

Dernier DS de physique –chimie(sans calculette)

Durée 4h

Pour le dernier devoir vous avez le droit de demander trois informations au cours du temps limité (3 jokers)

Problème 1 : Eau d'irrigation

A. Puisage de l'eau pour l'irrigation

Pour l'irrigation des cultures sous serre, l'eau est puisée à une profondeur $h = 30$ m. À la surface libre du puits, la pression de l'eau P_E équivaut à la pression atmosphérique $P_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa. La pression d'utilisation au niveau du sol est de $P_S = 1,5 \cdot 10^5$ Pa. Le débit volumique est de $Q = 1,0 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$. La conduite possède une section $\Sigma = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ constante.

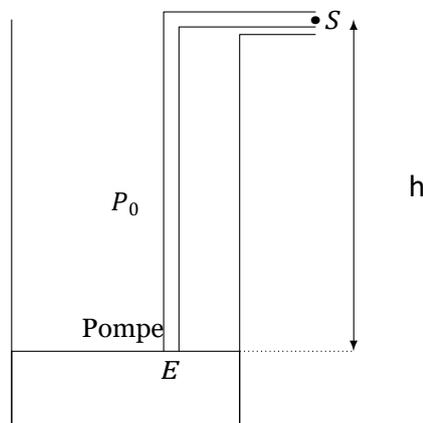


Figure 1

Q1. On considère l'écoulement d'un fluide parfait incompressible en régime stationnaire. Exprimer la grandeur C homogène à une pression qui se conserve le long d'une ligne de courant.

Q2. Existe-t-il des situations pour lesquelles la grandeur C n'est pas conservée ? Justifier votre réponse en utilisant le schéma de puisage ci-dessus.

On néglige par la suite les pertes de charge.

Q3. Montrer que la vitesse de l'eau aux points E et S est identique : $v_E = v_S$.

Q4. Déterminer la puissance mécanique de la pompe P_{meca} nécessaire.

Q5. Le rendement de la pompe vaut $\eta = 0,8$. En déduire la puissance électrique absorbée par la pompe. Effectuer l'application numérique.

La figure 2 présente les caractéristiques de différentes pompes. L'abscisse Q du graphe est le débit volumique de la pompe et son ordonnée H la hauteur manométrique. Ici,

$$H = h + \frac{P_S - P_0}{\rho_{\text{eau}} g}$$

Q6. Parmi les pompes dont les caractéristiques sont présentées figure 2, quel est le numéro de la pompe la mieux adaptée à cette utilisation ? Justifier la réponse.

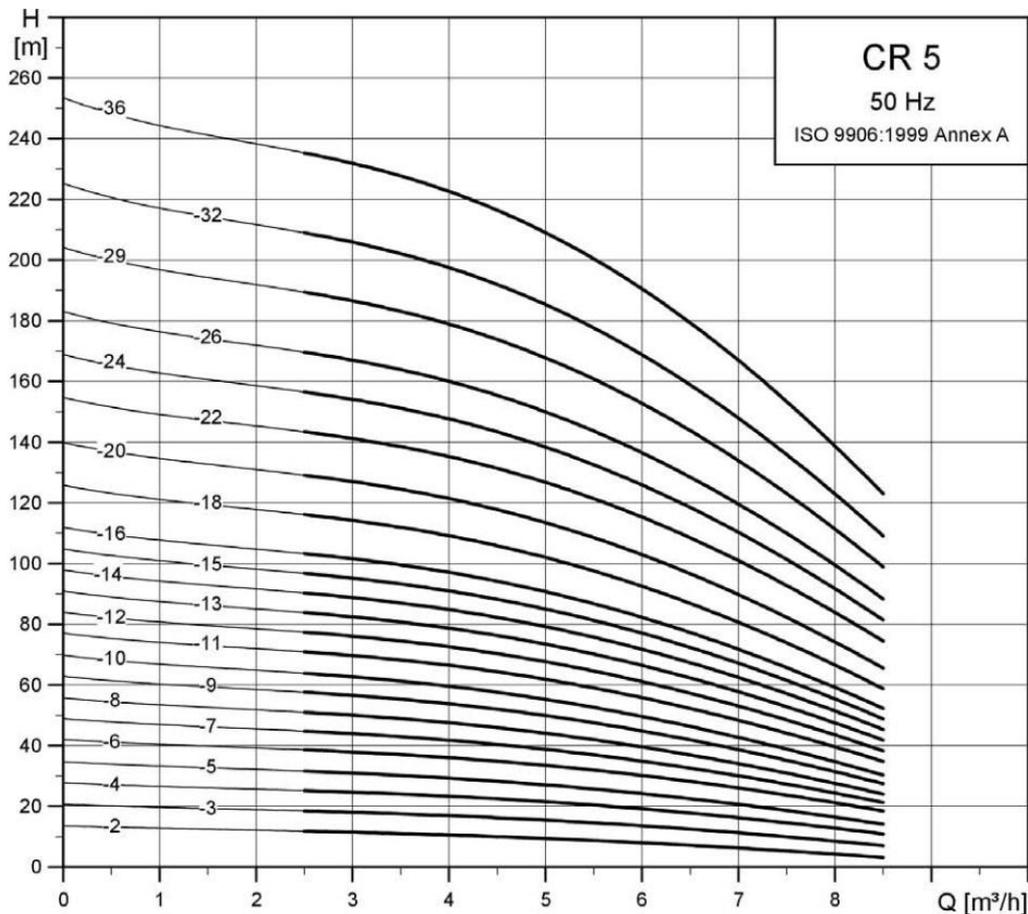


Figure 2

B . Analyse de l'eau captée

La solubilité du dioxygène O_2 dans l'eau dépend de la valeur de la pression partielle de O_2 au-dessus de l'eau ainsi que de celle de la température. Le dioxygène dissout O_2 est en permanence consommé par les systèmes chimiques et biologiques. La concentration en dioxygène O_2 dissout est un indicateur de qualité de l'eau. Une eau ne peut servir en irrigation que si la concentration massique en dioxygène dissout est supérieure à $5 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

