TD ondes électromagnétiques (extraits concours TSI)

Exercice n°2 : Transmission Mars-Terre (CCP 2023)corrigés

Q1. Mars s'éloigne de la Terre à la distance maximale d'environ 300 millions de km. Estimer la durée τ nécessaire à un signal radio pour parcourir cette distance. Conclure.

Δt= d/c avec d= 3.10^{11}m c= 3.10^{8}ms^{-1} **Δt=1000s = 17min**

Nous pouvons nous demander pourquoi ne pas avoir installé de caméra HD sur le rover. Une image 4K de taille 4 096 x 2 160 pixels (que l'on pourra approximer à 4 000 x 2 000 pixels) est codée sur 32 bits par pixel et le débit moyen utilisé pour la transmission est de 0,25 Moctet·s^{-1}.

Q2. Calculer le poids d'une image 4K en Mo (on prendra 1 Mo = 10^{6} octets).

4 096 x 2 160 ≈ 9M pixels soit 9x32 Mbits soit 9x32/8 *10^{-6} Mo =**36Mo**

Q3. Calculer la durée nécessaire pour obtenir une vidéo de 1 seconde avec une cadence de 24 images par seconde envoyée depuis Mars vers la Terre. Commenter.

Une seconde de vidéo contient 24 images : **36x24 Mo**
Avec un débit de 0,25 Mo.s^{-1} : la durée de transmission est 36x24/0,25 = 36x24x4 = 3456 s **soit 50min , trop long**

On considère la propagation des ondes radio entre Mars et la Terre, dans le vide interstellaire. Une onde électromagnétique est caractérisée par un vecteur propagation $\vec{k}$, un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$.

Q4. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide, en l'absence de charge et courant.**cours**

Q5. Retrouver l'équation de propagation : $\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$**cours**

Q6. Donner l'autre nom de cette équation. Citer précisément un exemple d'ondes autres qu'électromagnétiques suivant cette même équation de propagation.

Cette équation s'appelle l'équation de D'Alembert ou équation des ondes et modélise la propagation d'autres ondes comme les ondes sonores, les ondes de déformation d'un ressort, les ondes sismiques, celles sur une corde, etc.

Le champ électrique exprimé dans la base cartésienne $(\vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$, s'écrit :
$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - k y) \vec{u_x}$

Q7. Retrouver la relation de dispersion $k = \omega / c$. Préciser l'expression de la célérité c de l'onde en fonction de μ_0 et ε_0.

$\Delta \vec{E} = \Delta E_x \vec{u_x} = -k^2 E_0 \cos(\omega t - k y) \vec{u_x}$ **cf formulaire des opérateurs** $\boxed{\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1}$

$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \cos(\omega t - k y) \vec{u_x}$ $\boxed{\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \Leftrightarrow -k^2 + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}}}$

Q8.

Cette onde est-elle progressive ? Oui,

l'expression $\vec{E}=E_0 cos(\omega t - k\,y)\vec{u}_x = E_0 cos\left(\omega\left(\boldsymbol{t}-\frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{c}}\right)\right)\vec{u}_x = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{t}-\frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{c}}\right)\vec{u}_x$ correspond à une onde se propageant sans le sens des y croissant .

Q9. Écrire l'expression du vecteur $\vec{k}$ en fonction de la longueur d'onde λ et des vecteurs de la base. $\vec{k}=\frac{\omega}{c}\vec{u}_y=\frac{2\pi}{cT}\vec{u}_y=\frac{\boldsymbol{2\pi}}{\boldsymbol{\lambda}}\vec{u}_y$

Q10. Cette onde est-elle plane ? **Oui,l'amplitude de l'onde étant la même pour tout plan y = cte, à chaque instant il s'agit d'une onde plane.**

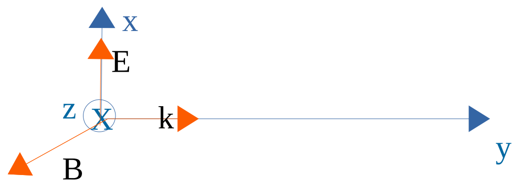
Q11. Quel est le type de polarisation ? **Il s'agit d'une onde polarisée rectilignement le long de l'axe x puisque le champ électrique est toujours dans cette direction.**

Q12. À partir d'une équation de Maxwell, démontrer que $\vec{k}$, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ forment un trièdre droit direct.

équation de (MF) : $\vec{rot}\,\vec{E}=\frac{-\partial\vec{B}}{\partial t}$

$$\vec{rot}\,\vec{E}=\begin{matrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\partial}{\partial y}\\ \frac{\partial}{\partial z}\end{matrix}\Lambda\begin{matrix}E_x\\ 0\\ 0\end{matrix}=\frac{\partial E_x}{\partial y}\vec{u}_z=-E_0 k\sin(\omega t-ky)\vec{u}_z$$ équation de (MF) : $\vec{rot}\,\vec{E}=\frac{-\partial\vec{B}}{\partial t}$

$\vec{rot}\,\vec{E}=-E_0 k\sin(\omega t-ky)\vec{u}_z=\frac{-\partial\vec{B}}{\partial t}$ Par intégration /t, on détermine $\vec{B}=-E_0\frac{k}{\omega}\cos(\omega t-ky)\vec{u}_z$



Le champ $\vec{E}$ est selon $\boldsymbol{\vec{u}_x}$,Le champ $\vec{B}$ est selon $\boldsymbol{-\vec{u}_z}$,Le vecteur $\vec{k}$ est selon $\boldsymbol{\vec{u}_y}$, $(\vec{k},\vec{E},\vec{B})$ trièdre direct

Q13. Retrouver l'expression du champ magnétique $\vec{B}=\frac{-E_0}{c}\cos(\omega t-ky)\vec{u}_z$.

On peut aussi utiliser la relation de structure $\boxed{\vec{B}=\frac{\vec{k}\Lambda\vec{E}}{\omega}}$ et la relation de dispersion :

$\boxed{\vec{k}=\frac{\omega}{c}\vec{u}_y}$ $\vec{B}=\frac{\vec{k}\Lambda\vec{E}}{\omega}=\left(k\frac{E_x}{\omega}\right)\vec{u}_y\Lambda\vec{u}_x=-k\frac{E_x}{\omega}\vec{u}_z=\frac{-E_0}{c}\cos(\omega t-ky)\vec{u}_z$

Q14. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$, après avoir rappelé sa signification et l'unité de sa norme. $\boxed{\vec{\Pi}=\frac{\vec{E}\Lambda\vec{B}}{\mu_0}=\frac{E_0^2}{\mu_0 c}\cos^2(\omega t-ky)\vec{u}_y}$ **dirigé selon la direction de propagation , puissance rayonnée par unité de surface en W.m^{-2}**

Q15. $\frac{P_r}{P_e}=\frac{S_r}{S}G_e$ S=4πd^2 , onde émise est sphérique . Dans le vide , pas de perte d'énergie ,

donc P*S =cte (cf exercice 1) P en 1/d^2 A.N. Pr= 10^{-13} W difficile à détecter (en fait les orbiteurs transmettent)