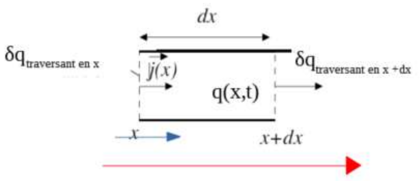
Synthèse Maxwell

Densité volumique de charge (dτ petit volume)

$$\rho = \frac{dQ}{d\tau} \quad \rightarrow Q = \iiint_V \rho \, d\tau$$

Conservation de la charge : formulation locale

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}}$$



q(x,t)= ρ(x,t) Sdx
Charge de la tranche
x-x+dx à t

Vecteur densité volumique de courant

$$I_{\text{traversant S}} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Equations de Maxwell en régime variable

Formes locales

$$\textit{Maxwell Gauss} \quad \mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\textit{Maxwell Flux} \quad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

$$\textit{Maxwell Faraday} \quad \vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\textit{Maxwell Ampère} \quad \vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

Conservation de la charge : formulation locale

Formes intégrales

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \oiint_{S_{fermée}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \textit{Théorème de Gauss}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \quad \rightarrow \oiint_{S_{fermée}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = O \quad \textit{Conservation du flux magnétique}$$

$$\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \rightarrow \oint_{parcours\,fermé} \vec{E} \cdot d\vec{l} = e = \frac{-d\phi}{dt} \quad \textit{Loi de Faraday}$$

$$\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$\textit{en régime stationnaire} \quad \vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 (\vec{j}) \quad \rightarrow \oint_{C_{fermée}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé} \; \textit{Théorème Ampère}$$

$$\textit{en régime quasi-stationnaire} \, (\textit{électrocinétique}) \oint_{C_{fermée}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé} \; \textit{Théorème Ampère}$$

Régime stationnaire

Electrostatique :

$\mathrm{div}\,\vec{E}=\frac{\rho}{\epsilon_0}$ → ***Théorème de Gauss*** $\oiint_{S_{fermée}} \vec{E}.d\vec{S}=\frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

$\vec{rot}\,\vec{E}=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{E}=-\vec{grad}V$ → $\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}=V_A-V_B$

Magnétostatique :

$\mathrm{div}\,\vec{B}=0$ → $\oiint_{S_{fermée}} \vec{B}.d\vec{S}=O$

$\vec{rot}\,\vec{B}=\mu_0(\vec{j})$ → ***Théorème Ampère*** $\oint_{C_{fermée}} \vec{B}.d\vec{l}=\mu_0 I_{enlacé}$

Régime quasi-stationnaire

λ<<dimensions du circuit(domaine de l'électrocinétique)

Maxwell Gauss $\mathrm{div}\,\vec{E}=\frac{\rho}{\epsilon_0}$ → $\oiint_{S_{fermée}} \vec{E}.d\vec{S}=\frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ ***Théorème de Gauss***

Maxwell Flux $\mathrm{div}\,\vec{B}=0$

Maxwell Faraday $\vec{rot}\,\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ → $\oint_{parcours\,fermé} \vec{E}.d\vec{l}=e=\frac{-d\phi}{dt}$ ***Loi de Faraday***

Maxwell Ampère $\vec{rot}\,\vec{B}=\mu_0(\vec{j}+\cancel{\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}})$ → $\oint_{C_{fermée}} \vec{B}.d\vec{l}=\mu_0 I_{enlacé}$ ***Théorème Ampère***

Dans le vide : ondes électromagnétiques

Maxwell Gauss $\mathrm{div}\,\vec{E}=0$

Maxwell Flux $\mathrm{div}\,\vec{B}=0$

Maxwell Faraday $\vec{rot}\,\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwell Ampère $\vec{rot}\,\vec{B}=\mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Equations de propagation

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}=\vec{\Delta}\vec{E}$$

$$\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}=\vec{\Delta}\vec{B}$$

vecteur de Poynting $\vec{\Pi}=\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}$

$$P_{rayonnée\,à\,travers\,S}=\iint_S \vec{\Pi}.d\vec{S}$$

donnée → $\vec{rot}(\vec{rot})(\vec{U})=\vec{grad}(\mathrm{div})(\vec{U})-\Delta(\vec{U})$

Bilan d'énergie électromagnétique associé au champ (E,B) présent dans le volume V

$$\frac{dU_{em}}{dt}=\Sigma P_{reçue}=-P_{cédée\,à\,la\,matière}+P_{rayonnée\,entrante}-P_{rayonnée\,sortante}$$

ou localement

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial t}=-\mathrm{div}\,\vec{\pi}-\vec{j}.\vec{E}$$

Densité volumique d'énergie électromagnétique

$$u_{em}=\frac{\epsilon}{2}(\vec{E})^2+\frac{\mu_0}{2}(\vec{B})^2 \rightarrow U_{em}=\iiint_V u_{em}\,d\tau$$

Puissance volumique cédée à la matière :

$$p_v=\vec{j}.\vec{E} \rightarrow P_{cédée\,à\,la\,matière}=\iiint_V p_v\,d\tau$$

Puissance rayonnée à travers S

$$P_{rayonnée\,à\,travers\,S}=\iint_S \vec{\Pi}.d\vec{S}$$