– Diagramme E-pH du manganèse

On donne le diagramme potentiel-pH du manganèse à 298 K pour une concentration molaire totale en espèces dissoutes de $c_T = 1 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

On ne considère que les espèces $Mn_{(s)}$, $Mn_{(aq)}^{2+}$, $Mn_{(aq)}^{3+}$, $Mn(OH)_{2(s)}$, $Mn(OH)_{3(s)}$.

On superpose le diagramme E-pH de l'eau en pointillé.

Q7. Associer chaque domaine aux espèces chimiques du manganèse en justifiant.

Q8. Calculer le $\text{pH}=\text{pH}_1$ de début d'apparition du précipité $Mn(OH)_{3(s)}$.

Q9. Écrire les demi-équations électroniques associées aux couples de l'eau

$O_{2(g)}/H_2O_{(l)}$ et $H_2O_{(l)}/H_{2(g)}$. En déduire les équations des droites frontières

$E_{f_{O_{2(g)}/H_2O_{(l)}}}$ et $E_{f_{H_2O_{(l)}/H_{2(g)}}}$.

On suppose qu'aux différentes frontières la pression partielle des gaz est égale à 1 bar.

Q10. Discuter de la stabilité dans l'eau des espèces dérivant du manganèse en fonction du pH.

Q11. Ecrire la demi-réaction rédox du couple $MnOH_{3(s)}/MnOH_{2(s)}$

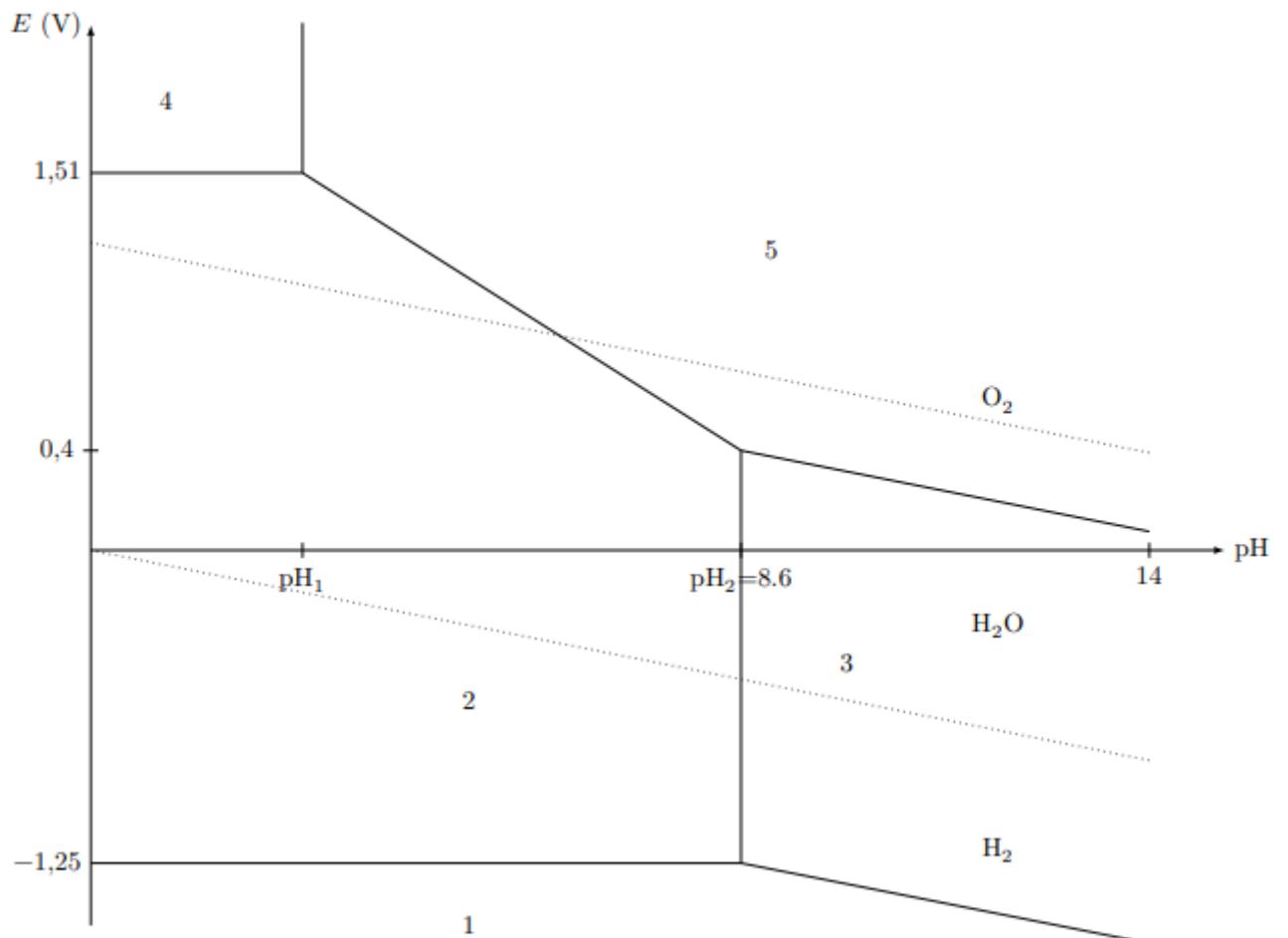


Figure 3

– **Dosage du dioxygène dissout dans l'eau par la méthode de Winkler**

Le dosage s'effectue en 3 étapes.

