

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 07

Du 03 Novembre 2023 au 09 Novembre 2023

1) Revision des probabilités discrètes sur un univers fini

Voir colle 06.

2) Variables aléatoires discrètes X avec $X(\Omega)$ fini

Variable aléatoire réelle avec $X(\Omega)$ fini. Variable aléatoire $\phi(X)$, où ϕ est une fonction réelle.

Définition de la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .

Espérance $E(X)$ et variance $V(X) = E((X - E(X))^2)$.

Formule de transfert et formule de Koenig : $V(X) = E(X^2) - E^2(X)$.

Linéarité de l'espérance et formule $V(aX + b) = a^2V(X)$. Loi centrée réduite.

Lois classiques discrètes finies : loi uniforme sur un ensemble fini, loi de Bernoulli, loi binomiale, espérance et variance de ces lois.

Warnung : pas encore l'inégalité de Bienamé-Tchebychev et l'inégalité de Markov n'est pas au programme officiel.

3) Couples de Variables aléatoires discrètes (X, Y) avec $X(\Omega)$ et $Y(\Omega)$ finis

Loi du couple, lois marginales.

Indépendance de deux variables aléatoires.

4) n -uplet de variables aléatoires discrètes $(X_1, \dots, X_n)$

Définition de la loi de $(X_1, \dots, X_n)$, indépendance de n variables aléatoires $X_1, \dots, X_n$.

Warnung : Eviter les exercices portant sur la détermination de la loi d'une somme de deux ou de n variables aléatoires du type $X + Y$ ou $X_1 + \dots + X_n$. Le seul cas est la correspondance entre une somme $X_1 + \dots + X_n$ de n variables indépendantes de Bernoulli de paramètre p et la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.

À propos des couples (X, Y) , ne pas encore faire d'exercice avec $E(XY)$ et la covariance, ce sera pour la colle 08.

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Compétences à acquérir :

Sur les probabilités :

- 1) Utiliser dans un problème de dénombrement le nombre de bijections ou d'applications.
- 2) Savoir calculer $P(\bar{A})$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ avec des formules.
- 3) Savoir calculer une probabilité en faisant le rapport du nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles.
- 4) Savoir utiliser la formule de Bayes pour calculer $P_B(A)$ connaissant $P_A(B)$.
- 5) Savoir utiliser la formule des probabilités totales en particulier associé au système complet $(A, \bar{A})$.
- 6) Savoir calculer $P(A \cap B)$ puis $P(A \cap B \cap C)$ avec la formule des probabilités composées.
- 7) Savoir différencier deux événements incompatibles et indépendants.

Sur les V.A.R.D :

- 1) Savoir trouver une loi de probabilité dans des cas simples.
- 2) Savoir reconnaître une loi classique.
- 3) Connaître l'espérance et la variance des lois classiques (Bernoulli et Binomiale) et retrouver celle de la loi uniforme.
- 4) Savoir calculer $V(X)$ directement ou avec Koenig.
- 5) Etablir le tableau de la loi d'un couple, trouver les lois marginales.
- 6) Savoir détecter quand deux ou n v.a.r sont indépendants.