

Devoir n°1 sans calculette

durée 2h

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte. Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les réponses doivent être justifiées

L'électricité à bord d'un voilier de plaisance

I Lampe de secours rechargeable

Il est recommandé d'avoir à bord une lampe pour être vu en cas de détresse ou tout simplement pour se déplacer par nuit noire à l'intérieur ou sur le pont du bateau. Pour ne pas avoir à gérer des piles défaillantes ou des accumulateurs non chargés, une "lampe à secouer" peut s'avérer utile. Un extrait d'une description publicitaire de cet objet est rapporté ci-dessous.

Document - Extrait d'une publicité pour une lampe à secouer

En secouant la lampe 30 secondes (un peu comme une bombe de peinture), de l'énergie électrique est produite et stockée dans un condensateur. Vous obtenez alors environ 20 minutes d'une lumière produite par une DEL (diode électroluminescente). Si vous n'utilisez pas toute l'énergie produite, elle restera stockée dans le condensateur pendant plusieurs semaines pour être ensuite immédiatement disponible sur simple pression du bouton marche/arrêt. La version transparente de cette lampe laisse entrevoir une bobine de fil de cuivre à l'intérieur.

Q1. Expliquer l'intérêt de cette bobine en citant au moins un autre élément constitutif de la lampe (mis à part la DEL et le condensateur). Préciser aussi le principe physique sur lequel se base la recharge de cette lampe et une loi s'y rapportant.

Q2. Pourquoi peut-on conseiller de secouer vigoureusement cette lampe lors de la phase de recharge ? On part d'une situation où on suppose que le condensateur vient d'être chargé et que la tension à ses bornes est $U_0 = 3,3 \text{ V}$. On cesse alors d'agiter la lampe et donc de recharger le condensateur.

Tout d'abord, on étudie la décharge de ce condensateur de capacité $C = 10 \text{ F}$ ("supercondensateur") dans un conducteur ohmique de résistance R pouvant modéliser une lampe à incandescence. Le circuit étudié est donc représenté par le schéma de la figure 4. La partie de circuit utile lors de la phase de charge du condensateur n'est pas représentée :

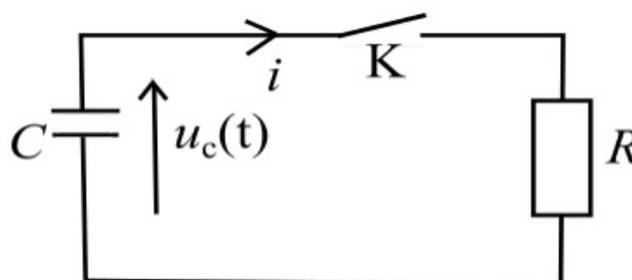


Figure 4 - Circuit électrique équivalent lors de la phase de décharge du condensateur

À l'instant initial $t_0 = 0 \text{ s}$, on ferme l'interrupteur K et la décharge commence.

Q3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ pendant la décharge en faisant apparaître une constante de temps τ dont on donnera l'expression.

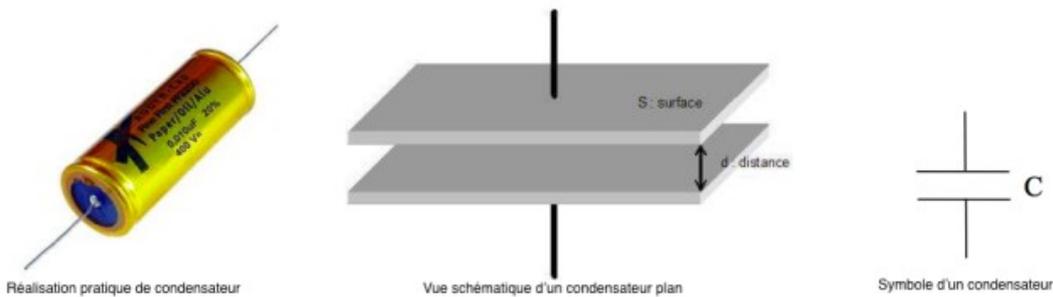
Q4. Déterminer l'expression littérale de la solution de cette équation différentielle.

