

DS 2 : rétroactions-oscillateurs-électronique numérique

Durée : 4h

Indications

- Le sujet est divisé en deux parties **indépendantes**.
 - Les **calculatrices** sont **interdites**.
 - Une absence d'unité non justifiée à la fin d'une application numérique **ne comptera aucun point**.
 - Indiquer clairement le numéro de la question, aérer la copie et encadrer vos résultats afin de **faciliter le travail du correcteur**.
-

Partie A

PROBLÈME 3 Oscillateurs en électronique

Nous nous intéressons dans ce problème aux oscillateurs, systèmes électroniques au cœur de très nombreux objets qui nous entourent au quotidien : montre, voiture, radio, ordinateur, etc... Quelle que soit l'application, l'objectif d'un oscillateur est le même : générer un signal de période stable, de caractéristiques spectrales choisies, sans aucun signal d'entrée. Deux réalisations sont proposées dans ce problème : en première partie, un oscillateur quasi-sinusoïdal et en seconde partie un oscillateur à relaxation.

Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Partie I – Réalisation d'un oscillateur quasi-sinusoïdal

Il est parfois intéressant d'avoir des systèmes électroniques instables, notamment en électronique, pour pouvoir réaliser des oscillateurs. On rappelle que ce type de structure peut être réalisé en associant un amplificateur et un filtre comme présenté en **figure 4**.

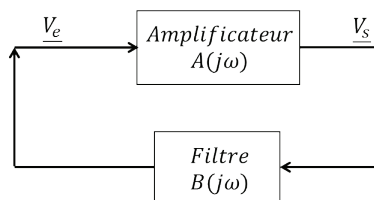


Figure 4 – Structure d'un oscillateur

Nous étudions dans cette partie l'oscillateur à filtre de Wien (**figure 5**).

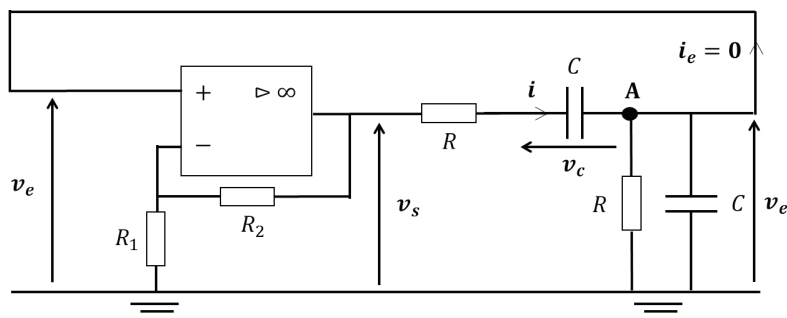


Figure 5 – Schéma électrique de l'oscillateur à filtre de Wien

I.1 – Généralités

Q50. Reproduire le schéma sur votre copie et identifier la partie amplificatrice ainsi que la partie filtre de cet oscillateur.

Q51. Justifier pourquoi le courant noté i_e sur le schéma peut être considéré comme nul dans la suite de l'étude.

I.2 – Étude du filtre de Wien

- Q52.** Quelle est la relation entre la dérivée de la tension v_c aux bornes du condensateur par rapport au temps et le courant i le traversant ? Cette équation sera nommée « **E1** » **sur votre copie**.
- Q53.** Par une loi des nœuds au point A, exprimer le courant i en fonction de la tension v_e et de sa dérivée par rapport au temps. Cette équation sera nommée « **E2** » **sur votre copie**.
- Q54.** Par une loi des mailles, exprimer la tension v_s en fonction de v_e , R , i et v_c . Cette équation sera numérotée « **E3** » **sur votre copie**.
- Q55.** En utilisant les équations **E1** et **E2**, montrer que l'on obtient l'expression suivante en précisant l'expression de la constante de temps τ :

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau}. \quad (7)$$

I.3 – Amplificateur

- Q56.** En étudiant le fonctionnement de l'amplificateur linéaire intégré présent dans le schéma de la **figure 5 page 9**, en déduire la valeur de l'amplification $A = \frac{v_s}{v_e}$ en fonction des résistances R_1 et R_2 .

