

## TELEEXERCICES02-T01

# Enoncé

---

### Exercice 01

Pour  $n \in \mathbf{N}$ , étudier la convergence puis calculer (en commençant par  $I_0$ ) :

$$I_n = \int_0^{+\infty} t^n e^{-t} dt.$$

#### Indications :

Pour la convergence, on pourra utiliser le fait que si  $f(t) = o(g(t))$  quand  $t$  tend vers  $+\infty$  et que l'intégrale

$\int_b^{+\infty} g(t) dt$  existe (avec  $b > 0$  fixé) alors  $\int_b^{+\infty} f(t) dt$  existe.

Pour le calcul, on établira une relation entre  $I_n$  et  $I_{n-1}$  avec une I.P.P pour  $n \geq 1$ .

---

### Exercice 02

Factoriser dans  $\mathbf{C}[X]$  puis dans  $\mathbf{R}[X]$  :

$$P = X^4 + 2.$$

#### Indications :

On commencera par déterminer les racines complexes de  $z^4 = -2$ , en posant  $z = re^{i\theta}$  et  $-2 = 2e^{i\pi+i2k\pi}$ .

Puis, on mettra ces quatre racines sous la forme  $x_1, \bar{x}_1, x_2$  et  $\bar{x}_2$ . Et on utilisera le fait que :

$$(X - x_1)(X - \bar{x}_1) = X^2 - 2\operatorname{Re}(x_1)X + |x_1|^2.$$