

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 10

Du 27 Novembre 2023 au 01 Décembre 2023

2) Réduction des endomorphismes

voir programme colle 09.

2) Trigonalisation (avec aide)

Dans le cas où le polynôme caractéristique de u est scindé dans \mathbb{K} (c'est-à-dire donc dans le cas où u est trigonalisable dans \mathbb{K}) et si l'on note λ_i ses racines (éléments de \mathbb{K}) d'ordre de multiplicité α_i , pour i variant de 1 à p , alors :

$$\text{Det } u = \prod_{i=1}^p \lambda_i^{\alpha_i} \text{ et } \text{Tr}(u) = \sum_{i=1}^p \alpha_i \lambda_i.$$

□ Méthode 0.1.— Soit $(u_n) \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, définie par la donnée de u_0 et de u_1 , et la relation de récurrence : $(R) \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} = a u_{n+1} + b u_n$, (a, b) sont deux éléments fixés de \mathbb{K} .

- 1) On pose $U_n = \begin{pmatrix} u_n \\ u_{n+1} \end{pmatrix}$, alors la relation (R) devient $U_{n+1} = A U_n$ avec $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ b & a \end{pmatrix}$.
- 2) Par récurrence sur $n \in \mathbb{N}$, on aboutit à $U_n = A^n U_0$.
- 3) On applique la méthode du calcul de la puissance $p^{\text{ème}}$ d'une matrice.

3) Intégration sur un segment et primitives

Révision du programme de 1TSI : linéarité de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment, relation de Michel de Chasles, majoration ou minoration d'intégrales, sommes de Riemann, changement de variable et intégration par parties, primitives de fonctions usuelles.

Warnung : pas encore d'intégration sur un intervalle.

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Compétences à acquérir :

Sur la réduction des endomorphismes :

- 1) lien entre le rang d'une matrice et la dimension de E_0 .
- 2) Savoir calculer χ_u en mettant des termes du type $X - a$ en facteur dans le déterminant.
- 3) Montrer qu'une matrice n'est pas diagonalisable dans le cas par exemple où 0 ou 1 sont seules valeurs propres.
- 4) Connaître les cas du programme où on peut affirmer que A est diagonalisable.
- 5) Calculer A^n en utilisant la diagonalisation ou la trigonalisation.
- 6) Trigonaliser une matrice 3×3 si l'on connaît deux vecteurs propres indépendants.
- 7) Résoudre une récurrence linéaire du type $u_{n+2} = a u_{n+1} + b u_n$ ou $u_{n+3} = a u_{n+2} + b u_{n+1} + c u_n$ en utilisant la méthode plus haut.

Sur l'intégration sur un segment ou le calcul de primitives :

- 1) Savoir reconnaître une somme de Riemann et calculer sa limite.
- 2) Savoir majorer ou minorer des intégrales avec une valeur absolue ou avec des mins ou des max.
- 3) Savoir faire une intégration par parties (cas intégrale définie ou intégrale indéfinie)
- 4) Savoir faire un changement de variable dans une intégrale (en général, il faut le donner)
- 5) Savoir trouver les coefficients d'une décomposition en éléments simples (forme donnée par le colleur) et l'utiliser pour intégrer des fonctions rationnelles .
- 6) Savoir se débrouiller dans des intégrations classiques (par exemple si l'on reconnaît la dérivée d'une fonction classique).
- 7) Savoir étudier une fonction du type $x \mapsto \int_{\phi(x)}^{\psi(x)} f(t) dt$.