

## DS 4 - Informatique

Aucune importation de bibliothèque (comme numpy par exemple) n'est autorisée.

### Exercice 1 (Algorithme de Gauss)

Dans cet exercice les matrices sont des listes de liste. Par exemple `[[1,2,2,2],[3,1,2,2],[3,3,1,2],[3,3,3,1]]` représente la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Écrire une fonction `matricenulle` de paramètres  $n$  et  $p$ , qui renvoie une liste de listes représentant la matrice nulle de  $n$  lignes et  $p$  colonnes.
2. Compléter la fonction `matrice` pour qu'elle renvoie, sous forme de liste de listes la matrice d'ordre  $n$  avec  $a$  sur la diagonale,  $b$  au-dessus,  $c$  au-dessous.

Par exemple, la commande `matrice(1,2,3,4)` renvoie la liste de listes donnée en exemple.

```
def matrice(a,b,c,n):
    A=matricenulle(n,n)
```

```
        return A
```

3. Compléter la fonction `augmente` qui prend en argument une matrice carrée  $A$  et qui renvoie la matrice augmentée  $(A|Y)$  où  $Y$  est la matrice colonne ayant autant de lignes que la matrice  $A$ .

Par exemple, la commande `augmente([[1,2],[3,4]],[1,-1])` renvoie la liste de listes représentant la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

```
def augmente(A,Y):
    n=len(A)
```

```
        return M
```

4. Écrire une fonction `transvection` qui prend en argument une matrice  $M$  (sous forme de liste de listes), des entiers  $i$  et  $j$ , un réel  $x$ , et qui remplace la ligne  $L_i$  de  $M$  par la ligne  $L_i - xL_j$ .
5. Expliquer la fonction `resolution` ci-dessous. Quelle est la différence avec la méthode de Gauss classique?

```
def resolution(M):
    n=len(M)
    p=n+1
    for i in range(0,n):
        j=i
        for k in range(i+1,n):
            if abs(M[k][i])>abs(M[j][i]):
                j=k

        for k in range(p):
            M[i][k], M[j][k]=M[j][k], M[i][k]

        for j in range(n):
            if i != j:
                transvection(M,j,i,M[j][i]/M[i][i])
```

6. Compléter la fonction `resolution` ci-dessus pour qu'elle renvoie la solution sous forme de liste.

**Exercice 2 (Méthode d'Euler)**

La dynamique d'une densité de population suit l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dN}{dt} = \alpha(1 - KN(t))N(t)$$

où  $N(t)$  est la densité de population à l'instant  $t$ ,  $K$  et  $\alpha$  sont des paramètres.

1. Compléter la fonction permettant d'avoir la densité de la population sur l'intervalle de temps  $[0, t_{\max}]$  avec un pas égal à  $dt$  pour une densité initiale égale à  $N_0$ .

```
def euler(N0,tmax,dt,K,alpha):
    N=N0
    t=0
    listeN=[N]
    while t<tmax:
        .....
        .....
        listeN.append(N)
    return listeN
```

2. On admet que la densité de population est croissante et que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = \frac{1}{K}$ .

Écrire une nouvelle fonction, en modifiant seulement 2 ou 3 lignes de la fonction ci-dessus pour obtenir l'instant  $t$  où la densité de la population atteint 90% de sa valeur limite.

**Exercice 3 (Lagrange)** Écrire une fonction `lagrange(X,x,i)` qui renvoie la valeur du produit :

$$L_i(x) = \prod_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq i}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

où  $X$  est la liste contenant les coefficients réels  $x_1, \dots, x_n$  et  $x$  est un réel.

**Exercice 4 (Base de données)**

Une base de données d'une entreprise contient les trois tables suivantes :

- La table `Client` dont les attributs sont `IdClient`, `NomClient`, `Adresse`
- La table `Produit` dont les attributs sont `Ref`, `NomProd`, `Prix`
- La table `Commande` dont les attributs sont `IdCom`, `DateCom`, `IdClient`
- La table `DetailCommande` dont les attributs sont `Id`, `IdCom`, `RefProduit`, `Quantite`

Les prix sont en euros et les dates sont des chaînes de caractère au format `'jj/mm/aaaa'`.

Répondre aux questions de 2 à 7, en donnant une requête SQL.

1. Qu'est-ce qu'une clé primaire ? Donner la clé primaire de chaque table.
2. Donner la liste des produits valant plus de 10 Euros. Indiquer pour le nom du produit et son prix classer par ordre croissant du prix.
3. Donner les identifiants de commande et de client des commandes passées le 20 janvier 2025.
4. Donner la liste des références de produit de la commande dont l'identifiant est `'C001'`.
5. Donner la liste des produits de la commande dont l'identifiant est `'C001'`.
6. Donner, pour chaque commande, le nom et l'adresse du client.
7. Donner le montant de chaque commande.