

DS 2 : rétroactions-oscillateurs-électronique numérique

Durée : 4h

Indications

- Le sujet est divisé en deux parties **indépendantes**.
- Les **calculatrices** sont **interdites**.
- Une absence d'unité non justifiée à la fin d'une application numérique **ne comptera aucun point**.
- Indiquer clairement le numéro de la question, aérer la copie et encadrer vos résultats afin de **faciliter le travail du correcteur**.

Partie A - Détection des ondes sismiques : principe d'un sismomètre mécanique (8 pt)

On considère un sismomètre mécanique dont tous les mouvements sont unidirectionnels suivant l'axe vertical (Oz) orienté vers le haut. Le bâti contient une masse m suspendue à un ressort vertical de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . La masse subit également un amortissement visqueux dû à un dispositif solide du bâti. On introduit $z(t) = Z(t) - Z_{eq}$, le déplacement de la masse par rapport à sa position d'équilibre, mesuré dans le référentiel du bâti.

On tient compte de la force de frottement $\vec{f}_v$, opposée à la vitesse de la masse relativement au bâti telle que

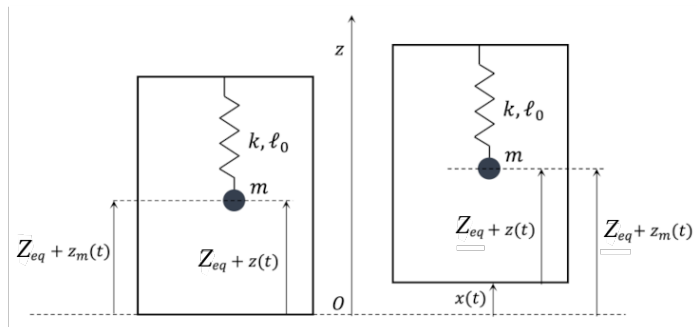
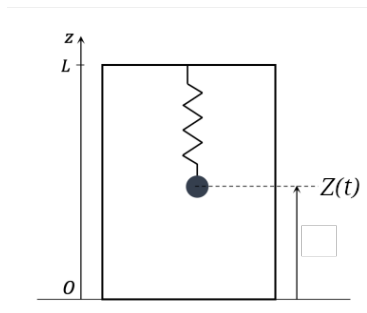
$$\vec{f}_v = -\alpha \dot{Z}(t) \vec{e}_z = -\alpha \dot{z}(t) \vec{e}_z$$

car Z_{eq} est constant.

On note $x(t)$ le déplacement vertical du bâti dans le référentiel terrestre. La position absolue de la masse s'écrit alors

$$Z_m(t) = x(t) + Z(t) = x(t) + z(t) + Z_{eq} = z_m(t) + Z_{eq}$$

avec z_m le déplacement de la masse par rapport à sa position d'équilibre, mesuré dans le référentiel terrestre.



- En l'absence de secousse du sol, **déterminer** l'allongement du ressort à l'équilibre $\Delta\ell_{eq} = \ell_{eq} - \ell_0$ et en déduire la position d'équilibre Z_{eq} de la masselotte par rapport à l'origine du bâti. (allongement 0,5pt, Z_{eq} 0,5pt, total 1pt)

2. Lorsqu'un séisme se produit, le bâti est animé du déplacement $x(t)$. **Établir** l'équation différentielle vérifiée par le déplacement relatif $z(t)$ de la masse autour de sa position d'équilibre. (1,5pt)

On considère désormais un régime sinusoïdal forcé tel que

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t).$$

On pose

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad Q = \frac{m\omega_0}{\alpha}.$$

3. **Établir** l'expression de la fonction de transfert en déplacement

$$H_m^d(j\omega) = \frac{\underline{Z}}{\underline{X}}$$

sous forme canonique en fonction de $u = \omega/\omega_0$ et de Q (attention on désigne $\underline{Z}$ comme l'amplitude complexe de $z(t)$ et non comme la correspondance complexe de $Z(t)$).