Q5. Au bout d'une durée environ égale à 5τ , la décharge du condensateur est quasi-complète.

Si l'on considère que cette durée est égale à 20 minutes, déterminer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique qu'il faut alors associer au condensateur de capacité $C = 10 \text{ F}$.

Document

: modèle du condensateur plan



La capacité d'un condensateur plan est donnée par la formule $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ avec

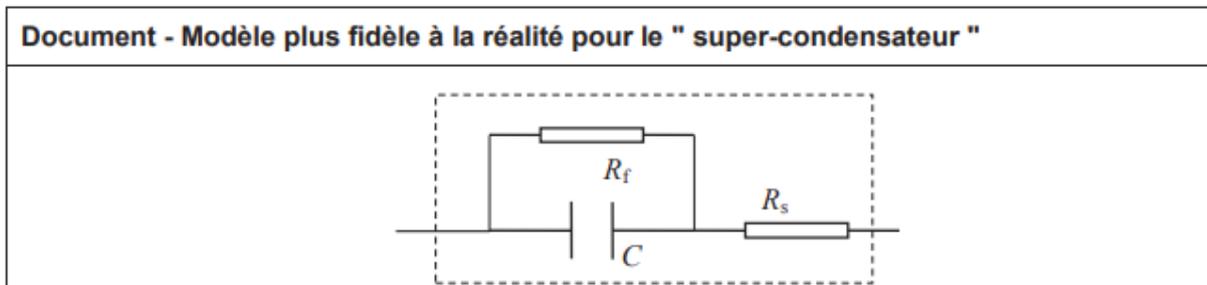
- ϵ_0 permittivité du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} \approx 10^{-11} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

- S surface de chacune des armatures en regard

- d distance entre les deux armatures

Q6. Dans le cadre du modèle du condensateur plan, quels seraient les paramètres géométriques du condensateur à modifier pour obtenir la capacité la plus grande possible ?

Certains modèles électriques plus élaborés du " super-condensateur " utilisé ici permettent de traduire, plus fidèlement à la réalité, son comportement réel dans un circuit. Un des modèles possibles fait apparaître, autour de la capacité C , une résistance R_f en parallèle et une résistance série R_s conformément au schéma ci-dessous :



Q7. Dans cette application de stockage et de restitution d'énergie, faut-il R_s la plus grande ou la plus petite possible ? Justifier. Même question pour R_f

Pour la suite des questions, on revient à un modèle plus simple (C seul) pour le condensateur, toujours initialement chargé sous une tension $U_0 = 3,3 \text{ V}$. On remplace maintenant le conducteur ohmique de résistance R par une DEL dont les caractéristiques sont les suivantes : Pour cette diode, on appelle U_{seuil} la tension minimale au-delà de laquelle la diode devient

passante ($i > 0$). On convient alors que la diode électroluminescente cesse d'émettre suffisamment de lumière dès que : $u_d < U_{seuil} + 0,1 \text{ V}$.