Première étape

- Remplir une fiole jaugée de volume $V = 250$ mL de l'échantillon d'eau à analyser.
- Ajouter des pastilles de soude (Na^+, OH^-) en excès.
- Ajouter 2,00 g de chlorure de manganèse hydraté ($\text{Mn}^{2+}, 2\text{Cl}^-, 4\text{H}_2\text{O}$).
- Boucher la fiole sans emprisonner d'air et la maintenir sous agitation magnétique jusqu'à la dissolution complète des réactifs.
- Agiter 30 minutes.
- Observer l'apparition d'un précipité brun $\text{MnOH}_2(\text{s})$.

Q12. Écrire l'équation de réaction modélisant la transformation chimique entre les ions manganèse

Mn^{2+} et les ions hydroxyde OH^- .

Q13. Écrire l'équation de réaction modélisant la transformation chimique entre le composé obtenu et le dioxygène dissout $\text{O}_{2(\text{g})}$.

Deuxième étape

- Acidifier l'échantillon jusqu'à pH = 1,5 avec de l'acide chlorhydrique concentré HCl.
- Ajouter 3,0 g d'iodure de potassium KI (I⁻ en excès)

La solution devient limpide et orangée.

Q14. Écrire l'équation de réaction modélisant la dissolution du précipité de Mn(OH)_{3(s)} en milieu acide.

Q15. Écrire l'équation de réaction modélisant la réaction d'oxydoréduction entre les ions Mn_(aq)³⁺ et I_(aq)⁻ à pH = 1,5 pour former Mn_(aq)²⁺ et I_{2(aq)}.

Troisième étape

- Prélever un volume V₀ = 50 mL de la solution obtenue.
- Doser cette solution par une solution de thiosulfate de sodium (2Na⁺ + S₂O₃²⁻) de concentration C₁ = 1,5 · 10⁻² mol · L⁻¹.

Q16. Écrire l'équation de réaction support du titrage entre les ions thiosulfates S₂O₃²⁻ et le diiode I₂ pour former S₄O₆²⁻ et I⁻.

Q17. On repère l'équivalence par un ajout de volume équivalent V_{eq} = 5,0 mL de thiosulfate de sodium. Montrer que la concentration molaire en dioxygène dissout C_{O₂} s'écrit :

$$C_{O_2} = \frac{C_1 V_{eq}}{4V_0}$$

Q18. En déduire la concentration massique c_{O₂} en dioxygène dissout dans l'échantillon. Conclure quant à son utilisation en irrigation.

– Simulation de Monte-Carlo

On souhaite dans cette sous-partie évaluer grâce à la méthode de Monte-Carlo la valeur moyenne de la concentration massique c_O ainsi que l'écart-type associé.

Le tableau 1 précise les données correspondant à l'expérience réalisée.

Grandeurs	V _{eq}	V ₀	C ₁
Valeurs	5,00 mL	50,0 mL	1,50 × 10 ⁻² mol · L ⁻¹
Incertitude-type	0,050 mL	0,020 mL	1,5 × 10 ⁻³ mol · L ⁻¹

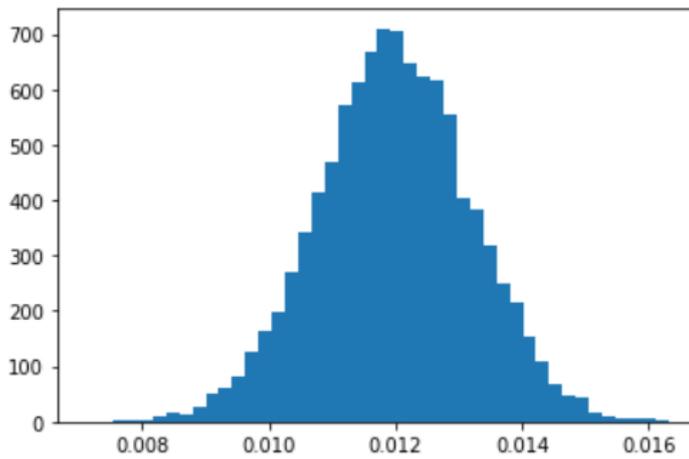
Tableau 1

L'annexe donne une partie du programme Python pour réaliser la simulation de Monte-Carlo.

Q19. Compléter les lignes 11, 12 et 17 sur votre copie.

Le programme ainsi complété permet d'obtenir le résultat de la figure 5.

Q20. Déduire de la simulation de Monte-Carlo une écriture du résultat pour la concentration massique en dioxygène dissout c_{O₂}.



