Primitives usuelles

Fonction	Primitives	Ensemble de validité
0		$\mathbb{R}$
$x^n (n \in \mathbb{N})$		$\mathbb{R}$
$\exp(x)$		$\mathbb{R}$
$x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$		$\mathbb{R}_+^*$
$\frac{1}{x}$		$\mathbb{R}_+^*$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$		$\mathbb{R}_+^*$
$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}, \underline{n \geq 2}$		$\mathbb{R}^*$
$\cos(x)$		$\mathbb{R}$
$\sin(x)$		$\mathbb{R}$
$\frac{1}{1+x^2}$		$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		$]-1, 1[$

Intégration par parties

$$\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$$

Opérations sur les primitives.

Fonction f	Primitives	Remarques
$f = \lambda u' + \mu v'$		Linéarité
$f = u'u^n, n \in \mathbb{N}$		
$f = u'e^u$		
$f = \frac{u'}{u}$		attention aux signes
$f = \frac{u'}{u^n}, n \geq 2$		
$f = \frac{u'}{u^2}$		Cas particulier $n = 2$ du cas précédent
$f = \frac{u'}{\sqrt{u}}$		si u est strictement positive
$f = u' \cos(u)$		
$f = u' \sin(u)$		
$f(x) = u'(ax+b)$		

Changement de variable

Formule du changement de variable C^1 $u = \varphi(t) \to du = \varphi'(t)dt$.

$$\int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)dt = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(u)du$$

Formule du changement de variable affine :

$$\int_a^b f(\alpha t + \beta)dt = \frac{1}{\alpha} \int_{\alpha a+\beta}^{\alpha b+\beta} f(u)du$$