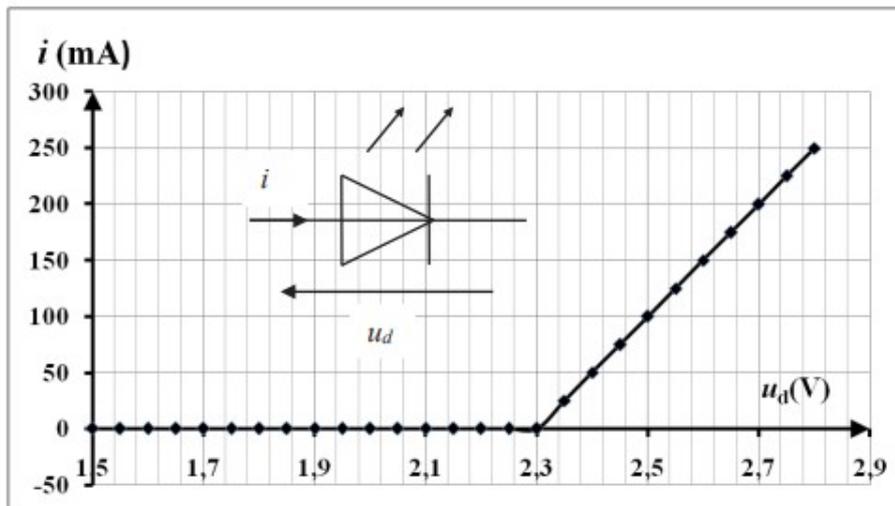


Figure 5 - Caractéristique $i = f(u_d)$ pour la diode électroluminescente DEL

Parameter	Symbol	Condition	Min.	Typ.	Max.	Unit
Luminous Flux	ϕ_v	$i = 200 \text{ mA}$	6	8,5	-	lm
Forward Voltage	u_d	$i = 200 \text{ mA}$	-	2,5	2,8	V
D.C. Forward Current Max	i_M	-	-	-	250	mA
Peak Wavelength	λ_p	$i = 200 \text{ mA}$	-	635	-	nm
Dominant Wavelength	λ_d	$i = 200 \text{ mA}$	-	624	-	nm
Reverse Current	i_r	$u_r = 5 \text{ V}$	-	-	50	μA
Viewing Angle	$2\phi_{1/2}$	$i = 200 \text{ mA}$	-	120	-	deg
Spectrum Line Halfwidth	$\Delta\lambda$	$i = 200 \text{ mA}$	-	20	-	nm

Tableau 2 - Electrical & Optical Characteristics

Q8. Le modèle électrique équivalent pour la DEL lorsqu'elle est passante est de la forme $u_d = ri + b$. A l'aide de la caractéristique (Figure 5), déterminer la valeur numérique de r et montrer que $b = U_{seuil}$.

Q9. Montrer alors, en justifiant par un schéma, que la nouvelle équation différentielle régissant l'évolution de $u_c(t)$ lorsque le condensateur se décharge dans la diode électroluminescente est :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau'} = \frac{U_{seuil}}{\tau'}. \text{ Préciser l'expression de } \tau'.$$

Q10. Déterminer la solution $u_c(t)$ de cette nouvelle équation différentielle.

Q11. Représenter graphiquement l'allure de l'évolution de $u_c(t)$ en mettant en évidence les points importants du graphe (valeur et tangente à l'origine ainsi que asymptote éventuelle).

Q12. Déterminer l'expression littérale de $i(t)$.

Q13. Représenter graphiquement l'allure de l'évolution de $i(t)$ en mettant en évidence les points importants.

Q14. À l'aide des caractéristiques techniques fournies dans le tableau 2, indiquer si le fonctionnement correct de la DEL est garanti sans dommage. Proposer une solution pour éventuellement remédier au problème rencontré (valeur numérique attendue).

Q15. Prévoir, sans la mise en œuvre de la solution précédente, la durée approximative d'éclairage de cette lampe (on rappelle $\ln(1) = 0$ et $\ln(10) = 2,3$).

Q16. Le circuit électronique réel de la lampe comporte un composant régulateur-élévateur qui

permet d'augmenter la tension aux bornes du condensateur lorsqu'elle est trop faible . Expliquer l'intérêt de ce composant .

II - Production d'électricité à bord

Afin de produire de l'électricité sur un bateau, **des panneaux photovoltaïques** sont utilisés pour alimenter les équipements électroniques du bateau (radio, VHF, sonar, balise GPS, batterie, éclairage, ...) sous 12 V.e tableau 3 ci-dessous .

Q18. En utilisant le tableau 3 et la figure 6, calculer, dans le cas de l'ensoleillement moyen ($500 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$), la puissance reçue par le panneau.

Q19 En supposant le rendement indépendant de l'ensoleillement, calculer, dans ce même cas, la puissance électrique délivrée par le panneau. La tension disponible aux bornes de chaque panneau est ensuite ramenée avec un rendement de conversion énergétique proche de 100 % sous 12 V, soit pour charger une batterie, soit pour alimenter directement les appareils. Les principales utilisations électriques dans le bateau sont fournies dans le tableau 4.