I.4 – Conditions d'oscillation

- Q57.** Montrer que l'on obtient l'équation différentielle suivante vérifiée par la tension v_s en fonction de τ et de l'amplification A :

$$\tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau(3 - A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0. \quad (8)$$

- Q58.** Par analyse de cette équation, quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir une oscillation harmonique ? Une analogie avec la mécanique peut guider votre raisonnement si nécessaire.
- Q59.** Quelle est alors la fréquence d'oscillation que l'on notera f_0 ?
- Q60.** D'où provient l'énergie nécessaire pour garantir l'oscillation ?

I.5 – Qualité du signal fourni

Nous nous intéressons à présent à la qualité du signal fourni par cet oscillateur. En **figures 6 et 7** sont présentées l'allure temporelle de la tension v_e ainsi que sa décomposition spectrale.

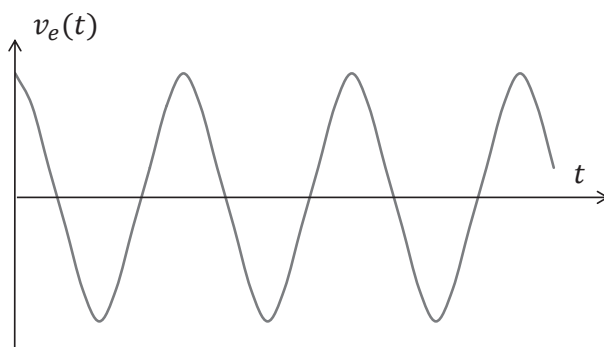


Figure 6 – Allure temporelle de la tension v_e

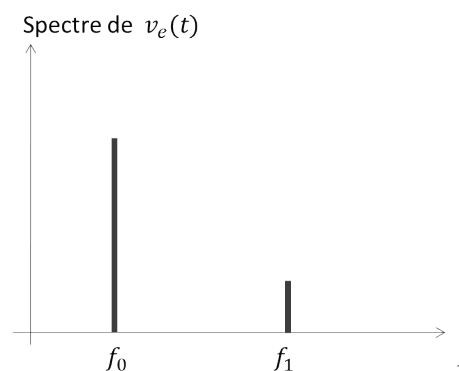


Figure 7 – Décomposition spectrale de la tension v_e

- Q61.** Peut-on considérer le signal fourni comme sinusoïdal ? Justifier.

Q62. On donne les fréquences $f_0 = 1 \text{ kHz}$ et $f_1 = 10 \text{ kHz}$. Comment pourrait-on améliorer la qualité de la tension v_e ? Une approche pratique est attendue en précisant les valeurs caractéristiques du dispositif mis en œuvre.

Partie II – Oscillateur à relaxation

Si l'on cherche à réaliser un signal d'horloge, il n'est pas nécessaire d'obtenir un signal sinusoïdal. On peut alors utiliser la structure de l'oscillateur à relaxation présentée en **figure 8**.

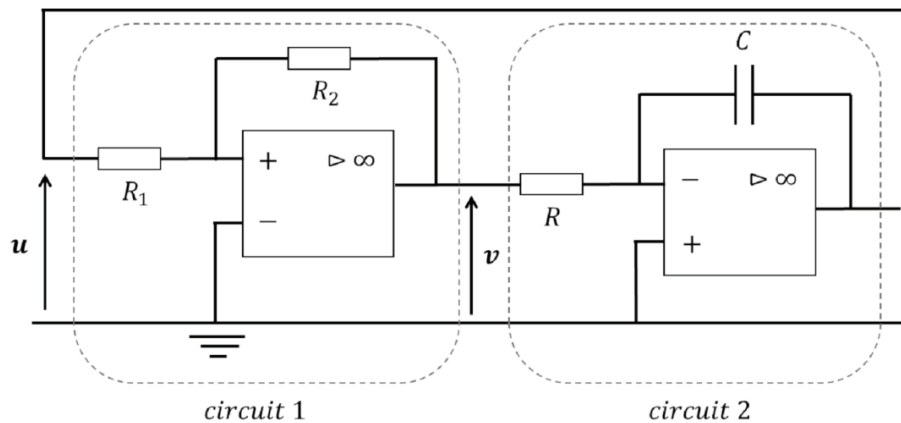


Figure 8 – Oscillateur à relaxation

On considère les amplificateurs linéaires intégrés idéaux (ALI idéaux) et on note $+V_{\text{sat}}$ et $-V_{\text{sat}}$ leurs tensions de saturation. À $t = 0 \text{ s}$, on suppose que la tension v vaut $+V_{\text{sat}}$ et que la tension u est nulle.

