

Programme de khôlle. Semaine 2

Description des thèmes

An1-

An1- Rappels sur l'intégration sur un segment

1) Méthodes de calculs.

- Théorème fondamental de l'analyse. Rappel du théorème et de ses conséquences pour le calcul d'intégrales.
- Table des primitives usuelles et des formes à savoir repérer.
- Intégration par parties. Rappel de la formule et IPP successives.
- Changement de variable. Formule dans le cas C^1 et cas particulier d'une fonction affine.
- Intégrale d'une fonction T -périodique. $\int_a^{a+T} f$ ne dépend pas de a .
- Intégrale d'une fonction paire/impair sur un intervalle symétrique.
- Dérivée et intégrale d'une fonction à valeurs complexes. Rappels sur la dérivée et la primitive de $x \mapsto e^{\alpha x}$ si $\alpha \in \mathbb{C}$.
- Rappel sur les sommes de Riemann.
- Rappel de la formule de Taylor avec reste intégral.

2) Suites d'intégrales.

- 1) Rappels des arguments classiques : positivité et croissance de l'intégrale, inégalité triangulaire, théorème de la limite monotone, théorème d'encadrement pour les suites (dit des gendarmes), définition des relations de comparaison pour les suites (o , O , \sim).
- 2) Intégrales de Wallis. (exo 11 du TD)
- 3) Lemme de Riemann-Lebesgue pour les fonctions de classe C^1 . (exo 12 du TD)
- 4) $I_n = \int_0^1 f(x)x^n dx$ pour une fonction f de classe C^0 et équivalent dans le cas C^1 si $f(1) \neq 0$. (exo 13 du TD)

Questions de cours

La khôlle commencera par **deux** questions de cours par élève :

- Un calcul d'intégrale faisant appel à l'une primitive usuelle et/ou les formes à reconnaître (voir <https://cahier-de-prepa.fr/tsi2-doisneau/download?id=1548>).
- Deuxième question : une démonstration au choix parmi
 - Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on note $a_n = \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \cos(nx) dx$. Montrer que $a_n = (-1)^n \frac{4\pi}{n^2}$.
 - Montrer que si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est T -périodique alors $\int_a^{a+T} f(x) dx$ ne dépend pas de a + Montrer que si $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ est impaire, alors $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.
 - Savoir résoudre l'exercice 13 du TD.

Exercice au choix

Au choix du colleur, sur le chapitre de la semaine.