0.011986168775442464
0.0012094679234147948

Figure 5

Données en rapport avec l'eau

Masse volumique de l'eau

Accélération de la pesanteur

$$\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg. m}^{-3}$$

$$g = 9,8 \text{ m. s}^{-2}$$

Données thermodynamiques à 298 K

Produit ionique de l'eau

Produit de solubilité de l'hydroxyde de manganèse

Potentiel standard du couple $\text{O}_{2,(g)}/\text{H}_2\text{O}_{(l)}$

Potentiel standard du couple $\text{H}_2\text{O}_{(l)}/\text{H}_{2,(g)}$

Potentiel standard du couple $\text{I}_{2(aq)}/\text{I}^-_{(aq)}$

Potentiel standard du couple $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}_{(aq)}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(aq)}$

$$K_e = 10^{-14}$$

$$K_s(\text{Mn}(\text{OH})_3) = 10^{-35,6}$$

$$E^0_{\text{O}_{2,(g)}/\text{H}_2\text{O}_{(l)}} = 1,23 \text{ V}$$

$$E^0_{\text{H}_2\text{O}_{(l)}/\text{H}_{2,(g)}} = 0,00 \text{ V}$$

$$E^0_{\text{I}_{2(aq)}/\text{I}^-_{(aq)}} = 0,62 \text{ V}$$

$$E^0_{\text{S}_4\text{O}_6^{2-}_{(aq)}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}_{(aq)}} = 0,08 \text{ V}$$

Masses molaires

Oxygène

Tétrahydrate de chlorure de manganèse

Iodure de potassium

$$M(\text{O}) = 16 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$M(\text{MnCl}_2, 4 \text{ H}_2\text{O}) = 198 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$M(\text{KI}) = 166 \text{ g. mol}^{-1}$$

Problème 2 : Détecteur de pluie d'une voiture

On recense essentiellement deux technologies de détection de pluie :

- le capteur électro-optique, qui repose sur un phénomène de réflexion totale,
- le capteur capacitif qui repose sur la variation de la capacité d'un condensateur.

A Capteur électro-optique

Le capteur électro-optique contient un émetteur E d'impulsion lumineuse et un récepteur R . Le récepteur reçoit le signal après quelques réflexions. L'intensité lumineuse reçue dépend du nombre de réflexions et de la géométrie du capteur mais aussi de la présence ou non d'eau à l'extérieur du pare-brise.

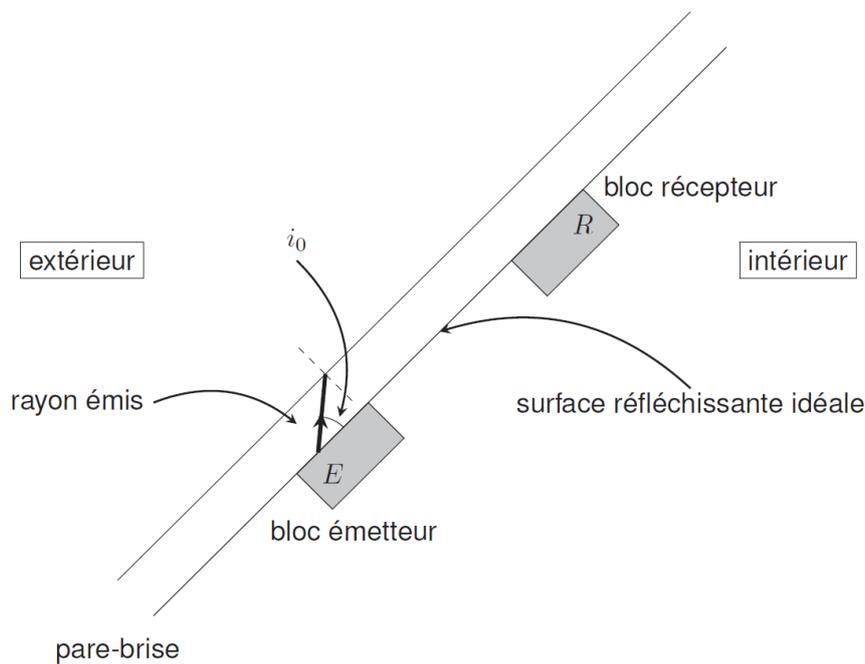


FIGURE 1 – Schéma du détecteur de pluie

Les indices optiques de quelques milieux transparents à la lumière sont donnés dans le tableau suivant :

Milieu	Indice de réfraction
Eau	1,33
air	1
Verre du pare-brise	1,50

- A1.** Exprimer puis calculer les angles d'incidence limites de réflexion totale dans le cas d'une interface verre/air et verre/eau.
- A2.** Justifier le choix d'un angle $i_0 = 40^\circ$ tel que défini sur le schéma.
- A3.** Expliquer à l'aide de deux schémas, comment évolue l'intensité lumineuse perçue par le récepteur selon la présence ou l'absence d'eau sur le pare-brise?

- A4.** Le rayon incident est envoyé avec l'angle i_0 défini précédemment. La distance entre l'émetteur et le récepteur (considérés ponctuels) est $ER = 20$ cm. L'épaisseur du pare-brise est $e = 3$ mm. Exprimer puis calculer le nombre p de réflexions sur la face externe du pare-brise. Justifier l'intérêt d'un grand nombre de réflexions.

B. Capteur capacitifs

Les capteurs ont évolué et utilisent de plus en plus l'effet capacitif. Le capteur est une platine sur substrat céramique, son principe de fonctionnement repose sur une détection de type capacitive. Ainsi l'accumulation de pluie sur la surface de la plaque aura pour conséquence de modifier la valeur de sa capacité, ainsi que les lignes du champ électrique.

