{v}_s \frac{1}{(1-j)(1+j) + 1} = \underline{v}_s \frac{1}{(1^2 - j^2) + 1} = \underline{v}_s \frac{1}{3}.$$

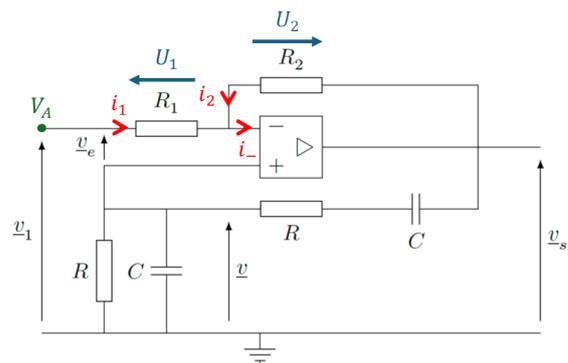
$$\frac{\underline{v}}{\underline{v}_s} = \frac{1}{3}.$$

On retrouve bien le résultat obtenu précédemment : il s'agit du gain du filtre de Wien à la résonance.

40. D'après la figure 10, la tension \underline{v} peut s'exprimer sous la forme de la différence de potentiels suivante

$$\underline{v} = \underline{V}_+ - \underline{V}_M = \underline{V}_+.$$

Il faut donc trouver une expression de V_+ qui ne dépend que de \underline{v}_e , \underline{v}_s , R_1 et R_2 . D'après l'énoncé, l'ALI fonctionne en régime linéaire, ainsi



$$\varepsilon = V_+ - V_- = 0 \quad \text{soit} \quad V_- = V_+ \quad \text{donc} \quad \underline{v} = V_- = V_+.$$

À partir de la loi des nœuds en termes de potentiels il vient que

$$i_1 + i_2 = i_- \quad ; \quad \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = 0 \quad ; \quad \frac{V_A - V_-}{R_1} + \frac{\underline{v}_s - V_-}{R_2} = 0$$

Afin de se débarrasser de V_A et de faire apparaître v_e on exprime cette tension en termes de potentiels

$$v_e = V_A - V_+ = V_A - v \quad ; \quad V_A = v_e + v.$$

On obtient une nouvelle expression de la loi des nœuds

$$\frac{v_e + v - V_-}{R_1} + \frac{v_s - V_-}{R_2} = 0 \quad ; \quad \frac{v_e + v - v}{R_1} + \frac{v_s - v}{R_2} = 0 \quad ; \quad \frac{v_e}{R_1} + \frac{v_s - v}{R_2} = 0$$

$$v = v_s + \frac{R_2}{R_1} v_e.$$

41. D'après le résultat de la question 28 on sait que

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}.$$

D'après la relation précédente

$$v = v_s + \frac{R_2}{R_1} v_e \quad ; \quad v_s = v - \frac{R_2}{R_1} v_e.$$

Ainsi

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{v - \frac{R_2}{R_1} v_e}{v_e} = \frac{v}{v_e} - \frac{R_2}{R_1}.$$

Or à la résonance, soit $\omega = \omega_0$, on a montré à la question 39 que $\frac{v}{v_s} = \frac{1}{3}$, ainsi $v = \frac{v_s}{3}$

$$\underline{H}(j\omega_0) = \frac{v_s}{3v_e} - \frac{R_2}{R_1} \quad \text{or} \quad \underline{H}(j\omega_0) = \frac{v_s}{v_e}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{v_s}{3v_e} - \frac{R_2}{R_1} \quad ; \quad \frac{v_s}{v_e} - \frac{v_s}{3v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \quad ; \quad \frac{2}{3} \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\underline{H}(j\omega_0) = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{3}{2} \frac{R_2}{R_1}.$$

42. On a montré 31 que pour avoir un oscillateur il fallait que

$$\underline{H}(j\omega) \underline{K}(j\omega) = -1.$$

À la résonance $\underline{H}(j\omega_0) = -\frac{3}{2} \frac{R_2}{R_1}$ et $\underline{K}(j\omega_0) = \frac{1}{3}$ ainsi

$$\underline{H}(j\omega_0) \underline{K}(j\omega_0) = -\frac{3}{2} \frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{3} = -1$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 \quad \text{soit} \quad R_2 = 2R_1.$$

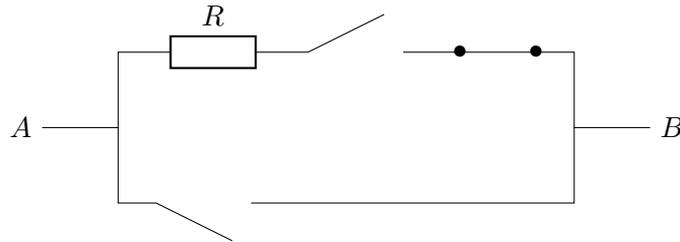
Ce montage ne fonctionnera que si $\omega = \omega_0$, soit si l'on se place à la résonance du filtre de Wien.

