

Enoncé

Exercice 01

Écrire sous forme factorisée le déterminant :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-a-c & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

Indications :

On pourra par exemple commencer par $L_1 \leftarrow L_1 + L_2 + L_3$.

Exercice 02

Montrer la convergence de l'intégrale en effectuant un changement de variable qui permettra le calcul de :

$$\int_e^{+\infty} \frac{dt}{t \ln^2 t}.$$

Indications :

L'indication est dans l'énoncé.

Exercice 03

F , G et H sont trois sous-espaces vectoriels de E , montrer :

$$F \subset H \Rightarrow F + (G \cap H) = (F + G) \cap H.$$

Indications :

On posera $\vec{x} \in F + (G \cap H)$ et donc $\vec{x} = \vec{y} + \vec{z}$, où $\vec{y} \in F$ et $\vec{z} \in G \cap H$. On montrera que $\vec{x} \in (F + G) \cap H$.
Et réciproquement.