TELEEXERCICES02-T03
Enoncé

Exercice 01

On considère la fonction f de période $T = 2\pi$ telle que $f(t) = t$ si $t \in]-\pi, \pi[$ et $f(-\pi) = 0$.

1. Tracer f sur $[-3\pi, 3\pi]$.
2. Le signal f est-il pair ou impair ?
3. Déterminer la série de Joseph Fourier $S_f(t)$ de f.
4. A t-on $S_f(t) = f(t)$ pour tout $t \in \mathbf{R}$. Pourquoi ?
5. Calculer $\displaystyle\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1}$.
6. Déterminer $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$.

Indications :
1. Kein Problem.
2. Easy !
3. On rappelle que $S_f(x) = a_0 + \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos(n\omega x) + b_n \sin(n\omega x)\right)$.
De plus, $a_0 = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_a^{a+T} f(t)\,dt$ et pour tout $n \geqslant 1$,

$$a_n = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\cos(n\omega t)\,dt \text{ et } b_n = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\sin(n\omega t)\,dt$$

avec $\omega = 2\pi/T$.
4. et **5.** On appliquera le théorème de Johann Peter Gustav Dirichlet à la bonne valeur de t.
6. Penser fortement à Marc-Antoine Parseval.

Exercice 02

Déterminer les solutions de $z^5 = 1 + i$.

Indications :
On commencera par mettre $1 + i$ sous forme trigonométrique.