CLASSE DE 2TSI
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES

Colle 21

Du 25 mars 2024 au 30 mars 2024

1) Variables aléatoires réelles sur un univers dénombrable

Voir colle 20.

2) Isométries vectorielles et matrices symétriques réelles dans un espace euclidien

Définition d'une isométrie vectorielle ou d'un endomorphisme orthogonal. Conservation du produit scalaire. Groupe orthogonal (attention la notion de groupe est hors programme). Conservation des bases orthonormales. Matrices orthogonales. Groupe orthogonal d'ordre n. Lien avec les bases orthonormales et les isométries vectorielles. Isométries positives, négatives. Groupe spécial orthogonal.
Description de $O(2)$.
Orientation d'un espace euclidien. Rotation d'angle θ dans le plan et rotation d'axe orienté et dirigé par $\vec{e}_1$ et d'angle θ dans l'espace. Attention, la classification des isométries de l'espace n'a pas été vue.
Symétries orthogonales (cas n=2 et n=3).
Matrices symétriques réelles et théorème spectral :

Théorème spectral—.
Toute matrice symétrique réelle est diagonalisable au moyen d'une matrice orthogonale. C'est-à-dire que si $A \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$, il existe une matrice $P \in O_n(\mathbb{R})$ et une matrice diagonale D telle que :

$$D = P^{-1}AP = P^T AP.$$

Warnung : la notion d'endomorphisme symétrique ou auto-adjoint n'est plus au programme officiel en TSI2.

Know-how :

Sur les V.A.R

1) Savoir reconnaître une loi géométrique et calculer des probabilités avec.
2) Savoir reconnaître une loi de Bernoulli ou une loi binomiale, connaître $P(X = k)$ et $E(X)$, $V(X)$.
3) Caractériser l'indépendance deux à deux et l'indépendance.
4) Savoir utiliser l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
5) Savoir faire une approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.
6) Savoir calculer $E(\phi(X))$ dans des cas simples.

Sur les isométries vectorielles :

1) Savoir comment établir qu'une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est orthogonale.
2) Comment montrer qu'un endomorphisme u de E euclidien est une isométrie.
3) Comment déterminer les éléments caractéristiques d'une rotation r de E de dimension 3.
4) Savoir écrire analytiquement une symétrie orthogonale par rapport à une droite ou un plan dans l'espace à partir d'un vecteur unitaire de la droite ou d'un vecteur unitaire orthogonal au plan.