

**CLASSE DE 2TSI  
PROGRAMME DE COLLE DE MATHEMATIQUES**

**Colle 05**

Du 14 Octobre 2024 au 18 Octobre 2024

**1) Début de l'Algèbre linéaire**

Voir colle 04.

**2) Suite de l'algèbre linéaire**

**Les familles de vecteurs** : familles libres, génératrices, bases, familles liées, dimension,  $\dim \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .  
Rang d'une famille de vecteurs, somme directe d'une famille finie de sous-espaces vectoriels (donc au moins 2)

**Applications linéaires** : Lien avec les matrices, définition d'une application linéaire par image d'une base, noyau, image, rang d'une application linéaire, théorème du rang, rang d'une matrice, changement de bases, matrices de passage, conservation de la trace par passage à une matrice semblable, projections et symétries selon une direction.

**Warnung** : pas encore de formules spécifiques pour les projections ou symétries orthogonales. Si votre projection est orthogonale, ce sera à l'insu de votre plein gré.

**3) Dénombrements**

Nombre de parties d'un ensemble, nombre de parties à  $k$  éléments dans un ensemble à  $n$  éléments, notation  $\binom{k}{n}$ , permutations, nombre d'applications d'un ensemble fini dans un autre.

**Remarque** : il s'agit de préparer les exercices sur les probabilités discrètes finies (colle de la rentrée). Il faudra poser juste un exercice simple et court de dénombrement, en sus de l'algèbre linéaire qui consiste la grosse partie de la colle.

**Le colleur vérifiera la maîtrise ou l'acquisition de certains des points suivants (en question de cours ou dans un exercice) :**

**Compétences à acquérir :**

**Sur les applications linéaires :**

- 1) Savoir montrer que le noyau et l'image d'une application linéaire sont des espaces vectoriels.
- 2) Savoir déterminer un noyau et savoir manipuler  $\text{Ker } u$  et  $\text{Im } u$ .
- 3) Savoir utiliser la loi du rang.
- 4) Savoir utiliser une matrice de passage pour transformer la matrice d'un endomorphisme par changement de base.
- 5) Savoir reconnaître une projection vectorielle avec ses éléments caractéristiques et réciproquement la définir analytiquement ou matriciellement.
- 6) Savoir reconnaître une symétrie vectorielle avec ses éléments caractéristiques et réciproquement la définir analytiquement ou matriciellement.