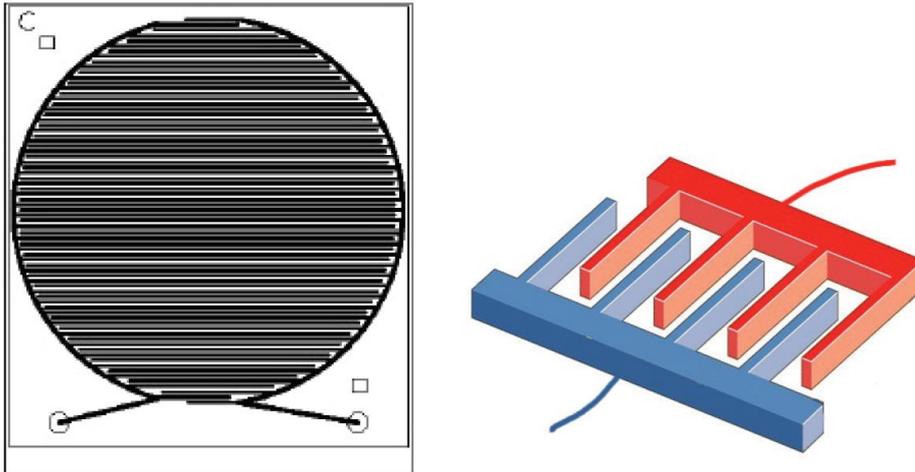


FIGURE 3 – Cellule capacitive et schéma de principe de sa géométrie

- B1.** Justifier que ce capteur puisse se modéliser par l'association de condensateurs en parallèle.

Pour la suite, on admettra que la capacité équivalente de N condensateurs en parallèle est la somme des capacités de chacun des condensateurs.

- B2.** On s'intéresse au champ électrique créé par un plan infini (Oxy) de densité surfacique σ , plongé dans le vide. Montrer, par l'étude des symétries et des invariances que celui-ci s'écrit sous la forme :
Avec $\text{sym}(M)$, point symétrique de M par rapport au plan (Oxy)

$$\vec{E}(M) = E(z)\vec{e}_z$$

$$\vec{E}(\text{sym}(M)) = -\vec{E}(M)$$

- B3.** Rappeler le théorème de Gauss. En l'appliquant dans la zone $z > 0$, 0 montrer que le champ s'écrit

$$\vec{E} = A \vec{e}_z \text{ pour } z > 0$$

On donne pour la suite, l'expression de A : $A = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

- B4.** En admettant que le résultat précédent reste valable pour un plan fini, établir l'expression du champ créé entre les deux armatures planes d'un condensateur plan dont le diélectrique est assimilé à du vide, constitué de deux armatures planes identiques de surface S , distantes de e et portant des charges opposées $+q$ et $-q$.

En déduire la différence de potentiel U entre les deux plaques du condensateur.
Sachant que $U=Q/C$, montrer que sa capacité C_0 est égale à $\epsilon_0 S / e$

B5. La cellule capacitive est assimilée à une association de 40 condensateurs. La capacité totale de l'ensemble vaut $C_{tot} = 2$ pF. On suppose l'épaisseur des armatures négligeable, et la surface d'une armature vaut $S = 0,5$ mm². On rappelle la permittivité électrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ SI.

Évaluer l'épaisseur e entre les armatures d'un condensateur.

B6. La capacité du condensateur varie en fonction de la présence ou non de goutte d'eau sur le capteur. Afin de mesurer sa valeur, le condensateur est chargé avec courant constant i et l'on mesure la durée Δt nécessaire pour que la tension à ses bornes atteigne la valeur de référence U_{ref} . Exprimer la capacité C du condensateur en fonction de i , U_{ref} et Δt (le condensateur étant initialement déchargé).

B7. Tracer l'allure la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps, lors d'une charge sous une tension constante U_{ref} à travers une résistance R . Tracer le graphe de la tension aux bornes du condensateur lors d'une charge à courant constant i l'emmenant à une tension finale U_{ref} . Comparer les graphes.

B9. Proposer un montage permettant de mesurer la capacité C d'un condensateur au laboratoire, en précisant les mesures effectuées.

Dans la pratique le condensateur utilisé dans le capteur capacitif est intégré dans le feuilletage des vitres. À l'approche d'une couche d'eau, les lignes du champ électrique sont modifiées (il s'agit du même principe utilisé pour les écrans tactiles capacitifs). Les lignes de champ sur un tel capteur sont les suivantes :

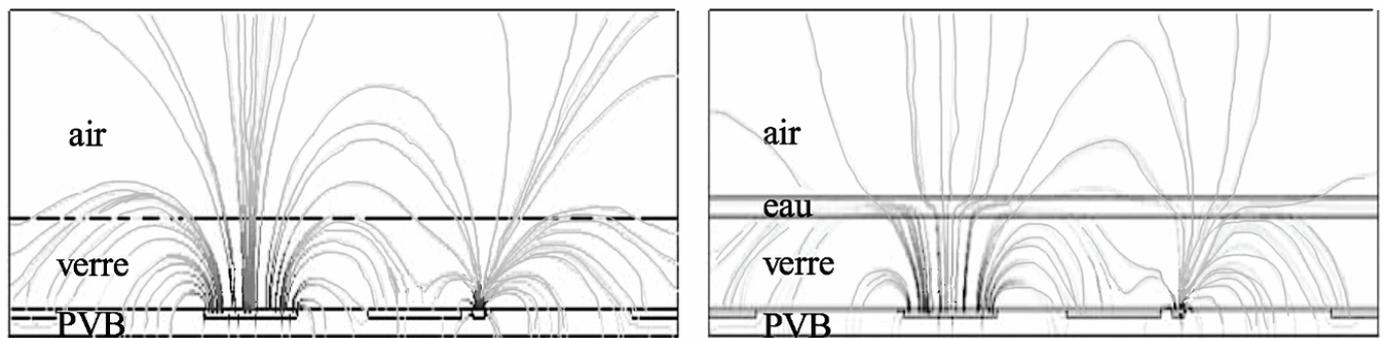
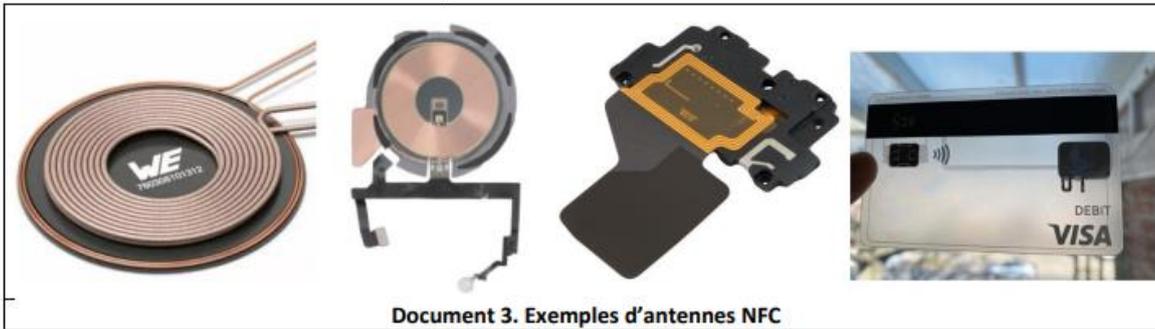