Tout d'abord, nous nous intéressons au circuit 1.

Q63. Préciser, en le justifiant, le mode de fonctionnement de l'ALI idéal. Quelles sont les valeurs que peut prendre la sortie v ?
Pour quelle valeur de la tension d'entrée u , notée u_{seuil1} , la tension de sortie v bascule-t-elle de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$?

On admet que la tension de sortie v bascule de $-V_{\text{sat}}$ à $+V_{\text{sat}}$ pour une valeur de tension u_{seuil2} telle que $u_{\text{seuil2}} = -u_{\text{seuil1}}$.

Q64. Tracer la tension v en fonction de la tension u en annotant soigneusement le tracé.

Le circuit 2 est un montage intégrateur inverseur. On admet la relation entrée-sortie suivante :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{v}{RC} \quad (9)$$

Q65. Si la tension v est constante et vaut $+V_{\text{sat}}$, quelle est l'allure du signal d'entrée u ?

Étudions à présent le montage complet. Les chronogrammes des tensions u et v sont donnés en **figure 9**.

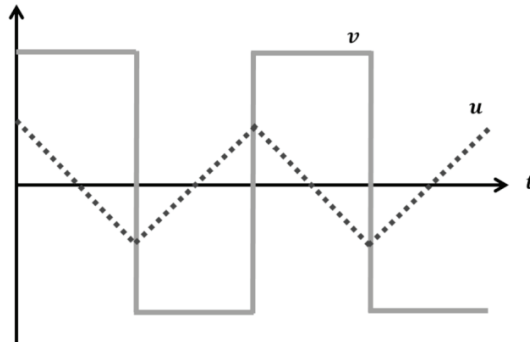


Figure 9 – Allures temporelles des signaux issus de l'oscillateur à relaxation

Q66. Exprimer la fréquence f de la tension u en fonction de R_1, R_2, R et C .

On souhaite obtenir un signal triangulaire d'amplitude $V_{max} = 2 \text{ V}$ et de fréquence $f = 1 \text{ kHz}$. On alimente les ALI en $\pm 15 \text{ V}$, ainsi $V_{sat} = 15 \text{ V}$. On impose d'utiliser les résistances R et R_2 telles que $R = R_2 = 1\,000 \, \Omega$.

Q67. Déterminer les valeurs de la résistance R_1 et du condensateur C pour répondre au cahier des charges.

Q68. Quelle caractéristique de l'ALI peut limiter la fréquence de fonctionnement d'un tel montage ?

Partie B

III – Multiplicateur numérique à modulation d'amplitude

Il s'agit ici d'étudier un montage dont le schéma est donné figure 11, destiné à calculer le produit d'une tension $u(t)$ et d'une intensité $i(t)$.

Le signal $u(t)$ est échantillonné selon une période d'échantillonnage T_e , ce qui renvoie la suite de valeurs :

$$\{u_n = u(nT_e)\}, n \in \mathbb{N}$$

On note $u_{ech}(t)$ le signal échantillonné, c'est-à-dire le signal tel que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall t \in [nT_e, (n+1)T_e], u_{ech}(t) = u_n.$$

Q26. On considère que le spectre du signal $u(t)$ est contenu dans l'intervalle de fréquence $[0, F]$. Rappeler la condition dite de Nyquist-Shannon permettant un échantillonnage satisfaisant de ce signal.

Un oscillateur OSC crée une tension périodique $s_r(t)$ en rampe, de période T_e , variant entre les tensions $-U_0$ et $+U_0$ (figure 12a) telle que $\forall t, |u(t)| < U_0$. Cet oscillateur synchronise les deux échantillonneurs ECHT en imposant les intervalles d'échantillonnage $[nT_e, (n+1)T_e]$.

Le signal $s_r(t)$ est comparé au signal $u(t)$ grâce à un comparateur simple dont le signal de sortie est noté $S(t)$ (figure 12b). Les ALI du montage sont idéaux. Les tensions de saturation sont notées $\pm V_{\text{sat}}$.