Le bateau de plaisance est équipé de panneaux solaires de référence ERI - panneau solaire flexible de 100 W dont les caractéristiques sont rapportées dans le **tableau 3** ci-dessous :

Caractéristiques du panneau ERI							
Dimensions	Masse	Puissance maximale	Tension maximale	Courant court-circuit	Courant maximal	Tension à vide	Rendement
Longueur : 1 000 mm Largeur : 500 mm Épaisseur : 3 mm	1,8 kg	100 W	17,8 V	6,3 A	5,62 A	21,6 V	20 %

Tableau 3 - Caractéristiques du panneau photovoltaïque ERI

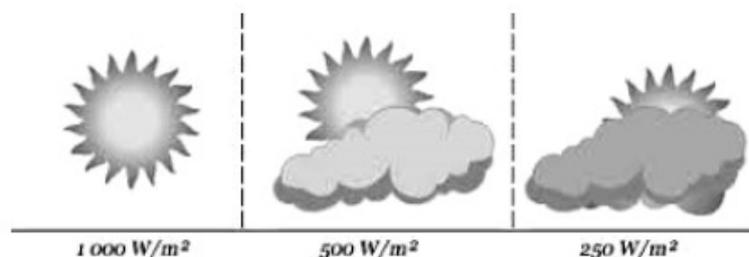


Figure 6 - Puissance par unité de surface émise par le soleil au niveau de la Terre
(Source : <https://energieplus-lesite.be/theories/climat8/ensoleillement-d8>)

Q20. Calculer le nombre de panneaux nécessaires et préciser leur branchement pour l'ensemble des 3 appareils consommant le plus de courant. Ceux-ci doivent pouvoir fonctionner simultanément en étant uniquement et directement alimentés par les panneaux.

Les principales utilisations électriques dans le bateau sont fournies dans le **tableau 4**.

EQUIPEMENTS	CONSOMMATION		UTILISATION	CONSOMMATION	
	Watt (12V)	Ampère		Watt.Heure	Ampère.Heure
Eclairage					
Carré	24	2	4	96	8
Cabines	24	2	1	24	2
Cockpit	24	2	1	24	2
Toilettes	24	2	0,5	12	1
Mouillage	12	1	8	96	8
Confort					
Réfrigérateur	42	3,5	16	672	56
Eau sous pression	96	8	0,5	48	4
Electronique					
VHF veille	0,96	0,08	24	23,04	1,92
VHF émission	48	4	0,15	7,2	0,6
Sondeur	12	1	1	12	1
Ordinateur / télévision	48	4	2	96	8
Total de la consommation moyenne (navigation côtière)				1110 Wh	92 Ah

Tableau 4 - Consommation électrique sur un bateau de plaisance
(D'après : <http://www.save-marine.com/fr/electricite-a-bord-voilier>)

Problème 2 : Condensateurs et supercondensateurs

Introduction

Le condensateur est une brique de base des circuits électroniques de commande ou de puissance. Après avoir rappelé le principe de fonctionnement de ce composant (partie I), nous nous focaliserons sur les condensateurs utilisés comme dispositifs de stockage de l'énergie, à l'instar des batteries (partie II). Se pose alors la question de leur recharge (partie III).

On considère un condensateur comme un composant électronique. Soient u_c la tension à ses bornes et C sa capacité. On utilise la convention récepteur.

$E_{\text{stockée}} = \frac{1}{2} C u_c^2$ représente l'énergie stockée par le condensateur.

I Un exemple d'utilisation des condensateurs : les supercondensateurs

On donne : $4 \times 3,6/3=4,8$; $4/(3 \times 3,6) = 0,37$; $3/(4 \times 3,6) = 0,21$; $200/7,52 = 3,6$; $7,52/200 = 0,28$.

Un "supercondensateur" est un condensateur de technique particulière, qui permet d'obtenir une capacité élevée pour un encombrement réduit, et donc une densité de puissance et une densité d'énergie intermédiaires entre les batteries et les condensateurs électrolytiques classiques. Ils sont utilisés dans des domaines variés, dont la propulsion de bateaux, de bus ou de tramway. Leur faible résistance interne permet des courants élevés et donc des charges rapides et des puissances de sortie importantes. Nous étudions ici un exemple d'application des

supercondensateurs, et en particulier nous voyons ce qui contraint leur dimensionnement (quelle capacité, quelle résistance interne?).