FIGURE 4 – Lignes du champ électrique sur la surface du capteur en absence d'eau, et déformation de ces lignes en présence de gouttes d'eau. PVB représente la plaque du capteur.

B10. Préciser la zone où la norme du champ électrique est la plus grande.

Problème 3 : Le near-field



Le near-field communication ou la communication en champ proche (CCP), souvent désigné par son sigle anglais NFC, est une technologie de communication sans fil à courte portée et à haute fréquence ($f=13,56$ MHz), permettant l'échange d'informations entre des périphériques jusqu'à une distance d'environ 10 cm dans le cas général.

Pour établir un couplage inductif non résonnant entre une bobine émettrice et une bobine réceptrice, on peut utiliser des solénoïdes ou des bobines « plates » 2D



Etude du champ magnétique généré par une bobine

Considérons tout d'abord le cas d'un solénoïde de longueur l et d'axe de révolution (Oz), comportant N spires circulaires jointives de rayon a , et parcourues par un courant d'intensité variable $i(t)$.

On fait l'hypothèse d'être dans le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS) : on calcule le champ magnétique créé par des courants variables $i(t)$, comme en magnétostatique par le théorème d'Ampère.

- 1) Rappeler les équations de Maxwell sous forme intégrale relatives au champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ dans le cadre de l'ARQS.
- 2) On suppose dans un premier temps que le solénoïde est infini et on cherche à exprimer le champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ en tout point M de l'espace, repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) .
On admet que le champ magnétique est identiquement nul à l'extérieur du solénoïde.
En invoquant des arguments de symétries et d'invariances de la distribution de courants, déterminer la direction du champ $\vec{B}(M, t)$, ainsi que la (ou les) coordonnée(s) dont dépend(ent) son module.
- 3) En précisant le contour d'Ampère choisi, montrer que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde et déterminer le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en fonction de l , N et i .
- 4) On s'intéresse à présent au cas d'une bobine « plate », constituée (pour simplifier) de N spires circulaires identiques, d'axe de révolution (Oz) et de rayon a^* , placées dans le plan $z = 0$ et parcourues par un courant d'intensité $i(t)$.

*L'épaisseur des spires est négligeable, de sorte que les centres des spires peuvent être considérés comme superposés au même point O .

On se place à nouveau dans le cadre de l'ARQS et on considère un point M de l'axe Oz , de cote $z > 0$.

a) Que dire du plan d'équation $z = 0$ d'un point de vue des courants ?

b) Qu'en déduire d'un point de vue du champ magnétique ?

c) En déduire une relation simple entre $B_z(-z)$ et $B_z(z)$ où B_z représente la composante du champ magnétique selon (Oz) .

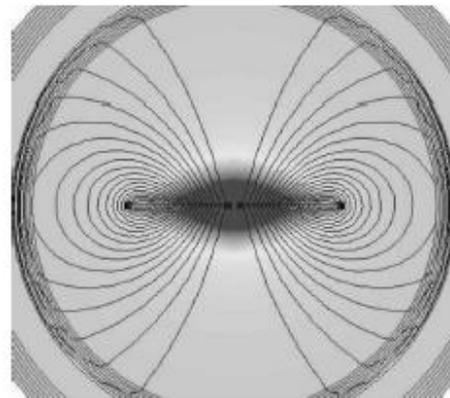
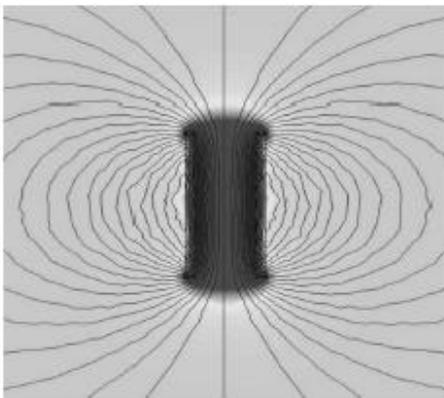
5) On donne l'expression du champ magnétique selon (Oz) créé par la bobine « plate » au point M :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 Ni(t) a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

Retrouver la relation simple entre $B_z(-z)$ et $B_z(z)$ établie en 4) c)

6) Justifier les symétries et/ou antisymétries observées sur chacune de ces cartes de champ ci-dessous.

7) En faisant un bilan sur la surface intérieure du solénoïde, retrouver une propriété énoncée en 1).

