

TELEEXERCICES04-T02

Enoncé

Exercice 01

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Diagonaliser A dans $\mathcal{M}_2(\mathbf{C})$.
2. En déduire les couples (x_1, x_2) de fonctions de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbf{R} vérifiant :

$$\begin{cases} x_1'(t) &= 3x_1(t) - 5x_2(t) \\ x_2'(t) &= x_1(t) - x_2(t) \end{cases}$$

Indications :

Attention, on trouvera deux valeurs propres complexes conjuguées et pour avoir les solutions réelles du système différentiel, on pourra user d'Abraham de Moivre.

Exercice 02

Étude au voisinage de 0 de la fonction

$$f : x \mapsto \frac{1}{\arcsin x} - \frac{1}{x}.$$

Indications :

On commencera par trouver le DL à l'ordre 4 au voisinage de 0 de $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ puis celui de Arcsin à l'ordre 5. On passera à celui de f .