

TELEEXERCICES04-T04

Enoncé

Exercice 01

Montrer qu'une condition nécessaire et suffisante pour que deux variables aléatoires X et Y de Bernoulli soient indépendantes est que : $E(XY) = E(X)E(Y)$.

Indications :

on suppose que $X \leftrightarrow \mathcal{B}(p_1)$ et $Y \leftrightarrow \mathcal{B}(p_2)$.

On remarquera que $E(XY) = P(XY = 1) = P((X = 1) \cap (Y = 1))$.

On verra de même $E(X) = P(X = 1)$ et $E(Y) = P(Y = 1)$. À vous de continuer.

Exercice 02

Pour $x \in \mathbf{R}^+$, on pose : $u(x) = \frac{2\sqrt{x}}{1+x}$.

1. Étudier la fonction u .
2. On pose $f(x) = \arcsin(u(x))$. Quel est le domaine de définition de f ?
3. Démontrer que f est dérivable sur $]0, 1[\cup]1, +\infty[$. Calculer $f'(x)$.
4. Exprimer $f(x)$ en fonction de $\arctan(\sqrt{x})$.

Indications :

1. Ce qui est le plus important c'est le domaine de valeurs prises par u .
2. On rappelle que $\arcsin t$ est définie seulement si $t \in [-1, 1]$.
3. On rappelle que $(\arcsin h(x))' = \frac{h'(x)}{\sqrt{1-h^2(x)}}$.
4. On rappelle que $(\arctan h(x))' = \frac{h'(x)}{1+h^2(x)}$.