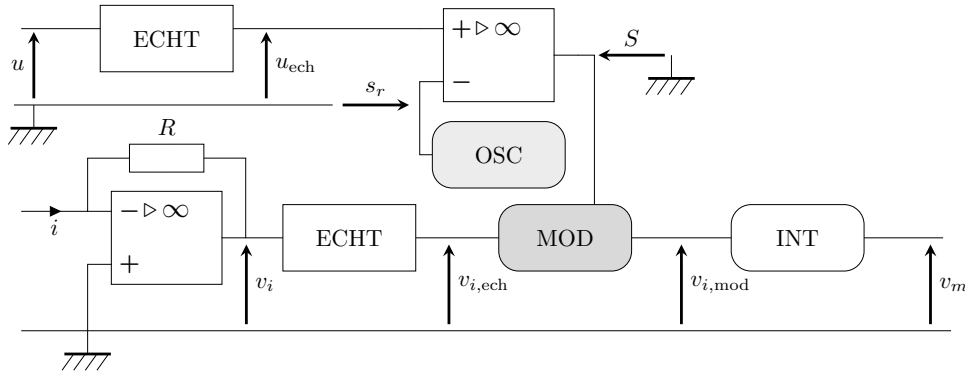


Figure 11 – Montage multiplicateur numérique. (ECHT désigne un échantillonneur, MOD le modulateur, INT l'intégrateur et OSC l'oscillateur.) L'oscillateur synchronise les deux échantillonneurs mais les contacts entre ces circuits ne sont pas représentés.

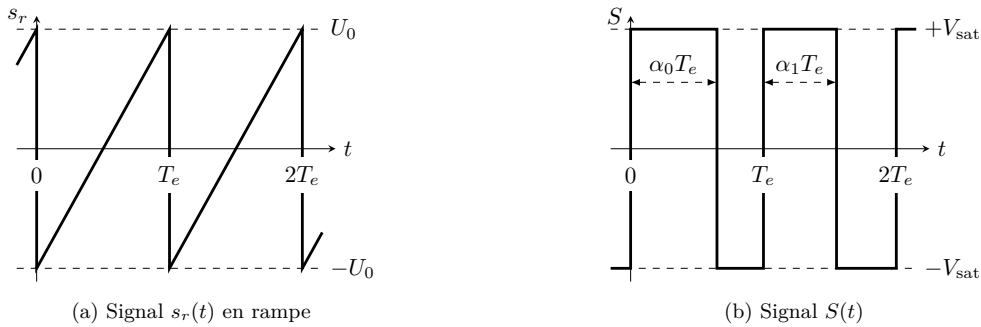


Figure 12 – Signaux

Q27. On a représenté figure 12b le signal $S(t)$ sur les deux premiers intervalles de temps $n = 0$ et $n = 1$. Pour chaque intervalle de temps $[nT_e, (n+1)T_e]$, la durée pour laquelle $S(t) > 0$ est notée $\alpha_n T_e$ où α_n est le rapport cyclique. Exprimer α_n en fonction de u_n et U_0 .

L'intensité $i(t)$ est appliquée à la seconde entrée du montage de la figure 11.

Q28. Exprimer la tension $v_i(t)$ en fonction de $i(t)$ et R . Quel est l'intérêt de ce montage ?

La tension $v_i(t)$ est elle aussi échantillonnée selon les mêmes paramètres que la tension $u(t)$; on obtient en sortie de l'échantillonneur la tension $v_{i,\text{ech}}(t)$ telle que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \forall t \in [nT_e, (n+1)T_e], v_{i,\text{ech}}(t) = v_{i,n} = v_i(nT_e).$$

Le modulateur, schématisé figure 13, reçoit en entrée $v_{i,\text{ech}}$. L'interrupteur K , idéal, est commandé à l'ouverture et à la fermeture par le signal S :

$$K \begin{cases} \text{fermé si } S(t) > 0, \\ \text{ouvert si } S(t) < 0. \end{cases}$$

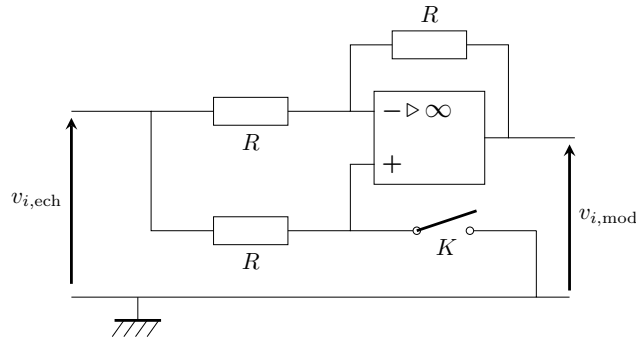


Figure 13 – Modulateur

Q29. Le signal de sortie du modulateur est noté $v_{i,mod}$. Exprimer $v_{i,mod}$ en fonction de $v_{i,ech}$ selon la valeur du signal de commande S .