Supercondensateurs.



Tramway de la ligne T3, ici sur une section avec ligne aérienne de contact.

Document :

En 2009, la RATP et Alstom ont expérimenté en service commercial un tramway Citadis équipé de supercondensateurs sur la ligne T3 du réseau francilien. La rame a été équipée de 48 modules de supercondensateurs (15 kg pièce) pour le stockage de l'énergie à bord. L'ensemble est équivalent à 48 supercondensateurs montés en dérivation sous une tension de 750 V. Ceci permet aux trams de circuler en autonomie sur les sections dépourvues de ligne aérienne de contact. En autonomie la rame peut franchir 400 m, soit la distance entre deux stations sur la ligne T3, avec une vitesse moyenne d'environ 15 km/h. Les moteurs développent une puissance moyenne continue de 500 kW, et sont alimentés sous 750 V. Présentant une résistance interne très faible, les supercondensateurs autorisent le passage d'intensités très importantes pendant les 20 secondes que dure un rechargement en station, et sont donc en cela plus adaptés que les batteries conventionnelles.

Source images : Wikipedia, et texte : <https://www.ville-rail-transports.com/ferroviaire/alstom-et-la-ratp-testent-les-supercondensateurs>

À l'aide des données du document ci-dessus et des approximations nécessaires, en déduire les valeurs :

- 1 - de l'énergie E_{tot} nécessaire au trajet entre deux stations,
- 2- de la capacité d'un des 48 supercondensateurs (commenter la valeur trouvée),
- 3 - de la résistance du circuit de charge.

II Stratégies de charge d'un condensateur

Lorsqu'un condensateur est utilisé comme une batterie, la question de sa recharge se pose.

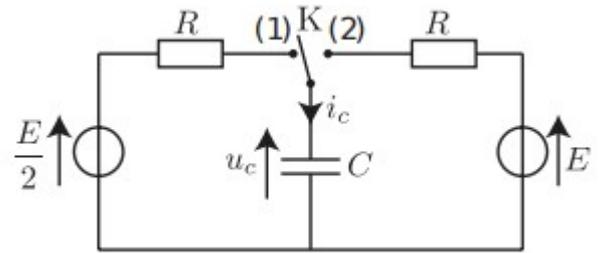
L'énergie est prélevée sur le réseau électrique, et on souhaiterait que 100% de cette énergie soit transférée au condensateur. Nous allons montrer que ceci dépend de la stratégie de charge retenue. On appelle "rendement de la charge du condensateur" le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et de l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge :

$$\eta = \frac{E_{stockée}}{E_{fournie}} .$$

4- De manière générale, la charge se fait à travers la résistance totale du circuit R . On note C la capacité du condensateur et E la tension finale à atteindre aux bornes du condensateur. Montrer

par des arguments dimensionnels que l'expression du rendement η ne peut pas dépendre des valeurs de R , C ou E .

Dans les sous-parties II.1 et II.2 on raisonne sur le circuit ci-contre pour envisager deux méthodes de recharge, qui vont mener à deux valeurs de rendement différentes.



II.1 Premier procédé de charge

L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à $t = 0$.

5 - Établir l'équation différentielle portant sur $u_c(t)$. On la mettra sous la forme $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ avec

τ un paramètre dont on précisera l'expression.

6 - Déterminer sans utiliser l'équation différentielle la valeur de $u_c(0^+)$ (juste après le basculement de l'interrupteur).

7 - Résoudre l'équation différentielle obtenue ci-dessus.

10 - Tracer l'allure de la solution $u_c(t)$.

8 - Donner en fonction de C et de E l'expression de l'énergie stockée par le condensateur à la fin de sa charge.

9- Démontrer que le courant i_c s'écrit, pour tout $t \geq 0$: $i_c(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$.

10 – Exprimer la puissance fournie $P_{\text{gén}}(t)$ par le générateur en fonction de E et $i_c(t)$.