Pour $Q = 1/\sqrt{2}$, **tracer qualitativement** le diagramme de Bode asymptotique en amplitude. On se limitera aux comportements asymptotiques.

Dans les différentes gammes de fréquences, **indiquer** à quelle grandeur physique du bâti (déplacement, vitesse ou accélération) le déplacement relatif z est proportionnel. **Préciser** ainsi la nature du capteur dans les différents régimes. (expression 0,5pt, diagramme 0,5pt, grandeurs proportionnelles 0,5pt chacune, natures 0,5pt chacune, total 3pt)

4. À très basses fréquences, **donner** l'expression approchée de l'équation du mouvement. En supposant que la résolution du dispositif de mesure du déplacement relatif est Δz , **déterminer** l'accélération minimale du bâti que le sismomètre peut résoudre. **Indiquer** comment choisir les paramètres du système pour optimiser cette résolution. (expression BF 0,5pt, accélération minimale 1pt, choix 1pt, total 2,5pt)

Partie B

PROBLÈME 3 Oscillateurs en électronique

Nous nous intéressons dans ce problème aux oscillateurs, systèmes électroniques au cœur de très nombreux objets qui nous entourent au quotidien : montre, voiture, radio, ordinateur, etc... Quelle que soit l'application, l'objectif d'un oscillateur est le même : générer un signal de période stable, de caractéristiques spectrales choisies, sans aucun signal d'entrée. Deux réalisations sont proposées dans ce problème : en première partie, un oscillateur quasi-sinusoïdal et en seconde partie un oscillateur à relaxation.

Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Partie I – Réalisation d'un oscillateur quasi-sinusoïdal

Il est parfois intéressant d'avoir des systèmes électroniques instables, notamment en électronique, pour pouvoir réaliser des oscillateurs. On rappelle que ce type de structure peut être réalisé en associant un amplificateur et un filtre comme présenté en **figure 4**.

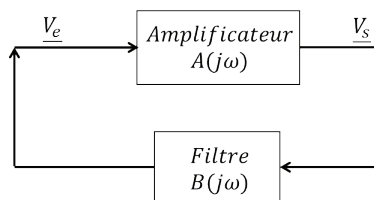


Figure 4 – Structure d'un oscillateur

Nous étudions dans cette partie l'oscillateur à filtre de Wien (**figure 5**).

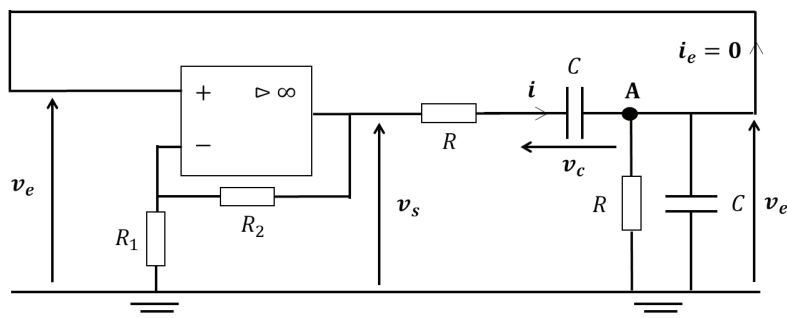


Figure 5 – Schéma électrique de l'oscillateur à filtre de Wien

I.1 – Généralités

Q50. Reproduire le schéma sur votre copie et identifier la partie amplificatrice ainsi que la partie filtre de cet oscillateur.

Q51. Justifier pourquoi le courant noté i_e sur le schéma peut être considéré comme nul dans la suite de l'étude.

