

**CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

Colle 15

Du 15 Janvier 2024 au 19 Janvier 2024

1) Séries entières

Révision de la semaine 13.

2) Équations différentielles linéaires du premier ordre

Espace vectoriel de dimension un des solutions de l'équation homogène. Méthode de variation de la constante. Problème de Cauchy avec une condition initiale.

3) Systèmes différentiels d'ordre 1 à matrice constante

Cas où la matrice A est diagonalisable et trigonalisable (avec aide pour la trigonalisation).

Warnung : Seul au programme officiel sont les systèmes différentiels $X'(t) = AX(t)$, où A est constante. Cependant, on pourra faire résoudre un système différentiel $X'(t) = AX(t) + B(t)$ de façon guidé dans un exercice en proposant la forme d'une solution particulière $X_p(t)$.

4) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

Espace vectoriel de dimension 2 des solutions de l'équation homogène.

Détermination de solutions particulières dans les cas où le second membre est polynomial, exponentiel ou trigonométrique.

Lien entre un système différentiel d'ordre 1 et une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 :

L'équation : $y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0$ est équivalente au système associé :

$$\begin{cases} z(t) & = y'(t) \\ z'(t) + z(t) + y(t) & = 0 \end{cases}$$

qui s'écrit $X'(t) = AX(t)$ avec $X(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b & -a \end{pmatrix}$

Know-how :

Sur les séries entières :

- 1) Déterminer le rayon de convergence d'une série entière avec d'Alembert : cas général, en particulier les séries entières partiellement lacunaires ou cas des séries avec $a_n \neq 0$ pour tout n .
- 2) Savoir calculer la somme d'une série entière en utilisant la somme d'une série géométrique ou une dérivation ou une intégration d'un D.S.E usuel.
- 3) Connaître les D.S.E usuels et trouver un D.S.E par dérivation, intégration, changement d'indice etc. à partir des D.S.E usuels.

Sur les équations différentielles linéaires d'ordre un et deux :

- 1) savoir résoudre $y'(t) + a(t)y(t) = 0$, dans le cas où a se primitive facilement.
- 2) Savoir résoudre $y'(t) + a(t)y(t) = f(t)$ par la méthode de variation de la constante dans des cas où la primitivation est à la portée de toutes les bourses. Trouver alors la solution unique du problème de Cauchy.
- 3) Savoir déterminer une solution développable en série entière d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou d'ordre 2.
- 4) Savoir résoudre $y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0$, où a et b sont deux constantes.
- 5) Savoir résoudre $y''(t) + ay'(t) + by(t) = f(t)$, où a et b sont deux constantes et f une fonction polynomiale, exponentielle ou trigonométrique.
- 6) Savoir résoudre $X'(t) = AX(t)$, dans le cas où A est diagonalisable ou trigonalisable (avec alors aide du colleur pour la trigonalisation)
- 7) Savoir passer d'une équation différentielle linéaire homogène du second ordre à un système différentiel du premier ordre associé à une matrice carrée d'ordre 2.