

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 12

Du 11 décembre 2023 au 15 décembre 2023

1) Intégrales généralisées Révision colle 11.

2) Séries numériques

► Série associée à une suite. On suppose que $u_n \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, où $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$. Série convergente. Série divergente.

Une série de nombres complexes $\sum z_n$ est convergente dans \mathbb{C} si, et seulement si, la série $\sum \Re(z_n)$ et la série $\sum \Im(z_n)$ sont convergentes dans \mathbb{R} . Reste R_n d'une série convergente. Si la série $\sum u_n$ converge alors R_n tend vers 0. Si la série $\sum u_n$ converge alors u_n tend vers 0. La réciproque est fausse.

► **Séries à termes positifs.** Convergence par majoration de la suite des sommes partielles.

► **Séries géométriques et séries de Riemann.** Étude de la nature de ces séries. Comparaison par majoration, minoration, par domination et par équivalence.

► **Règle de d'Alembert.**

Comparaison série-intégrale (donc on peut ici jouer sur les deux parties du programme de colles)

► **Séries alternées.** Critère spécial des séries alternées. Majoration de $|R_n|$ par $|u_{n+1}|$.

► **Séries absolument convergentes.** Toute série absolument convergente est convergente. Série géométrique $\sum z^n$, où $z \in \mathbb{C}$. Série exponentielle $\sum \frac{z^n}{n!}$ absolument convergente.

Warnung : la formule de Stirling n'est pas à connaître (bien que cela puisse être admis lors d'un exercice)

Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :

Know-how :

Sur les séries numériques :

- 1) Savoir démontrer la convergence ou la divergence d'une série à termes positifs en utilisant une des pistes au programme (divergence grossière, limite de S_n , limite de R_n , majoration, minoration, domination, équivalence, d'Alembert, comparaison à une intégrale, DL en $1/n$).
- 2) Savoir quand une série géométrique ou une série de Riemann converge ou diverge.
- 3) Calculer ou trouver un équivalent de R_n dans des cas simples et guidés.
- 4) Ne pas confondre convergence et absolue convergence d'une série.
- 5) Montrer la convergence d'une série alternée par l'utilisation du critère spécial des séries alternées et majoration de $|R_n|$.