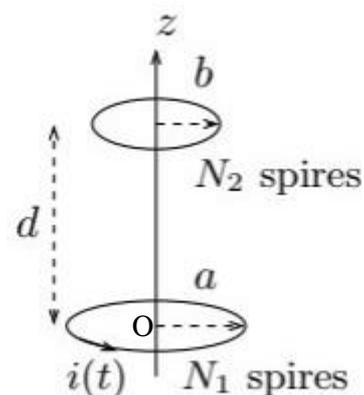


Solénoïde

Bobine plate

Transfert de puissance

On modélise à présent le transfert inductif de puissance entre deux bobines, comme celles représentées ci-dessous.



Chargeur de téléphone mobile

Une bobine émettrice « plate », de résistance électrique R_1 et d'inductance propre L_1 , comportant N_1 spires circulaires de rayon a , est parcourue par un courant imposé par un générateur (non représenté).

d'intensité : $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$

- 8) On considère la bobine émettrice seule (en l'absence de la bobine réceptrice)
Représenter la modélisation électrique de la bobine émettrice.
Exprimer la tension aux bornes de la bobine en fonction de $i(t)$, di/dt , L_1 et R_1
- 9) Définir et exprimer la puissance instantanée reçue par la bobine émettrice de la part du générateur, notée $Pre\grave{c}ue$, en fonction de L_1 , R_1 , de l'intensité (t) et de sa dérivée di/dt . En déduire la moyenne temporelle de cette puissance $\langle Pre\grave{c}ue \rangle$ en fonction de R_1 et I_0 .

Données : $\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2}$ $\langle \sin(\omega t) * \cos(\omega t) \rangle = 0$

10)

On considère également une bobine réceptrice «plate», de résistance électrique R_2 , d'inductance propre L_2 et comportant N_2 spires circulaires de rayon b , située à une distance d de la bobine émettrice.

On cherche à définir et exprimer le rendement de transfert de puissance entre les deux bobines, dans le cas d'un alignement parfait.

a) On utilise l'expression du champ magnétique $B_z(z)$ créé par la bobine « plate » en un point M de l'axe Oz vue précédemment. Pour simplifier, on suppose **ce champ magnétique uniforme** dans le plan de la bobine réceptrice noté $B = B_z(z=0) = B_0 \cos(\omega t)$, déterminer l'expression de B_0 en fonction de a , I_0 , d , N_1 et μ_0 .

b) Exprimer le flux ϕ du champ magnétique créé par la bobine émettrice à travers la bobine réceptrice, en fonction de B_0 , ω , t , b , et N_2 . En déduire l'expression de la mutuelle inductance M entre les deux bobines.

- 11) Le courant $i(t)$ étant variable, il apparaît une force électromotrice (fem) $e(t)$ aux bornes de la bobine réceptrice. Quel phénomène est ainsi mis en évidence ?
Après avoir nommé la loi utilisée, exprimer la fem (t) en fonction de B_0 , ω , t , b , et N_2 .
On négligera le flux magnétique propre du circuit récepteur devant le flux extérieur.
En déduire l'expression de la mutuelle inductance M

12) En négligeant l'inductance propre L_2 de la bobine réceptrice, déterminer l'expression de l'intensité $i_2(t)$ circulant dans la bobine émettrice.

13) $P_{géné} = e * i_2$ est la puissance reçue par cette dernière de la part de la bobine émettrice.
Justifier cette expression, puis sa moyenne temporelle $\langle P_{géné} \rangle$ en fonction de B_0 , ω , t , b , et N_2 puis en utilisant l'expression I_0 , ω , a , b , d , N_1 , N_2 et R_2 .

14)

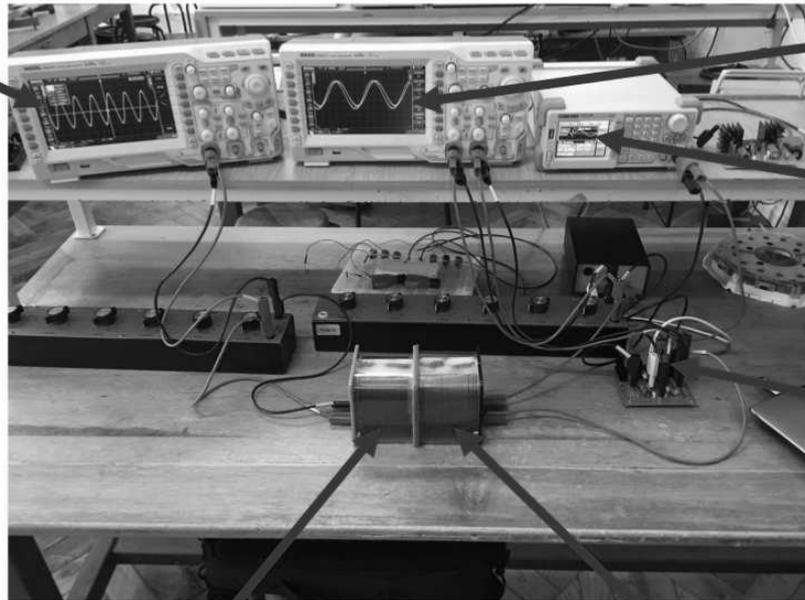
15) On définit le rendement de transmission de puissance par le quotient : $\eta = \frac{\langle P_{géné} \rangle}{\langle Pre\grave{c}ue \rangle}$

Montrer que le rendement peut se mettre sous la forme ci-dessous avec k un coefficient sans dimension à expliciter.

