Formulaire : opérateurs

Nabla : *il s'agit d'une notation symbolique, très pratique pour retrouver les formules des différents opérateurs en coordonnées cartésiennes (mais attention, pas pour les autres systèmes de coordonnées). Formellement, on peut l'écrire comme un vecteur dont les composantes sont les opérateurs de dérivation :*

$$\vec{\nabla} \stackrel{\text{déf.}}{=} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$\vec{A} = A_x \vec{e}_x + A_y \vec{e}_y + A_z \vec{e}_z \stackrel{\text{déf.}}{=} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

Nabla ne vient jamais seul, mais s'applique nécessairement à un champ scalaire ou vectoriel.

Opérateur	Départ et arrivée	Expression en coordonnées cartésiennes	Le retrouver avec nabla
Gradient $\overrightarrow{\text{grad}}\, f$	s'applique à un **scalaire** retourne un **vecteur**	$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$	$\vec{\nabla} f = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} f = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$
Divergence $\text{div}\, \vec{A}$	s'applique à un **vecteur** retourne un **scalaire**	$\dfrac{\partial A_x}{\partial x} + \dfrac{\partial A_y}{\partial y} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \dfrac{\partial A_x}{\partial x} + \dfrac{\partial A_y}{\partial y} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$
Rotationnel $\overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{A}$	s'applique à un **vecteur** retourne un **vecteur**	$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial A_z}{\partial y} - \dfrac{\partial A_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial A_x}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial A_y}{\partial x} - \dfrac{\partial A_x}{\partial y} \end{bmatrix}$	$\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial A_z}{\partial y} - \dfrac{\partial A_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial A_x}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial A_y}{\partial x} - \dfrac{\partial A_x}{\partial y} \end{bmatrix}$

Opérateur	Départ et arrivée	Expression en coordonnées cartésiennes	Le retrouver avec nabla
Laplacien scalaire Δf	s'applique à un **scalaire** retourne un **scalaire**	$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\nabla^2 f = \left\Vert \begin{matrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{matrix} \right\Vert^2 f = \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2} \right) f$
Laplacien vectoriel $\vec{\Delta}\vec{A}$	s'applique à un **vecteur** retourne un **vecteur**	$\vec{\Delta}\vec{A} = \begin{bmatrix} \Delta A_x \\ \Delta A_y \\ \Delta A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \dfrac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2}$	

Formule à utiliser pour établir l'équation de propragation (formule fournie)

$$\overrightarrow{(rot)}(\overrightarrow{(rot)}\,\vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\,\vec{A}) - \vec{\Delta}\vec{A}$$