I.2 – Étude du filtre de Wien

- Q52.** Quelle est la relation entre la dérivée de la tension v_c aux bornes du condensateur par rapport au temps et le courant i le traversant ? Cette équation sera nommée « **E1** » **sur votre copie**.
- Q53.** Par une loi des nœuds au point A, exprimer le courant i en fonction de la tension v_e et de sa dérivée par rapport au temps. Cette équation sera nommée « **E2** » **sur votre copie**.
- Q54.** Par une loi des mailles, exprimer la tension v_s en fonction de v_e , R , i et v_c . Cette équation sera numérotée « **E3** » **sur votre copie**.
- Q55.** En utilisant les équations **E1** et **E2**, montrer que l'on obtient l'expression suivante en précisant l'expression de la constante de temps τ :

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau}. \quad (7)$$

I.3 – Amplificateur

- Q56.** En étudiant le fonctionnement de l'amplificateur linéaire intégré présent dans le schéma de la **figure 5 page 9**, en déduire la valeur de l'amplification $A = \frac{v_s}{v_e}$ en fonction des résistances R_1 et R_2 .

I.4 – Conditions d'oscillation

- Q57.** Montrer que l'on obtient l'équation différentielle suivante vérifiée par la tension v_s en fonction de τ et de l'amplification A :

$$\tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau(3 - A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0. \quad (8)$$

- Q58.** Par analyse de cette équation, quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir une oscillation harmonique ? Une analogie avec la mécanique peut guider votre raisonnement si nécessaire.
- Q59.** Quelle est alors la fréquence d'oscillation que l'on notera f_0 ?
- Q60.** D'où provient l'énergie nécessaire pour garantir l'oscillation ?

I.5 – Qualité du signal fourni

Nous nous intéressons à présent à la qualité du signal fourni par cet oscillateur. En **figures 6 et 7** sont présentées l'allure temporelle de la tension v_e ainsi que sa décomposition spectrale.

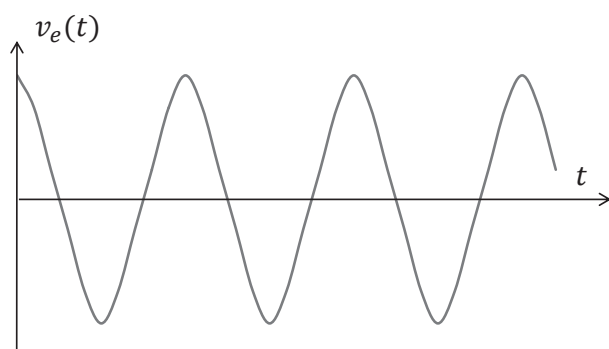


Figure 6 – Allure temporelle de la tension v_e

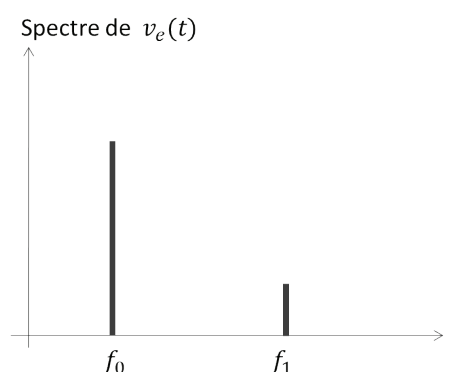


Figure 7 – Décomposition spectrale de la tension v_e

- Q61.** Peut-on considérer le signal fourni comme sinusoïdal ? Justifier.

Q62. On donne les fréquences $f_0 = 1 \text{ kHz}$ et $f_1 = 10 \text{ kHz}$. Comment pourrait-on améliorer la qualité de la tension v_e ? Une approche pratique est attendue en précisant les valeurs caractéristiques du dispositif mis en œuvre.

Partie II – Oscillateur à relaxation

Si l'on cherche à réaliser un signal d'horloge, il n'est pas nécessaire d'obtenir un signal sinusoïdal. On peut alors utiliser la structure de l'oscillateur à relaxation présentée en **figure 8**.