La tension $v_{i,mod}(t)$ est ensuite intégrée sur un intervalle de longueur T_e .

Q30. Proposer le schéma d'un montage actif intégrant un signal d'entrée $v_e(t)$ par rapport au temps. Donner l'expression de la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée.

Soit $v_{i,mod}(t)$ le signal d'entrée de l'intégrateur. Celui-ci fournit en sortie la tension

$$v_m(t) = -\frac{1}{\tau} \int_{nT_e}^t v_{i,mod}(u) du, \text{ pour } t \in [nT_e, (n+1)T_e].$$

τ est une constante caractéristique de l'intégrateur, homogène à un temps.

Q31. Exprimer $v_{m,n} = v_m((n+1)T_e)$ en fonction de u_n , $i_n = i(nT_e)$ et des différentes constantes du montage. Montrer que l'on a bien obtenu le résultat voulu à une constante multiplicative près.

Le signal périodique nécessaire au fonctionnement du circuit est généré par un oscillateur. On étudie ici un oscillateur dit « à réseau déphaseur », à trois cellules RC (figure 14).

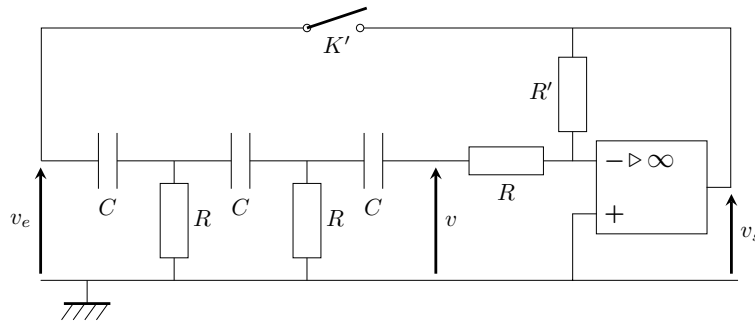


Figure 14 – Oscillateur à réseau déphaseur

La fonction de transfert des trois cellules RC est donnée par :

$$\underline{H} = \frac{v}{v_e} = \frac{1}{1 - \frac{5}{(RC\omega)^2} + \frac{1}{jRC\omega} \left(6 - \frac{1}{(RC\omega)^2} \right)}.$$

Q32. Préciser la nature de ce filtre.

Q33. Exprimer le gain $G = \frac{v_s}{v}$ de l'amplificateur. Quand l'interrupteur K' est fermé, montrer que la tension v_s peut être sinusoïdale si G et $\underline{H}$ vérifient une condition que l'on précisera. En déduire l'expression de la pulsation ω_{osc} du signal v_s ainsi que la valeur numérique de G .

On pose $v_s = A_{\text{osc}} \cos(\omega_{\text{osc}} t + \varphi_{\text{osc}})$. Dans le circuit présenté figure 14, aucun paramètre ne permet de contrôler l'amplitude A_{osc} . Pour pallier ce problème, la résistance R' est remplacée par une résistance R_{com} commandée en tension selon l'une des deux expressions suivantes :

$$1) R_{\text{com}} = R_0 + \frac{r}{1 + \frac{A_{\text{osc}}}{V_0}} \quad 2) R_{\text{com}} = R_0 - \frac{r}{1 + \frac{A_{\text{osc}}}{V_0}},$$

où R_0 , r et V_0 sont des constantes positives caractéristiques de la résistance commandée.

Q34. Quelle est l'expression de R_{com} qui permet de stabiliser les oscillations, et pourquoi ? En particulier, quelle valeur faut-il donner à r pour obtenir $A_{\text{osc}} = 7 \text{ V}$? On prendra $R = 5 \text{ k}\Omega$, $R_0 = 125 \text{ k}\Omega$ et $V_0 = 5 \text{ V}$.