Rappeler la relation entre la puissance fournie $P_{\text{gén}}(t)$ et l'énergie $d\mathcal{E}_{\text{gén}}$ fournie par le générateur pendant dt

11 – Les calculs (non demandés ici) établissent l'expression de l'énergie totale fournie par le générateur $\mathcal{E}_{\text{gén}}$ au cours de la charge : $\mathcal{E}_{\text{gén}} = CE^2$. Quelle est la valeur du rendement de la charge avec la méthode envisagée ? Peut-il être optimisé en changeant la résistance R ?

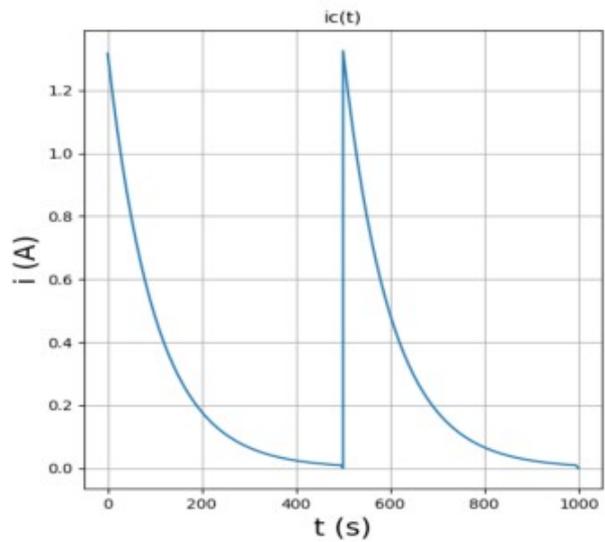
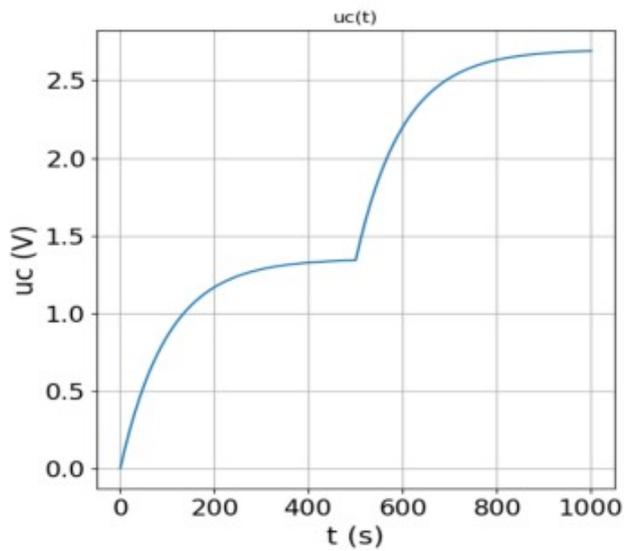
III.2 Second procédé de charge

On souhaite utiliser une méthode qui permet d'améliorer le rendement de la charge. On réalise une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact.

Puis il est fermé en position (1) à $t = 0$. Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé, l'interrupteur est basculé en position (2).

Le supercondensateur étudié dans cette partie a une capacité $C = 100$ F, et une tension nominale $E = 2,7$ V. La résistance modélisant les pertes dans le circuit de recharge a une valeur $R = 1 \Omega$.

A l'aide d'un programme python, on trace l'évolution de $u_c(t)$ et de $i_c(t)$



12- Déterminer sans calculs, l'expression de l'intensité $i_c(0+)$ (juste après le basculement (1) de l'interrupteur).

13 – Déterminer l'expression de $u_c(t)$ pendant la première phase de la charge.

14 – Donner sans calculs, en fonction de R et de C l'expression de l'instant t_1 pour lequel la tension u_c aux bornes du condensateur atteint 99% de sa valeur finale au cours de cette première étape. Calculer sa valeur. La valider à l'aide du graphe ci-dessus.

Dans la suite, on considérera que la charge (phase (1)) est totalement achevée à cet instant t_1

15 – Justifier l'évolution de $u_c(t)$ entre t_1 et la fin de la charge du condensateur indiquée sur le graphique après basculement de K en position (2).

16-Déterminer graphiquement la valeur de $i_c(t_1+)$ (juste après le basculement (2) de l'interrupteur).

17 - La valeur du rendement calculée par le programme est 0,668. Conclure sur ce second procédé de charge.