TELEEXERCICES04-T07
Enoncé

Exercice 01

Dans $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$, F (resp. G) est formé des matrices $\begin{pmatrix} a & 2a+b \\ -b & -a \end{pmatrix}$ (resp. des matrices $\begin{pmatrix} a & 3a+b \\ -b & -2a+b \end{pmatrix}$), où $(a,b) \in \mathbf{R}^2$.

1. Montrer que F et G sont des sous-espaces vectoriels de $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$.
2. Trouver une base de F et une base de G.
3. Montrer que $\mathcal{M}_2(\mathbf{R}) = F \oplus G$.

Indications :
1. On peut montrer que F et G sont des $Vect$ et on aura une famille génératrice dans chacun des cas ce qui permettra de s'avancer pour la base.
3. On peut voir que $F \cap G = 0$ et que comme $\dim F + \dim G = \dim M_2(\mathbf{R}) = \dim (F+G)$, on peut conclure.

Exercice 02

Ici $c \in \mathbf{R}_+^\star$ fixé. Déterminer $f : \mathbf{R}^2 \mapsto \mathbf{R}$ de classe $\mathcal{C}^2$ vérifiant l'équation (E) dite des cordes vibrantes :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0,$$

à l'aide du changement $u = x - cy$, $v = x + cy$.

Indications :
On commence par calculer $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ en fonction de $\dfrac{\partial g}{\partial u}$ et $\dfrac{\partial g}{\partial v}$ avec $g(u,v) = f(x,y)$.