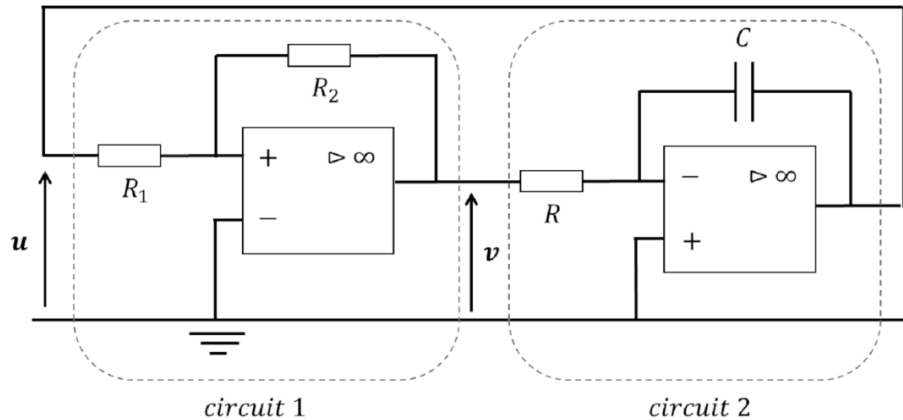


Figure 8 – Oscillateur à relaxation

On considère les amplificateurs linéaires intégrés idéaux (ALI idéaux) et on note $+V_{\text{sat}}$ et $-V_{\text{sat}}$ leurs tensions de saturation. À $t = 0 \text{ s}$, on suppose que la tension v vaut $+V_{\text{sat}}$ et que la tension u est nulle.

Tout d'abord, nous nous intéressons au circuit 1.

Q63. Préciser, en le justifiant, le mode de fonctionnement de l'ALI idéal. Quelles sont les valeurs que peut prendre la sortie v ?
Pour quelle valeur de la tension d'entrée u , notée u_{seuil1} , la tension de sortie v bascule-t-elle de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$?

On admet que la tension de sortie v bascule de $-V_{\text{sat}}$ à $+V_{\text{sat}}$ pour une valeur de tension u_{seuil2} telle que $u_{\text{seuil2}} = -u_{\text{seuil1}}$.

Q64. Tracer la tension v en fonction de la tension u en annotant soigneusement le tracé.

Le circuit 2 est un montage intégrateur inverseur. On admet la relation entrée-sortie suivante :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{v}{RC} \quad (9)$$

Q65. Si la tension v est constante et vaut $+V_{\text{sat}}$, quelle est l'allure du signal d'entrée u ?

Étudions à présent le montage complet. Les chronogrammes des tensions u et v sont donnés en **figure 9**.

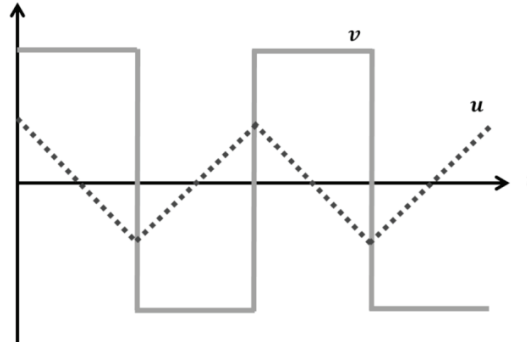


Figure 9 – Allures temporelles des signaux issus de l'oscillateur à relaxation

Q66. Exprimer la fréquence f de la tension u en fonction de R_1, R_2, R et C .

On souhaite obtenir un signal triangulaire d'amplitude $V_{max} = 2 \text{ V}$ et de fréquence $f = 1 \text{ kHz}$. On alimente les ALI en $\pm 15 \text{ V}$, ainsi $V_{sat} = 15 \text{ V}$. On impose d'utiliser les résistances R et R_2 telles que $R = R_2 = 1\,000 \, \Omega$.

Q67. Déterminer les valeurs de la résistance R_1 et du condensateur C pour répondre au cahier des charges.

Q68. Quelle caractéristique de l'ALI peut limiter la fréquence de fonctionnement d'un tel montage ?