43. Pour les basses fréquences, soit $\omega \rightarrow 0$, les impédances complexes du condensateur et de la bobine sont

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow +\infty \text{ équivalent à un interrupteur ouvert}$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L \rightarrow 0 \text{ équivalent à un interrupteur fermé.}$$

le schéma équivalent est



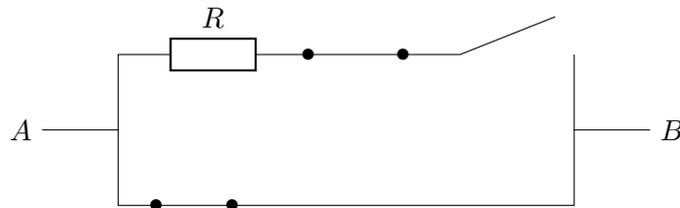
Aucun courant ne peut passer par la branche du haut ou du bas, on a deux interrupteurs ouverts : à basses fréquences le quartz se comporte comme **un interrupteur ouvert**, son impédance est infini.

Pour les hautes fréquences, soit $\omega \rightarrow +\infty$, les impédances complexes du condensateur et de la bobine sont

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow 0 \text{ équivalent à un interrupteur fermé}$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L \rightarrow +\infty \text{ équivalent à un interrupteur ouvert.}$$

le schéma équivalent est



Le courant peut passer par la branche du bas, on a un interrupteur fermé : à hautes fréquences le quartz se comporte comme **un interrupteur fermé**, son impédance est nulle.

44. On exprime l'impédance équivalente du circuit

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_{C_0}} + \frac{1}{R + \underline{Z}_C + \underline{Z}_L} = j\omega C_0 + \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L}$$

Si on néglige R il vient que

$$\begin{aligned} \frac{1}{\underline{Z}} &\simeq j\omega C_0 + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = j\omega C_0 + j \frac{1}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \\ &= j \left(\omega C_0 + \frac{1}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \right) = j \frac{\frac{C_0}{C} - \omega^2 LC_0 + 1}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \end{aligned}$$

L'impédance est donc

$$\underline{Z} = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{j \left(\frac{C_0}{C} - \omega^2 LC_0 + 1 \right)} = -j \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{\frac{C_0}{C} - \omega^2 LC_0 + 1} = j \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\frac{C_0}{C} - \omega^2 LC_0 + 1}$$

et sa partie imaginaire est

$$\text{Im}(\underline{Z}) = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\frac{C_0}{C} - \omega^2 LC_0 + 1}.$$

On constate que cette grandeur s'annule si son numérateur s'annule soit si

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad ; \quad \omega L = \frac{1}{\omega C} \quad ; \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad ; \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Il s'agit de la première pulsation remarquable $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Il existe une autre pulsation pour laquelle cette partie imaginaire diverge, soit $\text{Im}(\underline{Z}) \rightarrow +\infty$, soit $\frac{1}{\text{Im}(\underline{Z})} \rightarrow 0$, donc

$$\frac{1}{\text{Im}(\underline{Z})} = \frac{\frac{C_0}{C} - \omega^2 LC_0 + 1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{C_0}{C} - \omega^2 LC_0 + 1 = 0 \quad ; \quad \frac{C_0}{C} + 1 = \omega^2 LC_0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC_0} \left(\frac{C_0}{C} + 1 \right) = \frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0} = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0} \right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L} \frac{C_0 + C}{C_0 C}}.$$

Il s'agit de la première pulsation remarquable $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L} \frac{C_0 + C}{C_0 C}}$.

45. Le comportement du quartz est capacitif si son impédance prend la même forme que celle d'un condensateur, soit

$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C_{eq}} = -j \frac{1}{\omega C_{eq}} \quad ; \quad \text{Im}(\underline{Z}) = -\frac{1}{\omega C_{eq}}$$

donc une impédance purement imaginaire et négative. D'après la figure 12, on voit d'abord que $\text{Im}(\underline{Z})$ est négatif sur la partie droite, donc de $\omega \rightarrow 0$ (il n'y a pas de pulsation négative) jusqu'à ce que $\text{Im}(\underline{Z})$ s'annule, donc jusqu'à $\omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Ensuite on voit que $\text{Im}(\underline{Z})$ est négatif sur la partie gauche, donc à partir de la divergence de $\text{Im}(\underline{Z})$ en pointillé, donc à partir de $\omega = \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L} \frac{C_0 + C}{C_0 C}}$, jusqu'à $\omega \rightarrow +\infty$, soit

$$\omega \in]0; \frac{1}{\sqrt{LC}}] \quad \text{et} \quad]\sqrt{\frac{1}{L} \frac{C_0 + C}{C_0 C}}; +\infty[.$$