$$\eta = k \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{R_1 R_2 (d^2 + a^2)^3}$$

Vérifications expérimentales

Mesures sur le circuit secondaire



Mesures sur le circuit primaire

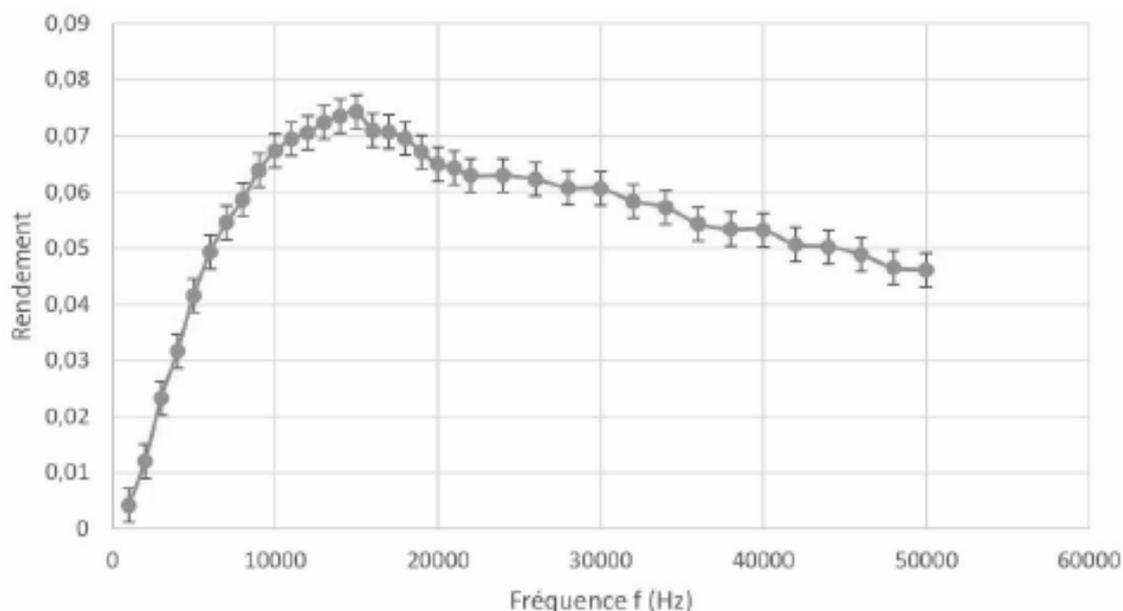
GBF, amplitude tension constante

Amplificateur de courant (puissance)

Bobine secondaire

Bobine primaire

Un générateur basse fréquence (GBF), délivrant un signal sinusoïdal de fréquence f , alimente un circuit composé d'une bobine émettrice d'inductance $L = 0,86$ mH, dite « bobine primaire », et d'une résistance. Un amplificateur de courant permet d'augmenter la puissance fournie à la bobine émettrice. On place à une distance d de la bobine émettrice une bobine réceptrice identique, dite « bobine secondaire », mise en série avec une résistance. Deux oscilloscopes permettent de mesurer les puissances moyennes reçues par les bobines émettrice et réceptrice. Les bobines étant accolées, on étudie la variation du rendement η avec la fréquence f imposée par le GBF, tous les autres paramètres demeurant constants.



- 16) Estimer le rendement expérimental maximal η_{\max} , ainsi que la fréquence f_{\max} à laquelle celui-ci est atteint.
- 17) Quel comportement en fréquence pouvait-on prévoir par la loi précédente? Ce comportement est-il vérifié expérimentalement? On pourra distinguer le cas des basses et hautes fréquences.

Annexe

Simulation de Monte-Carlo

Programme python

```
1  # Importation des bibliothèques
2  import numpy as np
3  import numpy.random as rd
4  import matplotlib.pyplot as plt

5  # Entrée des données du problème
6  MO2 = 32.0  #g/mol
7  Veq = 5.0   # en mL
8  u_Veq = 0.05 # en mL
9  V0 = 50.0  # en mL
10 u_V0 = 0.02 # en mL

11 # À compléter
12 # À compléter

13 # Simulation de N = 10000 Titrages par la méthode Monte-Carlo

14 N = 10000 # nombre de tirages à réaliser
15 Veq_sim = Veq + rd.normal(0,u_Veq, N) # simulation des valeurs de Veq
16 V0_sim = V0 + rd.normal(0,u_V0,N) # simulation des valeurs de V0
17 # Simulation sur C1 à compléter

18 cO2_sim = C1_sim*Veq_sim * MO2 / (4 * V0_sim) # simulation des valeurs de cO2

19 # Représentation de l'histogramme
20 plt.hist(cO2_sim, bins='rice')
21 plt.show()

22 ## Analyse statistique des résultats de la simulation MC

23 cO2_moy = np.average(cO2_sim) # Calcul de la valeur moyenne de cO2_sim
24 u_cO2 = np.std(cO2_sim,ddof=1) # Ecart-type de cO2_sim
25 print(cO2_moy, '\n', u_cO2) #Afficher les valeurs de cO2_moy et u_cO2
```

Figure 4

Aide aux calculs

$$(30 \times 9,8) / 0,8 = 430 \quad 50 / 9,8 = 5,1$$
$$32 \times 1,5 = 48$$

$$\tan(40^\circ) \times 200 / 6 = 28$$

$$\text{Arcsin}(1/1,50) = 41,8^\circ$$
$$\text{Arcsin}(1,33/1,50) = 62,5^\circ$$
$$\text{Arcsin}(1/1,33) = 48,75^\circ$$

