

Synthèse Maxwell

Densité volumique de charge (dτ petit volume)

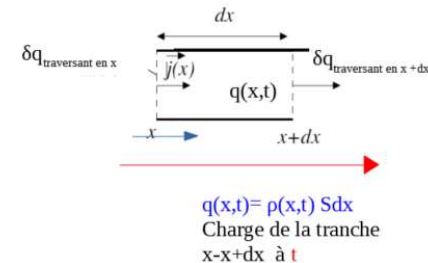
$$\rho = \frac{dQ}{d\tau} \rightarrow Q = \iiint_V \rho \, d\tau$$

Conservation de la charge : formulation locale

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$$

Vecteur densité volumique de courant

$$I_{\text{traversant } S} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



Equations de Maxwell en régime variable

Formes locales

Maxwell Gauss $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Maxwell Flux $\text{div } \vec{B} = 0$

Maxwell Faraday $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwell Ampère $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

Formes intégrales

$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow \oiint_{S_{\text{fermée}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$ **Théorème de Gauss**

$\text{div } \vec{B} = 0 \rightarrow \oiint_{S_{\text{fermée}}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ **Conservation du flux magnétique**

$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow \oint_{\text{parcours fermé}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt}$ **Loi de Faraday**

$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

en régime stationnaire $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j}) \rightarrow \oint_{C_{\text{fermée}}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$ **Théorème Ampère**

en régime quasi-stationnaire (électrocinétique) $\oint_{C_{\text{fermée}}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$ **Théorème Ampère**

Conservation de la charge : formulation locale

Régime stationnaire

Electrostatique :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow \text{Théorème de Gauss } \oiint_{S_{\text{fermée}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{E} = -\text{grad} V \rightarrow \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_A - V_B$$

Magnétostatique :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \rightarrow \oiint_{S_{\text{fermée}}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j}) \rightarrow \text{Théorème Ampère } \oint_{C_{\text{fermée}}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

Régime quasi-stationnaire

$\lambda \ll \text{dimensions du circuit (domaine de l'électrocinétique)}$

$$\text{Maxwell Gauss } \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow \oiint_{S_{\text{fermée}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \text{ Théorème de Gauss}$$

$$\text{Maxwell Flux } \text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{Maxwell Faraday } \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow \oint_{\text{parcours fermé}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt} \text{ Loi de Faraday}$$

$$\text{Maxwell Ampère } \vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \rightarrow \oint_{C_{\text{fermée}}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}} \text{ Théorème Ampère}$$

Dans le vide : ondes électromagnétiques

$$\text{Maxwell Gauss } \text{div } \vec{E} = 0$$

$$\text{Maxwell Flux } \text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{Maxwell Faraday } \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{Maxwell Ampère } \vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Equations de propagation

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \Delta \vec{E}$$

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \Delta \vec{B}$$

$$\text{vecteur de Poynting } \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$$P_{\text{rayonnée à travers } S} = \iint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{donnée } \vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}})(\vec{U}) = \vec{\text{grad}}(\text{div})(\vec{U}) - \Delta(\vec{U})$$

Bilan d'énergie électromagnétique associé au champ (E,B) présent dans le volume V

$$\frac{dU_{\text{em}}}{dt} = \Sigma P_{\text{reçue}} = -P_{\text{cédée à la matière}} + P_{\text{rayonnée entrante}} - P_{\text{rayonnée sortante}}$$

ou localement

$$\frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t} = -\text{div } \vec{\pi} - \vec{j} \cdot \vec{E}$$

Densité volumique d'énergie électromagnétique

$$u_{\text{em}} = \frac{\epsilon_0}{2} (\vec{E})^2 + \frac{\mu_0}{2} (\vec{B})^2 \rightarrow U_{\text{em}} = \iiint_V u_{\text{em}} d\tau$$

Puissance volumique cédée à la matière :

$$p_v = \vec{j} \cdot \vec{E} \rightarrow P_{\text{cédée à la matière}} = \iiint_V p_v d\tau$$

Puissance rayonnée à travers S

$$P_{\text{rayonnée à travers } S} = \iint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$$

